

## 第一章 绪 论

### 第一节 河流的形成与补给

河流是陆地上水流的通道,是溪、川、江、河等的总称。河流是自然景观和生态系统的重要组成部分,是地球物质输移和循环的重要载体。

河流是气候的产物,这是俄罗斯气候学家沃耶依科夫所说的一句名言,它深刻地指出了自然界河流形成的充分而必要的条件是降水。但不同地区河流水量的补给来源还是形形色色的,其中主要的有地面水补给、地下水补给、冰雪补给和混合补给等。

**地面水补给** 凡地面水补给的河流,其任一断面的水位或流

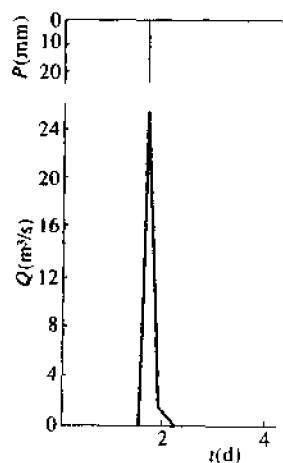


图 1-1 地面水补给的  
河流流量过程线

(陕北陀耳巷,  $F=5.74 \text{ km}^2$ , 1961 年 8 月)

量的动态变化与该断面以上集水面积上降雨的动态变化一致(图 1-1)。降雨时,河中水位或流量增加;降雨终止后,河中水位或流量即开始逐步消落。水位或流量涨落的快慢与降雨强度的变化和流域调蓄作用的大小有关。

**地下水补给** 由于深层地下水动态变化十分缓慢,因此,由深层地下水补给的河流水位或流量的动态变化也十分缓慢。潜水是浅层地下水。在降雨形成地面水的同时,一般也会形成

一定数量的潜水。由潜水补给的河流在自然界是比较常见的。有些河流,即使流域内较长时间无降雨,但河中仍有比较稳定的水流,这就是地下水补给的作用(图 1-2)。

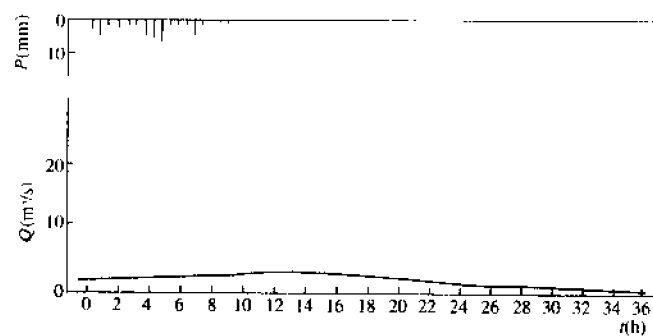


图 1-2 潜水补给的河流流量过程线  
(浙江姜湾高坞溪,  $F=0.025\text{km}^2$ , 1978 年 5 月)

地下水补给与含水层和河流之间有无水力联系有关。当两者无水力联系时,地下水总是流向河流,例如山区河流;而当两者存在水力联系时,地下水与河水的关系就变得比较复杂,例如平原河流。如果地下水等水位线与河流水流方向之间的关系如图 1-3(a)所示,则河水流向地下水,河水不仅得不到地下水补给,而且有一部分河水要补给地下水;如果地下水等水位线与河流水流方向之间的关系如图 1-3(b)所示,则地下水将补给河流;如果地下水等水位线与河流水流方向之间的关系如图

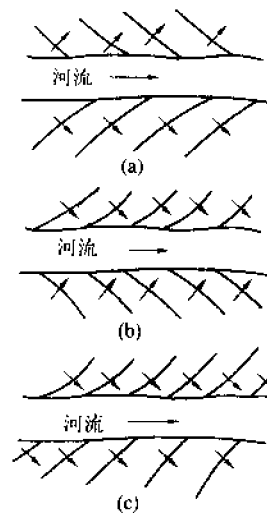


图 1-3 地下水与河流的水力联系

1-3(c)所示,则在河流的左岸(面向下游,下同)地下水补给河流,而在右岸河水则流向含水层。

**冰雪补给** 陆地表面的冰川和积雪,只有当气温大于  $0^{\circ}\text{C}$  后才开始融化成水,且融化强度与气温超过  $0^{\circ}\text{C}$  的多少有关。由冰雪融化水补给的河流最显著的特点是:河流某断面的水位或流量动态变化与气温的动态变化相应。例如气温有明显的日变化,则由冰雪融化水补给的河流水位或流量也呈现相应的日变化态势(图 1-4)。

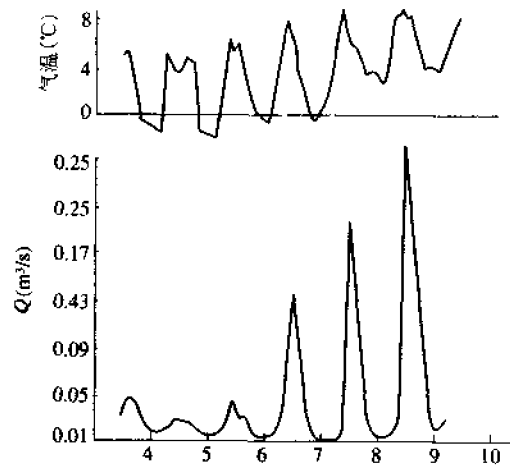


图 1-4 冰雪补给的河流流量过程线  
(祁连山冷龙岭北坡 18~62 号冰川, 1958 年 9 月)

**地面水和地下水混合补给** 由地面水和地下水混合补给的河流在自然界比较常见。在这种河流中,洪水期河流的流量由降雨形成的地面水和地下水组成,且一般以地面水为主;而在枯水期,河中流量一般以地下水为主。由降雨与地下水混合补给的河流水位或流量的动态变化的显著特点是陡涨缓落(图 1-5)。

**降雨和冰雪混合补给** 在降雨和冰雪混合补给的情况下,流域的降雨-径流关系不密切,而且常有径流量大于相应降雨量的

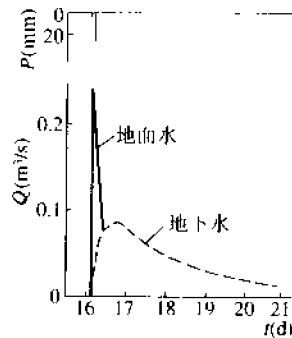


图 1-5 地面水和地下水混合补给的河流流量过程线  
(江苏宜兴大相坝,  $F=1.63\text{km}^2$ , 1965 年 8 月)

情况出现。表 1-1 是中国青藏高原拜渡河雁石坪流域(流域面积  $4235\text{km}^2$ )的年降雨量和年径流量对照表。由表可见,拜渡河就是一条由降雨和冰雪混合补给的河流。

表 1-1 拜渡河雁石坪流域的年降雨量和年径流量

年 份	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971
年降雨量(mm)	19.2		9	7	14	12	22	18	---	12	24
年径流量(mm)	13.5	7.8	15.9	9.4	17.1	11.1	15.7	4.2	7.8	8.9	12.8

根据以上讨论,河流中某一断面流量的组成可用下式表达:

$$Q = Q_p + Q_g + Q_i + Q_w \quad (1-1)$$

式中:  $Q$  为河流某断面的流量;  $Q_p$  为降雨补给形成的地面水流量;  $Q_g$  为地下水补给的流量;  $Q_i$  为冰雪融化水补给的流量;  $Q_w$  为其他形式补给的流量。

## 第二节 河流水文学的研究对象

河流水文学是水文学的分支学科之一,主要研究河流中所发

生的各种水文现象的基本规律,流域产流与汇流,河流资源的利用以及人类活动与河流生态系统的关系等。河流水文现象主要包括:洪水与枯水,热状态与冰情,水化学与水质以及泥沙运动等。流域的地形地貌、河流形势以及河床演变,对流域产流、汇流和河流水文现象有重要影响,也是河流水文学研究的重要课题。河流是地球上重要的生态系统,河流资源与人类生存关系密切。因此,河流资源的可持续利用以及人类与河流生态系统的和谐共存是十分重要的,作为河流水文学,对此也必须着力研究。

河流中所发生的各种水文现象与水的自然性质有关。借助于大气运动、蒸发、降水和径流,水在由岩石圈、水圈、大气圈和生物圈组成的地球系统中作周而复始的运动,即水文循环。产生水文循环的外因是太阳辐射和地球引力,内因是水在常温下固、液、汽三态的转换。地球系统中总水量大体不变,但每年的时空分布不同,甚至导致有的地方出现洪水,有的地方出现干旱。水良好的溶剂,许多物质都易溶解于水。水流具有势能、动能,是重要的载体。坡面土壤的侵蚀与搬运,河流泥沙运动,河中冰块的运动,水污染物质的迁移扩散等都是在水流作用下进行的。没有水流,就不可能有坡面土壤流失、河道冲淤变化和水污染物质的搬运。如果将水流具有的能量设法集中起来,就成为一种可再生的清洁能源——水能。水是地球系统的“血液”,水文循环就是地球系统的“血液循环”。水文循环导致的水的时空分布是地球上具有丰富多彩的生态系统和不同自然景色的根本原因。

河流水文学的研究对象是随着生产的发展和科技的进步而不断丰富的。19世纪,以牛顿力学为基础和模本的古典科学得到了极大的发展。在物理科学领域,以牛顿力学为基础,统一了声学、光学、电磁学和热力学。牛顿力学有效地支配着小到超显微粒子、大到宇宙天体的物理世界。在河流水文学领域,基于牛顿力学,于1856年提出了描述渗流运动的 Darcy 定律,于1871年提出了描

述明渠缓变不稳定流的 St. Venant 方程组。这就为河流水文学奠定了理论基础。

20 世纪初至 20 世纪 50 年代,由于生产力的发展,人们期望能更科学地了解和掌握河流洪水与枯水的变化规律,以便能预测预报未来洪水与枯水的情况,在河流上建造水利工程,达到控制洪水、调节枯水、减少由水旱灾害造成生命财产损失的目的。基于人类与水旱灾害作斗争的客观需要,就使得流域产流与汇流、河流洪水与枯水、河流泥沙、河流冰情等成为河流水文学的主要研究对象。

到了 20 世纪 60 年代至 70 年代,计算机的发明与应用所引发的信息革命带来了现代科学技术的突飞猛进。经济的迅速发展和人口的快速增加,使得一些国家和地区,早在 70 年代就开始出现水危机,水资源的紧缺成为经济社会发展的制约因素,加强水资源形成变化规律和河流水量合理开发利用的研究,成为河流水文学刻不容缓的任务。差不多在同一时期,人们开始认识到发展就是增长经济的观点是片面的,它必然导致人口膨胀,资源浪费,环境污染。有些国家所走的“先发展经济,后治理污染”的发展道路,造成了污染治理上愈来愈大的困难,河流首当其冲,它是最先受到污染的。因此,如何防治河流污染,保护河流水质,也成为河流水文学的研究对象。

20 世纪 80 年代以来,全球气候变化及大气、海洋与陆地相互作用过程的研究,引起了科学家的广泛兴趣,认为波及许多国家和地区的水危机和洪涝灾害,与全球气候变化异常有关。因为由此导致的地球上太阳辐射再分布改变了蒸发、大气中水汽输送和降水的时空分布,这是 Eagleson 于 1986 年提出的全球尺度水文学(Global Scale Hydrology)研究的基本问题。一些人士认为,全球尺度水文学的研究对当前和今后水文学的发展具有重要意义,必将为河流水文学提供新的研究课题。

### 第三节 河流水文学的研究方法

学科的发展,新知识、新规律的发现,从一定意义上来说,得益于合理、巧妙的研究方法的应用。从河流水文学的发展过程可以总结出下列主要的研究方法。

**科学实验** 河流水文学实验可分为原型观测和物理模型实验两类。前者在野外自然条件下进行,例如,在河流上布设水文站网进行观测,设立实验河段、实验流域等。后者属于室内实验,例如,为不同研究目的设立的水文实验室、河流比尺模型、流域比尺模型等。科学实验是人们认识和揭示河流水文规律的实践基础。Darcy定律的发现离不开Darcy在实验室内进行的沙柱渗流试验。20世纪60年代,如果不是对大量不同气候和下垫面条件下水文观测资料的科学分析与归纳,中国水文学家就不可能得出湿润地区以蓄满产流为主、干旱地区以超渗产流为主的产流理论。20世纪70年代,如果不是用先进量测手段对野外实验流域进行观测,Dune等人就不可能揭示用Horton产流理论无法解释的饱和地面径流和壤中径流的形成机制。随着同位素技术、示踪剂技术及量测技术的进步,科学实验对推动河流水文学的发展必将越来越重要。

**数学模型** 数学模型中的数学物理模型是根据物理定律,建立河流水文要素时空变化数学方程式,然后求其解的一种模型。例如,河流洪水波运动受控于质量守恒定律和能量守恒定律,据此即可导出描写河流洪水波运动规律的偏微分方程组,即St. Venant方程组。对河流泥沙运动、河流水温变化及河流污染物迁移扩散,也可根据有关物理定律来建立各自的描述方程式。由这样的数学物理方程式得到的模型就是数学物理模型。基于一定的物理成因概念,从河流水文现象的宏观表现上进行数学模拟,

求得河流水文要素变化规律的方法称为概念性模型。例如,模拟河流洪水形成和运动的流域水文模型通常就是概念性模型,它由若干个可以反映蒸散发、下渗、坡面和河道水流运动的概念性元素,按径流形成过程排列组合而成。概念性模型与数学物理模型之间并无截然的界限,因为当概念性模型中的某些假设被实践证明是正确了的时候,概念性模型就成为数学物理模型了。随着计算机技术的不断进步,在河流水文学研究中,数学模型得到了越来越广泛的应用。

**确定性与随机性方法的结合** 水的物质结构有别于气体。组成气体的“粒子”之间,相互作用十分微弱,可看作是相互独立的。因此,气体“粒子”所表现出的非结构纯随机运动,可用统计力学方法精确描述。对于水,组成水的“水滴”之间是一种松散的结构关系,牛顿力学不能精确地描述大量“水滴”的集体运动,统计力学也不能精确地描述这种运动。水的物质结构上的这种特点,必然要求在探讨其运动规律时,将确定性方法和随机性方法有机地结合起来。此外,河流水文要素的变化既有确定性的一面,又有随机性的一面。例如,河川径流量在一年之内有丰、枯水期的变化,在年与年之间有多水年、少水年的变化,这是河川径流变化的确定性表现。河川径流在未来某一时刻将出现什么量值,是不能事先确切预知的,这是河川径流变化的随机性表现。因此,在探讨河流水文要素变化规律时,也应将确定性方法和随机性方法有机地结合起来。近二十年来,地貌瞬时单位线理论的创立以及水文随机模拟技术的发展,已显示出了确定性方法与随机性方法相结合的研究方法在探索河流水文规律中的重要作用。

**多学科交叉与渗透** 河流水文学是一门综合性的学科,它必须从基础学科和其他相关学科中吸取营养,发展自己。这就决定了多学科交叉与渗透在河流水文学的发展中起着十分重要的作用。除基础学科外,水动力学、热力学、地球科学、环境科学、系



统科学以及以计算机科学为代表的近代技术,都曾强烈地影响着河流文学的发展。今后,它们与河流文学之间必然会在更高的层次上交叉与渗透。

#### 第四节 中国河流文学研究简史

中国地域辽阔,自然地理条件复杂多样,有众多的名山大川。生活在这块土地上的历代劳动人民,为了生存与发展,不断地与水旱灾害作斗争,在斗争中逐步认识河流水文特征,探索河流水文要素的变化规律,一部河流文学研究史是中国五千年文明史的重要组成部分之一。

根据考古与历史文献记载,距今五千年前,中国浙江余姚县河姆渡村就有了地下水井,说明地下水的开发利用在中国是很早的。约公元前 2000 年,大禹治水时,相传有“随山刊木”之说,这是一种原始的河流水文观测。公元前 11 世纪以前的商代甲骨文字中,就有关于雨、泉和洪水等现象的记载。成书于公元前 5 世纪至公元前 3 世纪的《山海经》和《尚书·禹贡》,就有中国河流水文情况的描述。春秋战国时代出现了一些关于河流水文现象的理论性阐述。例如,《吕氏春秋》有关于水文循环过程的叙述;《淮南子》有关于水质与适宜农作物关系的叙述;《管子》有关于渠系水流运动规律和河流分类的叙述。秦代制订的《田律》规定了上报雨情的制度。汉代张戒提出了黄河泥沙的定量概念,指出黄河水浊,一石(dàn)水含有六斗泥沙。北魏酈道元的《水经注》记载了中国 1 252 条河流的水文特性。南宋秦九韶在《九章算术》中记述了用天池盆、圆罍测雨和竹笼测雪以及换算成平地雨、雪深的计算方法。元代李好文在《长安志图》中记载了当时的流量单位“徽”,称在河道上某一固定断面“量彻入渠水头,深广方一尺谓之—徽”。明代刘天和发明了可测量河流含沙量的“乘沙量水器”。清代陈潢介绍

了科学的流量计算方法。在 1736 年,出现了中国历史上第一张等雨量线图。

19 世纪至 20 世纪 40 年代,西方发达国家的河流水文学有了长足的进步,经历了从定性描述到定量分析的飞跃,大量水利工程的兴建,大大地促进了河流水文学的发展。这一时期,中国开始从国外引进新的水文科学技术,对本国江河的水文规律作进一步探索。1925 年徐世大为永定河治理作了水文泥沙分析计算;1931 年顾世楫提出了水面蒸发的测验方法,倡导全国统一使用直径为 80cm、高 40cm、带套盆的蒸发器;1933 年须恺利用淮河蚌埠等站的实测洪水资料进行频率计算;1934 年李仪祉提出了黄河流域的水文站网规划;1947 年陈椿庭发表了“中国五大河洪水量频率曲线之研究”的论文。

1949 年以后,中国河流水文学研究,无论在广度上还是在深度上,都获得了前所未有的进展。

大力发展水文站网。截至 1998 年,中国有水文站 3 683 处,水位站 1 084 处,雨量站 13 910 处,实验站 129 处,水质监测站 2 694 处(大部分与水文站结合),地下水观测井 11 509 处,水文站中观测泥沙和蒸发的各约有 1 500 处,基本上控制了中国各主要江河的水文情势。及时整编刊布了水文资料,至 1986 年,中国已刊印水文年鉴 2 186 册,计 12.5 亿组数据。

在对大量水文资料进行科学分析的基础上,不断地探索降雨径流形成规律,对从国外引进的一些降雨径流计算方法,如降雨径流相关图、等流时线、单位线、Muskingum 洪水演算等,都作出了重要的改进或发展。20 世纪 80 年代初成功研制了新安江流域水文模型,使得中国广大湿润地区的洪水计算精度有了明显的提高。

在河流泥沙研究方面,中国提出了泥沙扬动与扬动流速的概念,发现了压力水头对粘结力的影响,据此导出了不同于前人的泥沙起动流速公式;根据河床最小活动性假说导出了河床形态方程:

发展了紊流随机理论,得出了适用于层流,层流向紊流过渡,紊流光滑区、过渡区和粗糙区的流速分布和阻力总公式;论述了蜿蜒型河段的演变规律;创立了中性悬浮质、层移质等新概念,使得中国在高含沙量水流的研究方面取得了世界领先的学术成果。

中国从 20 世纪 70 年代中期开始,注意研究污染物质在河流中迁移、稀释、扩散、转化规律的研究,在一维、二维、三维非稳态水质模型研制方面均有若干建树。

## 第二章 河系及流域地貌

### 第一节 引言

流域是分水线包围的区域,它由河系及坡地组成。河系由大大小小的河流汇合而成,是流域的水域部分。坡地是流域的陆域部分,具有一定的地质、土壤、植被条件。降落在流域上的雨水,经过坡地和河系的作用就转换为流域出口断面流量过程线。该流量过程线的形状除了与降雨特性有关外,还受到河系及流域地貌的制约。例如,在流域面积相同和降雨特性相同的情况下,羽毛状形河系产生的出流过程线比扇形河系矮胖(图 2-1)。

河系地貌一般涉及到拓扑学和几何学两个方面。河流数、链、分叉性等是河系的拓扑学特征;河流的长度、坡度、落差、横断面、平面弯曲等是河系的几何特征。流域地貌一般应从其形状和结构两方面来描述。

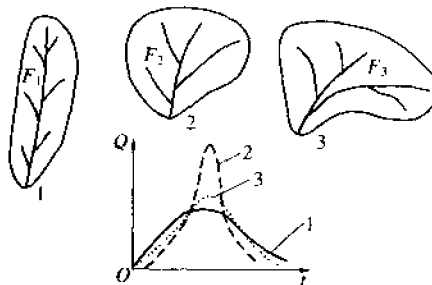


图 2-1 河系形状对出口断面流量过程线的影响

描述流域形状的有面积 ( $F_1 = F_2 = F_3$ ),  $\int Q_1(t)dt = \int Q_2(t)dt = \int Q_3(t)dt$  大小、形状、起伏、方位等,描述流域结构的有河网密度、高程等。

早期的河系及流域地貌学是一种描述性、经验性的学科,主要局限于对地貌形态作定性的和经验性的描述。后来逐步深入到地貌形成机理及内在关系的研究,使之逐步转变为理论性和实验性的学科。近代模拟实验、精密测量、地理信息系统(GIS)等新技术

的应用,为地貌学的定量分析创造了条件,也为地貌学与数学、力学、物理学等学科的结合奠定了基础。河系及流域的定量地貌学研究是从 R. E. Horton 开始的,他在 1945 年发表的“河系及其流域的侵蚀发展:定量地貌学的水文物理途径”是这方面的先导。20 世纪 60 年代末以来的大量研究表明,流域水文响应与河系及流域地貌有密切关系,根据地貌形成机理和内在关系探索流域水文响应已成为一个富有吸引力的研究途径。河系及流域地貌的研究,不仅是地貌学家,也是水文学家十分感兴趣的问题。

## 第二节 河系的拓扑学特征

在自然界所观察到的天然河系一般可表达成二分叉树的形状(图 2-2)。“树根”称为河系的出口,且只有一个。“树枝”的顶端称为河源,简称源。源的总数是河系量级的表示,即源越多,河系的量级就越大。两条河流的交汇点称为节点。相邻节点间、出口与相邻节点间以及源与相邻节点之间的河段称为链,其中相邻节点间和出口与相邻节点之间的河段称为内链,而源与相邻节点之间的河段称为外链。一个量级为  $M$  的二分叉树,必有  $M$  个源、 $M$  条外链和  $(M-1)$  条内链,链的总数为  $(2M-1)$  条。

为了区别河系中大小不同的河流,应对河流进行分级。这个问题看起来简单,实际上却比较复杂。20 世纪以前,人们对河系中大小不同的河流只有定性的认识,仅将河系中河流划分为支流和干流,这样一种模糊的划分方法显然不能满足定量分析的需要。1914 年以后,地貌学界普遍主张使用序列命名的法则,即将河系中各条河流按一定的次序排成序列,并以序号予以命名。这种序列命名法可把整个

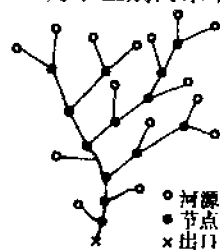


图 2-2 作为二分叉树的河系

河系按大小划分完毕,以满足定量分析的需要。以下所列 5 种方法代表了序列命名法的不同发展阶段。

(1)Gravelius 分级法 1914 年提出。Gravelius 规定:在任一河系中,最大的主流为 1 级河流,汇入主流的最大支流为 2 级河流,汇入大支流的小支流为 3 级河流,依次类推,即可把河系所有的河流命名完毕。

(2)Horton 分级法(图 2-3(a)) 1945 年提出。Horton 将最小的不分叉的河流称为 1 级河流,只接纳 1 级河流汇入的河流称为 2 级河流。接纳 1、2 两级河流汇入的河流称为 3 级河流,余类推,直至将河系中大小河流命名完毕。

(3)Strahler 分级法(图 2-3(b)) 1953 年提出。Strahler 定义从河源出发的河流为 1 级河流,同级的两条河流交汇所形成的河流的级要增加 1 级,不同级的两条河流交汇所形成的河流的级为两者中较高者。

(4)Shreve 分级法(图 2-3(c)) 1966 年提出。Shreve 把最小的不分叉的河流定义为 1 级河流,两条河流交汇所形成的河流的级为这两条河流级的代数和。

(5)Scheidegger 分级法(图 2-3(d)) 1967 年提出。该法原则与 Shreve 分级法相同,差别仅在于把最小的不分叉的河流定义为 2 级河流,这样,河系中所有的河流的级均为偶数。

按照 Gravelius 分级法,河流越小,则序号越大,这显然存在着缺点,不仅难以区分河系的主流和支流,而且在大小不

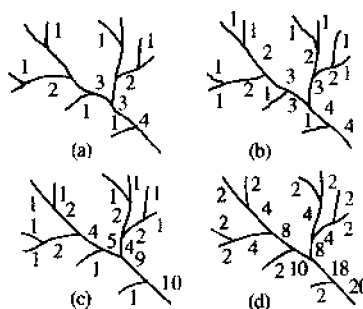


图 2-3 河流分级

(a)Horton 分级;(b)Strahler 分级;  
(c)Shreve 分级;(d)Scheidegger 分级

同的两个流域内,同样为1级的河流可能相差很大,故现在已不再采用这种分级法了。Horton 分级法采用了不同于 Gravelius 分级法命名河流级的原则,这虽然克服了 Gravelius 分级法的主要缺点,但也存在一些不妥之处。例如,按照 Horton 分级法,2 级以上的河流可以一直延伸到河源,但实际上它们的最上游都具有 1 级河流的特征。Strahler 分级法与 Horton 分级法之间的关系为:每条  $\omega$  级 Horton 河流由  $\omega$  条 1 至  $\omega$  级的 Strahler 河流首尾相连而成,而每条 Strahler 河流只是一条 Horton 河流的一部分,这就表明,Strahler 分级法不可能像 Horton 分级法一样,把较高级河流一直延伸到河源,从而总是把通过全流域水量及泥沙量的河流作为一个河系的最高级河流。Strahler 分级法的主要不足是不能反映流域内河流级愈高通过的径流量和泥沙量一般也愈大的事实。Shreve 分级法和 Scheidegger 分级法就是为弥补这一缺点而提出来的。这两种分级法之不同仅在于前者比后者更便于进行数值处理。

Melton 曾指出,Strahler 分级法是建立在“河流并非相互平行或者单独入海,而且呈树枝状,并相互联系的”基础上的,是从形态与水文要素的综合分析的概况中引导出来的。应用 Strahler 分级法便于建立河系的地貌定律。

流域分级的原则与河流分级的原则相同,以 Strahler 分级法为例,1 级河流汇水范围即为 1 级流域,2 级河流的汇水范围即为 2 级流域,余类推,最高级河流的汇水范围即为全流域。可见流域级就是其中最高级河流的级。

令河系中  $\omega$  级河流的总数为  $N_\omega$ ,  $\omega = 1, 2, \dots, \Omega$ ,  $\Omega$  为河系最高级河流的级。这里所谓一条河流是指单独一条链,或者由相同级的链串联而成的河段。可见对于作为二分叉树的河系,  $N_\omega$  必随  $\omega$  的增加而减小。

$\omega$  级河流总数  $N_\omega$  与高一级,即  $(\omega+1)$  级河流总数  $N_{\omega+1}$  的比

值,称为分叉比,用  $R_b$  表示,即

$$R_b = \frac{N_\omega}{N_{\omega+1}}, \quad \omega = 1, 2, \dots, \Omega \quad (2-1)$$

Horton(1945)发现,一个流域的  $R_b$  近似为常数。因此,式(2-1)实际上表明,河系中各级河流总数是一个从  $N_1$  开始,以  $1/R_b$  为公比的递减几何级数,这样可写出式(2-1)的另一种表达式为

$$N_\omega = R_b^{\Omega - \omega} \quad (2-2)$$

由式(2-2)可知,只要已知  $R_b$  和  $\Omega$ ,就可利用该式求得河系中各级河流的总数为

$$\sum_{j=1}^{\Omega} N_j = \frac{R_b^{\Omega+1}}{R_b - 1} \quad (2-3)$$

式(2-1)或(2-2)所表达的关系称为 Horton 河数定律,它是河系的拓扑学性质的一种表示。大量实测资料分析,自然界河系的分叉比  $R_b$  值在 3~5 之间。

### 第三节 河系的几何学特征

**河流长度** 河系中  $\omega$  级河流的总长度  $L_\omega$  为

$$L_\omega = \sum_{j=1}^{N_\omega} L_j, \quad \omega = 1, 2, \dots, \Omega \quad (2-4)$$

式中:  $L_j$  为河系中第  $j$  条  $\omega$  级河流的长度;其余符号意义同前述。

根据式(2-4)可把河系中  $\omega$  级河流的平均长度  $\bar{L}_\omega$  表达为

$$\bar{L}_\omega = \frac{1}{N_\omega} \sum_{j=1}^{N_\omega} L_j, \quad \omega = 1, 2, \dots, \Omega \quad (2-5)$$

河系中全部河流的总长度  $L$  可表达为

$$L = \sum_{\omega=1}^{\Omega} \sum_{j=1}^{N_\omega} L_{\omega j} \quad (2-6)$$



$L$  与河槽蓄量有关,因此,它对流域水文响应必然有影响。

另一个在水文学上有特殊意义的长度是河系中最高级河流延伸至流域分水线的长度,用  $L_\omega$  表示,它是影响流域汇流历时的重要参数。Hach(1957)发现  $L_\omega$  与流域面积  $A$  有密切关系,即

$$L_\omega = a A^b \quad (2-7)$$

式中:  $a, b$  为常数。Gray(1961, 1962)曾对式(2-7)给予了证明。

**Horton 河长定律** 河长比是指河系中  $\omega$  级河流的平均长度  $\bar{L}_\omega$  对低一级,即  $(\omega-1)$  级河流的平均长度  $\bar{L}_{\omega-1}$  的比值,即

$$R_L = \frac{\bar{L}_\omega}{\bar{L}_{\omega-1}}, \quad \omega = 2, 3, \dots, \Omega \quad (2-8)$$

Horton(1945)发现,对于一个给定河系,  $R_L$  近似为常数。这就表明,不同级河流的平均河长是一个以  $L_1$  为首项,以  $R_L$  为公比的递增几何级数,即

$$\bar{L}_\omega = \bar{L}_1 R_L^{\omega-1}, \quad \omega = 1, 2, \dots, \Omega \quad (2-9)$$

式(2-8)或(2-9)即为 Horton 河长定律的表达。在自然界,据大量资料分析,  $R_L$  在 1.5~3.5 之间。

根据河数定律和河长定律可知,只要已知  $R_b, R_L$  和  $\bar{L}_1$ ,也能求得河系中全部河流的总长度  $L$

$$L = \bar{L}_1 R_b^{Q-1} (R_b^Q - 1) / (R_b - 1) = L_\Omega [1 - R_b^Q] / [1 - R_b] \quad (2-10)$$

式中:  $R_{Lb} = R_L / R_b$ , 称为河系发展比。

**链长度** 由链的定义可知,可将链长作为河系中基本的单元河长。一个河系的平均链长  $J$  显然为

$$J = \frac{L}{2N_1 - 1} \quad (2-11)$$

式中:  $N_1$  为河系中 1 级河流数,也即源数或河系的量级。一条链直接接纳的平均坡地面积  $a$  为

$$a = \frac{A}{2N_1 - 1} = KJ^2 \quad (2-12)$$

式中:  $A$  为流域面积;  $K$  为无因次参数, 可以证明

$$K = \frac{1}{D\bar{J}} \quad (2-13)$$

式中:  $D$  为河网密度。Smart(1967)和 Shreve(1967)均证明,  $K$  是一个相当稳定的参数, 且近似等于 0.96。

Smart 于 1968 年发现, 河系中  $\omega$  级河流的平均河长  $\bar{L}_\omega$  与平均链长  $\bar{J}$  有如下关系:

$$\frac{\bar{L}_\omega}{\bar{J}} = \prod_{i=2}^{\omega} \frac{(N_{i-1}-1)}{(2N_{i-1}-1)}, \quad \omega \geq 2 \quad (2-14)$$

式(2-14)可看作为 Horton 河长定律的另一种表达形式。

Ghosh 和 Scheidegger 于 1970 年发现, 不同级的平均链长随河流的级呈几何级数增加, 而且该级数的公比, 即相邻级的平均链长的比值在 1.04~2.34 之间。这就表明, 河系的链长定律也是存在的。

**弯曲率** 在河流上取两点, 沿河流中心线的长度与该两点之间直线长度的比值称为河流弯曲率。天然河道一般是弯曲的, 对河长近似大于 10 倍河宽的河流很少是顺直的。

**落差** Yang 于 1971 年提出, 在动态平衡条件下, 相邻级河流的平均落差比值为 1, 即

$$\frac{F_\omega}{F_{\omega+1}} = 1 \quad (2-15)$$

式中:  $F_\omega$  和  $F_{\omega+1}$  分别为  $\omega$  和  $\omega+1$  级河流的平均落差。根据式(2-15)与实际河道纵剖面比较, 可以推估在达到平衡条件时河系的淤积或冲刷。

**Horton 比降定律** 比降比是指河系中  $\omega$  级河流的平均比降  $\bar{S}_\omega$  与低一级即  $(\omega-1)$  级河流的平均比降  $\bar{S}_{\omega-1}$  的比值:

$$R_S = \frac{\bar{S}_\omega}{\bar{S}_{\omega-1}}, \quad \omega = 2, 3, \dots, \Omega \quad (2-16)$$

Horton(1945)发现, 对于一给定河系, 如果流域的地质条件

比较均匀,则  $R_s$  近似为常数,这就是说,不同级河流的平均比降是一个以  $R_s$  为公比的几何级数,即

$$\bar{S}_\omega = S_1 R_s^{\omega-1}, \omega = 1, 2, \dots, \Omega \quad (2-17)$$

一些学者的研究表明,湿润气候条件下壮年期河流的  $R_s$  近似为 0.55; 半干旱气候条件下较年轻河流的  $R_s$  近似为 0.57。

**纵剖面** Sribnyi 于 1961 年指出,河流的纵剖面可用下列数学方程表达:

$$F_x = \frac{LH_p}{1+b} \left( \frac{x}{L} \right)^{b+1} \quad (2-18)$$

式中:  $F_x$ 、 $L$ 、 $H_p$  的含义见图 2-4;  $x$  为相应的  $F_x$  距分水线的距离;  $b$  为指数; 当  $F_x$  为三角形时,  $b=1$ ; 当  $F_x$  为抛物线形时,  $0 < b < 1$ 。

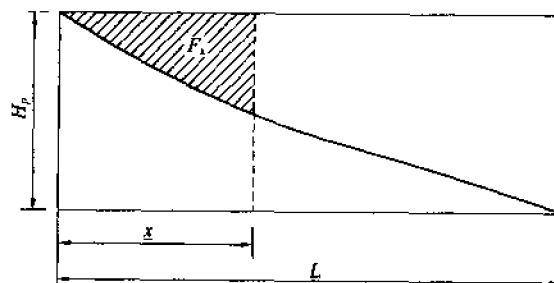


图 2-4 河流纵剖面

河系中主河道的平均纵比降是一个对流域水文响应有重要影响的参数。确定主河道平均纵比降的方法很多,举两例如下:

(1) Johnstone 和 Cross(1949)法 根据纵比降大致均匀的原则,将主河道划分成  $N$  个子河段。若第  $i$  个子河段的河长为  $L_i$ , 纵比降为  $S_i$ , 则主河道的平均纵比降由下式确定

$$S_m = \left[ \frac{\sum_{i=1}^N L_i S_i^{0.5}}{\sum_{i=1}^N L_i} \right]^2 \quad (2-19)$$

(2) Laurensen(1962)法 与上述方法一样,也是按纵比降大致均匀的原则,将主河道划分为  $N$  个子河段。若第  $i$  个子河段的河长为  $L_i$ ,纵比降为  $S_i$ ,流速为  $V_i$ ,则有

$$V_i = \alpha S_i^{0.5}$$

式中  $\alpha$  为常数。而水流通过第  $i$  个子河段的时间  $t_i$  为

$$t_i = \frac{L_i}{V_i}$$

水流通过整个主河道的时间  $T$  则为

$$T = \sum_{i=1}^N t_i = \frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^N \frac{L_i}{S_i^{0.5}}$$

这样,可求得整个主河道的平均流速  $V_m$  为

$$V_m = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^N L_i = \frac{\alpha \sum_{i=1}^N L_i}{\sum_{i=1}^N L_i / S_i^{0.5}}$$

但知  $V_m = \alpha S_m^{0.5}$

因此,得主河道平均纵比降  $S_m$  为

$$S_m = \left[ \frac{\sum_{i=1}^N L_i}{\sum_{i=1}^N L_i / S_i^{0.5}} \right]^2 \quad (2-20)$$

**交汇角** Horton(1945)在研究河系结构时,发现两条河流的交汇角与该两条河流的比降有关,即有

$$\cos \theta = \frac{\lg \theta_1}{\lg \theta_2} \quad (2-21)$$

式中:  $\theta$  为两条河流的交汇角;  $\theta_1$  和  $\theta_2$  分别为其中较高级河流和较低级河流的平均坡度值。Schumm(1956)指出, 流域的交汇角随河流的发育年代的增长而减小, 这是由于坡度在变缓。1 级河流通常近直角与较高级河流相交, 就是因为  $\theta_2 \gg \theta_1$ 。

**横断面** 不同的水流和泥沙特性将形成不同的河流横断面。河流横断面的几何形状可用断面图表示(图 2-5)。Leopold 和 Maddock(1953)研究指出, 通过横断面的流量  $Q$  与断面平均流速  $V$  或水面宽  $B$  或断面平均水深  $d$  一般均呈幂函数关系:

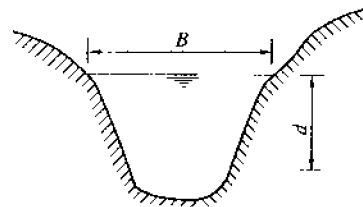


图 2-5 河流横断面图

$$V = k Q^m, B = a Q^b, d = c Q^f \quad (2-22)$$

式中:  $k, m, a, b, c, f$  均为常数。容易证明  $m + b + f = 1$ ,  $k \cdot a \cdot c = 1$ 。

#### 第四节 流域的形状特征

**流域面积和面积定律** 流域面积是指流域分水线包围的面积, 是河系的来水区域。流域面积是一个最重要的地貌参数, 几乎所有的其他的流域地貌参数均与流域面积有关。

流域的面积比是指  $\omega$  级河流的平均流域面积  $A_\omega$  与低 1 级河流, 即  $(\omega-1)$  级河流的平均流域面积  $A_{\omega-1}$  的比值

$$R_a = \frac{A_\omega}{A_{\omega-1}}, \quad \omega = 1, 2, \dots, \Omega \quad (2-23)$$

虽然早在 1945 年 Horton 就曾推想不同级的流域面积可能是一个几何级数, 但面积定律的实际提出者是 Schumm(1954), 他

发现式(2-23)中的  $R_w$  值对一个流域近似为常数,也即不同级的流域面积构成了以  $R_w$  为公比的几何级数:

$$\bar{A}_w = \bar{A}_1 R_w^{w-1}, \quad w = 1, 2, \dots, \Omega \quad (2-24)$$

式中:  $\bar{A}_1$  为 1 级流域的平均面积。大量资料分析表明,自然界河系的  $R_w$  一般在 3~6 之间。美国学者 Eagleson(1970)曾指出,对于几何上相似的流域,  $R_w$  等于 4,若实际算得的  $R_w$  与此不同,则可能是因为气候和地质上的特殊性。

**流域的长度、宽度和周长** Schumm(1956)将流域中平行于主河道的最大长度定义为流域长度,与其正交的长度称为流域宽度,它们对确定流域形状,寻求流域的简单几何表示有重要作用。

Strahler 于 1958 年在流域地貌研究中,首先引进了几何相似性概念。所有具有长度因次的量均为同一比例的流域就是几何相似的。然而,自然界是很少存在精确的几何相似性的,但近似的相似性确实是存在的。这个概念在确定水文相似性方面可能有用。

若流域存在着精确的相似性,则流域面积  $A$  和流域长度  $L_b$  之间的关系必然严格地服从下述关系,即

$$\frac{A}{L_b^2} = \lambda \quad (2-25)$$

式中:  $\lambda$  为常数。但实际上式(2-25)中  $L_b$  的指数并非严格为 2。例如,Gray 于 1961 年通过对许多小流域资料的分析,得

$$L_b = 1.4A^{0.568} \quad (2-26)$$

或写成

$$\frac{A}{L_b^2} = 0.5A^{-0.136} \quad (2-27)$$

这表明,自然界流域并不具有精确的相似性。由式(2-27)可知,当  $A$  增加时,  $A/L_b^2$  减小。这意味着较大的流域是趋于狭长形的。

流域中心至流域出口且平行于主河道的长度称为流域中心长度,它与流域长度  $L_b$  有密切关系。Gray(1961)通过对美国中西

部 47 个流域的分析,曾得到

$$L_{ca} = 0.54L_b^{0.56} \quad (2-28)$$

式中:  $L_{ca}$  为流域中心长度。式(2-28)的相关系数高达 0.99。Gray 进一步认为

$$L_{ca} = 0.5L_b \quad (2-29)$$

是具有足够精度的。但 Meynink(1978)根据世界上许多国家的资料所做的分析表明,实际情况还是与式(2-29)有偏离的。这说明该关系可能受气候和岩性的影响。

Synder 早在 1938 年就指出  $L_{ca}$  是影响流域汇流的一个重要参数。

流域周长是指作为流域周界的分水线长度,它与河系结构和能量守恒有关,也是一个重要的流域地貌参数。 \*

**流域形状** 表示流域形状的参数通常有形态因子、圆度、伸长比等。流域面积与流域长度平方的比值称为形态因子,见前述分析。流域面积与周长等于流域周长的圆面积的比值称为圆度。显然,当流域形状趋于圆形时,圆度就趋于 1。Miller 认为,如果地质特性均匀,则圆度比保持常数。例如,他曾发现,对于均匀页岩和石灰岩的 1、2 级流域,圆度在 0.6~0.7 之间,这表明地质特性均匀地区的小流域在几何上具有较好的相似性。面积为流域面积的圆的直径  $D_c$  与流域长度  $L_b$  的比值称为伸长比,即

$$R_e = \frac{D_c}{L_b} \quad (2-30)$$

式中:  $R_e$  为伸长比。式(2-30)还可表达为

$$R_e = \frac{1}{L_b} \left( \frac{4}{\pi} A \right)^{0.5} \quad (2-31)$$

式中:  $A$  为流域面积。如再利用式(2-26),则得

$$R_e = 0.805A^{-0.018} \quad (2-32)$$

当流域形状趋于圆形时,  $R_e$  值趋于 1。自然界流域的  $R_e$  值一般在

0.6~1.0之间。对于地形起伏很小的流域,  $R_h$  一般接近于 1.0, 而对于地形起伏强烈及坡度陡峻的流域,  $R_h$  一般在 0.6~0.9 之间。

**流域地势起伏** 流域地势起伏用高差来描述。流域高差有多种表示方法, 最常用的是指主河道与分水线之交点和流域出口之间的高程差。它驱动着流域径流和泥沙向出口断面运动。Schumm(1954)建议将流域地势起伏比  $R_h$  定义为流域高差  $H$  与流域长度  $L_h$  的比值, 即

$$R_h = \frac{H}{L_h} \quad (2-33)$$

Maxwell(1960)发现,  $\omega$  级流域的平均流域高差  $\bar{H}_\omega$  近似等于 1 级流域的平均流域高差  $\bar{H}_1$  与  $R_h$  的  $(\omega-1)$  次方的乘积, 即

$$\bar{H}_\omega = \bar{H}_1 R_h^{(\omega-1)}, \quad \omega = 1, 2, \dots, \Omega \quad (2-34)$$

式(2-34)表明, 不同级流域的平均流域高差构成了一个公比为  $R_h$  的几何级数。式(2-34)称为流域地势起伏定律。

**粗度** 流域高差  $H$  与河网密度  $D$  之乘积称为粗度  $R_n$ :

$$R_n = HD \quad (2-35)$$

式(2-35)反映了流域坡度和河系长度的综合作用, 它表明低高差、大河网密度的流域与大高差、小河网密度的流域具有基本相同的粗度, 即具有基本相同的排泄径流的能力。

## 第五节 流域的结构特征

**河网密度和河道维持常数** 单位流域面积上的河流长度称为河网密度  $D$ , 用下式表示:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^{\omega} \sum_{j=1}^{N_i} L_{ij}}{A_\omega} \quad (2-36)$$



式中:  $D$  为  $\omega$  级流域的河网密度; 其余符号的意义与前述相同。根据式(2-10), 式(2-36)还可以写成

$$D = \frac{L_1 R_{Lb}^{n-1} (R_{Lb}^n - 1)}{A_\omega (R_{Lb} - 1)} \quad (2-37)$$

式中: 符号的意义与前述相同。河网密度的概念首先由 Horton 于 1945 年引入, 它表达了流域中河系输水的有效性。不同的流域河网密度可能有相当大的差别。据报道, 其最小值约为  $2\text{km}/\text{km}^2$ , 最大值可高达  $800\text{km}/\text{km}^2$ , 这与气候和岩性条件以及流域的发育阶段有关。Melton(1957)曾发现, 河网密度与多年平均降水量对多年平均蒸发量的比值密切相关, 但与流域大小无关。

河网密度的倒数称为河道维持系数, 又称水道给养面积, 其含义是 1 单位长度的河道必须要多少汇水面积来维持。不同级的河流要求的给养面积也不同, 一般随着级的增加, 所要求的给养面积也增加。

**河段频度与链频度** Horton(1945)首先给出了河段频度的定义, 他指出, 单位流域面积上的河段数称为河段频度  $C_f$ , 即

$$C_f = \frac{\sum_{i=1}^{\omega} N_i}{A_\omega} \quad (2-38)$$

河段频度与河网密度密切相关, Melton(1958)曾根据 156 个位于不同气候、地质、地面复盖条件下的大小不同、高差不同的流域的资料求得

$$C_f = 0.694D^2 \quad (2-39)$$

单位流域面积上的 Shreve 链数称为链频度  $L_f$ , 即

$$L_f = \frac{2M-1}{A_\omega} \quad (2-40)$$

式中:  $M$  为  $\omega$  级流域中河源的数目。

**面积—河长曲线** 若从分水线开始, 沿河长  $x$  处的汇水面积为  $A_x$ , 则称  $x$  与  $A_x$  的关系为面积—河长曲线, 并可采用下列函

数来拟合

$$A_x = A \left( \frac{x}{L_c} \right)^{a+1} \quad (2-41)$$

式中:  $L_c$  为自分水线至流域出口的主河道长;  $a$  称为排水因子, 不同的  $a$  值描写了不同形状的面积—河长曲线。

**高程曲线** 流域的高程曲线是指某一高程的水平截面积与该高程的关系曲线。一般用它们的相对值作图, 即将水平截面积对流域面积的比值作为横坐标, 将高程减去出口处高程再除以流域高差所得比值作为纵坐标(图 2-6), 其数学表达式为

$$y = \left[ \frac{d-x}{x} \times \frac{a}{d-a} \right]^z \quad (2-42)$$

式中:  $y = \frac{h}{H}$ ,  $h$  为对出口断面之高差,  $H$  为流域高差;  $x = \frac{a}{A}$ ,  $a$  为相应于  $h$  的水平截面积,  $A$  为流域面积;  $a$ 、 $d$  为常数;  $z$  为指数。

高程曲线的积分曲线为

$$I_h = \int_x^1 y dx = \int_{a/A}^1 \frac{h}{H} d\left(\frac{a}{A}\right) = \frac{1}{AH} \int_a^A h da \quad (2-43)$$

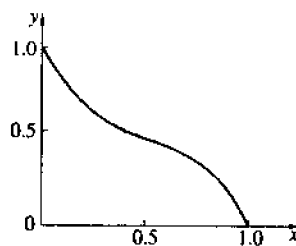


图 2-6 高程曲线

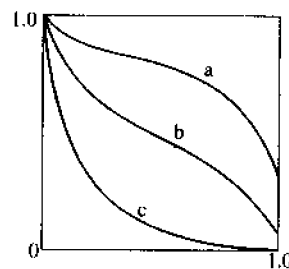


图 2-7 不同发育期的流域高程曲线  
(a)幼年期; (b)壮年期; (c)老年期

Strahler 研究认为, 根据流域高程曲线的形态, 可以判别流域地形发展的阶段(图 2-7)。当高程曲线积分值大于 0.6 时, 属不均衡的幼年期地形; 当高程曲线积分值小于 0.35 时, 属老年期残

丘地形;当高程曲线积分值在 0.35~0.60 之间时,属均衡的壮年期地形。

**流域坡度** 流域坡度是空间位置的函数。水文学中通常使用平均流域坡度的概念,它有许多确定方法,举两例如下:

(1)最小二乘法 在地形图上摘取三维数据 $(x_i, y_i, z_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ , 其中 $x_i$ 和 $y_i$ 确定了第 $i$ 点的平面位置, $z_i$ 是该点的地面高程, $n$ 为数组数目。假设用下列多项式来拟合地形的空间变化,即

$$e_i = b_1 + b_2 x_i + b_3 y_i \quad (2-44)$$

式中: $e_i$ 为第 $i$ 点按式(2-44)计算的高程; $b_1, b_2, b_3$ 为系数,通过使下列残差平方和最小来率定,即

$$G = \sum_{i=1}^n (z_i - e_i)^2 \quad (2-45)$$

由于式(2-44)是一个空间平面方程,起到了匀化地形起伏的作用。因此,据此求得该平面倾斜方向的坡度即为平均流域坡度。

(2)高程曲线法 根据高程曲线的定义,流域高程曲线的面积对面积—河长曲线的面积之比值,就是一种平均流域坡度。

## 第六节 河系的随机模拟

在河系的发育过程中,大小不同河流的形成及相互交汇可能有各种不同的方式,表现出随机性,服从一定的统计规律。

**有限布局随机河系模式** Shreve 于 1966 年指出,在无地质控制的条件下,河系的布局可认为是随机的,其总体是指具有相同数目河源所形成的完全不同的河系布局的总数,而且每一种布局有相同的出现概率。例如河源为 5 的河系布局有 14 种(图 2-8),其中每种布局的出现概率为 $\frac{1}{14}$ 。在一般的情况下,布局数为

$$W(N_1) = \frac{1}{2N_1} \sum_{i=1}^{2N_1-1} \binom{2N_1-1}{N_i} \quad (2-46)$$

式中:  $N_1$  为河源数;  $W(N_1)$  为河源数是  $N_1$  的河系布局数。由式 (2-46) 不难计算出河源数为 1~6 的河系布局数分别为 1, 1, 2, 5, 14 和 42。河源数再增加, 河系布局数将激增。当河源数为 10 时, 河系布局数将增至 4842; 当河源数达到 15 时, 河系布局数竟高达  $2674 \times 10^3$ 。

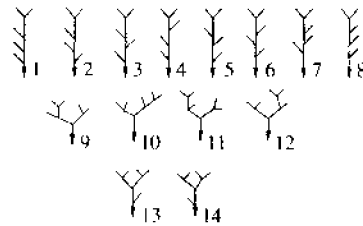


图 2-8 具有 5 个河源的 14 种河系布局

由于随着河源数的增加, 河系布局数增加十分迅速, 为便于揭示河系分叉上的差异, 有必要对河系布局按其分叉特征进行分组, 每种分叉特征可用  $S=(N_1, N_2)$ ,  $S=(N_1, N_2, N_3)$ ,  $S=(N_1, N_2, N_3, N_4)$ ,  $\dots$ ,  $S=(N_1, N_2, N_3, \dots, N_{\Omega}=1)$  等来表示, 这里  $N_i (i=1, 2, \dots, \Omega)$  表示  $i$  级河流的数目。例如, 对图 2-8 所示的情况, 按河系分叉特征可分为两组, 第 1 组的 8 种河系布局属 2 级河系, 其特征是  $N_1=5, N_2=1$ , 故记作  $S=(5, 1)$ ; 第 2 组的 6 种河系布局属 3 级河系, 其特征是  $N_1=5, N_2=2, N_3=1$ , 故记作  $S=(5, 2, 1)$ 。可以证明, 在河源数相同的全部不相同的河系布局中属于  $S$  的河系布局数为

$$W(S) = \prod_{i=1}^{\Omega-1} 2^{N_i-2N_{i+1}} \binom{N_{i-2}}{N_i-2N_{i+2}} \quad (2-47)$$

表 2-1 列出了不同河源数  $N_1$  和不同流域级  $\Omega$  的河系布局数  $W(N_1)$  和其中属于  $S$  分组的数目  $W(S)$ 。由表可见, 虽然河系布局数在河源数很大时极其庞大, 但按河系分叉特性的分组数  $W(S)$  却相对小得多。

表 2-1 不同  $N_1$  和  $\Omega$  的  $W(N_1)$  和  $W(S)$  数值表

$\Omega$	$N_1$							
	6		24		40		60	
	$W(N_1)$	$W(S)$	$W(N_1)$	$W(S)$	$W(N_1)$	$W(S)$	$W(N_1)$	$W(S)$
2	16	1	$4.19 \times 10^6$	1	$2.75 \times 10^7$	1	$2.88 \times 10^{17}$	1
3	26	2	$1.35 \times 10^{11}$	11	$1.60 \times 10^{16}$	19	$2.17 \times 10^{24}$	29
4	0	0	$2.08 \times 10^{-11}$	25	$6.10 \times 10^2$	81	$3.19 \times 10^{-11}$	196
5	0	0	$1.63 \times 10^8$	10	$2.42 \times 10^{13}$	84	$8.45 \times 10^{19}$	364
6	0	0	0	0	$1.85 \times 10^3$	10	$4.94 \times 10^5$	110

根据相同河源数形成完全不同河系布局是等可能性的假设,由式(2-47)和(2-46)即可计算出  $S$  的概率为

$$P(S) = \frac{W(S)}{W(N_1)} \quad (2-48)$$

表 2-2 列出了当  $N_1=60$  时,2、3、4 级河流数目  $N_2$ 、 $N_3$ 、 $N_4$  不同组合的出现概率。该表前 10 行列出的属于 4 级河系,它们的出现概率达到了 48.22%,分叉比则接近 4,这与实际资料分析结果  $R_b=3\sim 5$  基本吻合。该表的后 10 行表明,每一种出现的概率都较小,都小于 0.1%,它们中有 7 行属于 3 级或 5 级河系,且分叉比偏离 4 较远。Shreve 曾对  $N_1 < 100$  的各种情况进行了计算,结论也是分叉比接近 4 的河系的出现概率最大。

**无限布局随机河系模式** 在地貌水文学研究中,一个天然河系总可认为被嵌入在一个更大的河系中,这就是说,河系的布局可认为是无限的。Shreve(1967)曾导出了这种无限布局随机河系的特征,前提是假设在这种无限布局随机河系中,河源数相同而布局完全不同的河系以相同的概率出现。无限布局随机河系的一些特性比有限布局随机河系更简单,兹归纳如下:

表 2-2  $N_1=60$  时不同  $S$  的出现概率及相应的河系的分叉比

$N_1$	$N_2$	$N_3$	$P(S)$	$\sum P(S)$	$R_H$
15	4	1	0.0675	0.0675	3.91
14	3	1	0.0954	0.1269	3.79
16	4	1	0.0591	0.1860	3.95
15	3	1	0.0563	0.2423	3.83
14	4	1	0.0554	0.2978	3.87
13	3	1	0.0459	0.3436	3.75
16	3	1	0.0394	0.3830	3.87
17	4	1	0.0375	0.4206	3.98
13	4	1	0.0321	0.4527	3.83
16	5	1	0.0296	0.4822	4.01
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
19	4	2	0.0015	0.9679	2.60
20	4	1	0.0015	0.9694	4.07
12	5	1	0.0014	0.9707	3.85
20	5	2	0.0013	0.9720	2.65
20	6	2	0.0013	0.9733	2.69
18	7	2	0.0012	0.9745	2.69
13	1	0	0.0011	0.9756	8.59
17	7	2	0.0011	0.9767	2.67
18	2	1	0.0010	0.9777	3.82
12	5	2	0.0010	0.9787	2.52

在无限布局随机河网中,当两条交汇河流均为  $\omega-1$  级,或一条为  $\omega$  级,另一条低于  $\omega$  级时,它们交汇所形成的下游河流必为  $\omega$  级。因此,从一个无限布局随机河系中随机抽取一条  $\omega$  级河流的概率  $u(\omega)$  为

$$u(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \omega = 1 \\ \frac{1}{2} u(\omega-1)^2 + u(\omega) \sum_{\alpha=1}^{\omega-1} u(\alpha), & \omega = 2, 3, \dots \end{cases} \quad (2-49)$$

式中  $\frac{1}{2}$  为随机抽取一个内链的概率。对式(2-49)求和,有

$$\sum_{\beta=2}^{\omega-1} u(\beta) = \frac{1}{2} \sum_{\beta=2}^{\omega-1} u(\beta-1)^2 + \sum_{\beta=2}^{\omega-1} u(\beta) \sum_{\alpha=1}^{\beta-1} u(\alpha)$$

故

$$2 \sum_{\beta=2}^{\omega-1} u(\beta) = \left[ \left( \sum_{\beta=1}^{\omega-1} u(\beta) \right)^2 - u(\omega-1)^2 \right]$$

应用  $u(1) = \frac{1}{2}$ , 解上式得

$$\sum_{\beta=2}^{\omega-1} u(\beta) = 1 - u(\omega-1)$$

将上式代入式(2-49),得

$$u(\omega) = \frac{1}{2^{\omega}}, \quad \omega = 1, 2, 3, \dots \quad (2-50)$$

当两条分别为  $\alpha, \beta (\alpha + \beta = n)$  级的链交汇时,其下游的链的级必为  $n$ 。因此,从一个无限布局随机河系中随机抽取一条  $n$  级链的概率  $V(n)$  为

$$V(n) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & n = 1 \\ \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^n V(\alpha) V(n-\alpha), & n = 2, 3, \dots \end{cases} \quad (2-51)$$

式中  $\frac{1}{2}$  为抽取一条内链的概率。令

$$R(r) = \sum_{n=1}^{\infty} V(n) r^n$$

将上式的两边平方,得

$$R^2(r) = \sum_{n=1}^{\infty} r^n \sum_{a=1}^{n-1} V(a)V(n-a)$$

代入式(2-51),得

$$R^2(r) = 2R(r) - r$$

或

$$R(r) = 1 - (1-r)^{1/2}$$

最后可将式(2-51)表达为

$$V(n) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & n=1 \\ \frac{2^{-(2n-1)}}{2n-1} \binom{2n-1}{n}, & n=2,3,\dots \end{cases} \quad (2-52)$$

在一个无限布局随机河系中,当某一条链的上端两条分叉链属于 $\omega-1$ 级河流时,此条链必属于一条 $\omega$ 级河流。因此,从一个无限布局随机河系中随机抽取一条 $\omega$ 级河流的概率 $S(\omega)$ 可由式(2-51)或(2-52)给出:

$$\begin{aligned} S(2)/S(1) &= V(2)/V(1) = \frac{1}{4} \\ S(\omega+1)/S(\omega) &= \frac{\frac{1}{2}u(\omega)^2}{\frac{1}{2}u(u-1)^2} = \frac{1}{4} \end{aligned} \quad (2-53)$$

由 $N_n=1$ 及式(2-53)可得

$$N_1 = 4^{a-1}$$

河系中河流总数为

$$N_T = \sum_{\omega=1}^a N_{\omega} = \frac{1}{3}(4^a - 1)$$

由于 $4^a \gg 1$ ,所以上式又可近似地表达为

$$N_T = \frac{1}{3}4^a \quad (2-54)$$

最终可得

$$S(\omega) = \frac{3}{4^{\omega}}, \quad \omega = 1, 2, \dots \quad (2-55)$$



基于无限布局随机河系模式,可从理论上导出 Horton 河数定律和河长定律。

根据大数定律及式(2-55),可以发现不同级的河流数,从较低级到较高级,呈现以 $\frac{1}{4}$ 为公比的几何级数。前已述及,自然界实际流域的平均分叉比为4。可见两者是一致的。由大数定律及式(2-50),则可以发现不同级河流的平均链数目,从较低级到较高级,呈现以 $\frac{1}{2}$ 为公比的几何级数。从以上两个结论可进一步推知,每条河流所包含的平均链数随级的增加,呈现以2为公比增加的几何级数。

为导出河长定律,必须对链长作一定假设。最简单的假设是令内、外链长相等,且为常数,用 $l$ 表示。这时,由以上一些结论可以推知,平均河长随河流级的增加,呈现以2为公比增加的几何级数。级数中的每一值正是自然界实际河系河长比的均值。

对于一个有 $N_1$ 个河源、平均链长为 $l$ 的河系,它的河流总长度 $L_r$ 显然为

$$L_r = (2N_1 - 1)l \quad (2-56)$$

假设每条链平均的坡地面积为 $kl^2$ ,则该河系的流域面积可表示为

$$A = kl^2(2N_1 - 1) \quad (2-57)$$

式中, $k$ 为系数,近似为1。由于 $2N_1 \gg 1$ ,故上式又可写成

$$A = 2l^2 N_1 = 2l^2 4^{n-1} \quad (2-58)$$

式(2-58)表明,在无限布局随机河系中,不同级河流的平均流域面积随河流级的增加,呈现以4为公比增加的几何级数,这与自然界河系平均面积比近似为4是一致的。

根据 Horton 关于干流的定义以及 Horton 分级法与 Strahler 分级法的对应关系,干流长度可表示为

$$L = \sum_{n=1}^n L_n$$

考虑到河长定律及 1 级河流平均河长等于平均链长  $l$ , 上式又可表示为

$$L = \sum_{n=1}^n 2^{n-1} l = (2^n - 1)l \approx 2^n l \quad (2-59)$$

从式(2-58)和(2-59)中消去  $\Omega$ , 得

$$L = \sqrt{2} A^{0.5} \approx 1.41 A^{0.5} \quad (2-60)$$

式(2-60)与式(2-26)十分接近。

由河段频数的定义并利用式(2-54)和(2-58), 得河段频数  $C_f$  的表达式为

$$C_f = \frac{N_f}{A} = \frac{2}{3} F^2 \quad (2-61)$$

又由河网密度的定义, 并应用式(2-56)和(2-57), 再令式(2-57)中  $k \approx 1$ , 得河网密度  $D$  的表达式为

$$D = \frac{1}{l} \quad (2-62)$$

从式(2-61)和(2-62)中消去  $l$ , 有

$$C_f = \frac{2}{3} D^2 = 0.667 D^2 \quad (2-63)$$

式(2-62)与式(2-39)十分接近。

**河系形成的随机游移模式** “随机游移”是数理统计中提供“最可能状态”数学模拟的常用方法之一。此法也可用来解释河系的生成。

许多年来, 一些学者已把树枝状河系解释为是由于均匀岩性区域的随机发展形成的。Leopold 和 Langbein(1962)是第一次试图定量地描述这一随机发展过程的学者。后人就将他们提出的模型称为 Leopold—Langbein 模型。该模型采用了以二维随机游动游戏来模拟河系的思路, 其中源的位置和水流方向是随机地选择的。

Leopold 和 Langbein 将河系的发育方式分为两种情况, 即地

表坡度较陡和地表坡度较缓两种情况。在地表坡度较陡的情况下,雨水落到地面将形成犁沟。这些犁沟首先按地面的坡度来决定它们的原始位置。由于水流方向的偶然性,一旦水流偏离原来流向,就可能导致合并现象的发生。假设地表上一些起始点  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是等距分布的(图 2-9),每一点都可能成为河源,并可能延伸成小河流,在延伸过程中将会发生随机偏离,以致发生两两相遇。两条小河流相遇后,就会合并成较大的河流。在这种情况下随机形成的河系,树枝状不明显,而平行状则占优势。

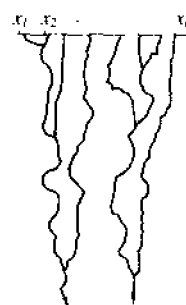


图 2-9 陡峻地表情况下河系的随机游移模式

在地表坡度较缓的情况下,可设想用一个方格来代表流域内一个单元面积(图 2-10)。每个单元面积上产生的径流都必须向



图 2-10 地表坡度较缓条件下河系的随机游移模式

外排出。相邻单元面积的中心可以连成一直线,箭头代表水流方向。如果每个单元面积内土壤、岩性等均匀,则可认为每个单元面积上的水流向四个方向流动是等可能性的。这样,将各箭头连结起来,就可生成一个河系,这样生成的河系具有树枝状结构,并且对每一种可能出现的情况应具有同样的出现概率。

若采用 Strahler 分级法对 Leopold—Langbein 模型生成的河系进行分级,则发现满足 Horton 河数定律和河长定律,正像从大量随机碰撞的气体分子的统计分析中得到理想气体定律一样,这一结论反映了 Leopold—Langbein 模型生成的河系是一种最可能出现的河系。

按上述游移规则生成的河系是简化了的,自然界的实际情况要比这复杂得多。例如,由于受流域总坡度和局部地形的影响,各条河流沿总坡度方向相交汇的机会就会多些。一般应针对各流域的具体地质、地形条件,适当地调整随机游移模式中的游移规则来使得结果能更好地反映实际情况。Scheidegger 曾针对阿尔卑斯山山坡坡度较陡的特点,取每一单元面积的水流向下坡方向流动的概率为 0.5,向左、右方向流动的概率各为 0.25,据此生成的河系与莱茵河上游河系的实际情况十分相似。

## 第七节 河系的分形理论

分形理论的创造人 Mandelbrot 在 1986 年给分形下的定义是:分形是组成部分以某种方式与整体相似的形。换言之,分形是指一类无序的、混乱而复杂的,但其局部与整体有相似性的体系。这种体系的形成过程具有随机性,其维数不是整数,而是分数,故称为分数维,简称分维。

早在 1945 年, Horton 在解释他所发现的河数定律时就认为:这可能是由于河系本身按其结构循环发展的结果。根据分形概

念,这等价于河系是由一个分形元(单元河系)不断迭代而成的说法。正因为如此,一些地貌水文学家在接受了分形概念后就推测河系是分形的。

前已述及,河系由大大小小的河流交汇而成,且组成河系的每条河流总是弯曲的,大弯曲中又包含有小弯曲,这是河系的本性。因此,如何描述河系的密布性和河流的弯曲性就成为人们关注的问题。河系的密布性可用 Horton 的河数定律和 Schumm 的面积定律来描写,河流的弯曲性可用弯曲率来描写。但这些均与地形图的比例尺直接有关。当比例尺较小时,分辨率较低,某些小河道就无法表达出来;反之,当比例尺较大时,分辨率较高,就能将较细小的河道表达出来。这样就必然会造成地形图比例尺不同,求得的分叉比、面积比、弯曲率也各异。传统上是以欧几里得几何学为基础来分析自然现象的,为此强调体系的对称性和完整性(平滑性)。但实际情况并非如此,自然界到处充满着不对称、反对称和粗糙性。因此,仅有整数维数的欧几里得几何学就无法合理地描述此种情况。分形几何学的诞生,分数维数的引入,就为描述此种情况提供了有力的工具。

**河系分维的计算方法** 在河系的分形研究中,一般采用以下两种方法来计算河系的分维。

(1)用网格法计算分维 令  $A$  为  $m$  维空间中一个有界的点集合。若有一个边长为  $\epsilon$  的  $m$  维物体,用它来覆盖  $A$  所得的最小数目为  $N(\epsilon)$ ,则当  $\epsilon$  减小时,必导致  $N(\epsilon)$  增加。因此,对于一个小的  $\epsilon$ ,  $N(\epsilon)$  与  $\epsilon$  有如下关系:

$$N(\epsilon) \propto \epsilon^{-D_b} \quad (2-64)$$

$$\text{即} \quad N(\epsilon) = C \epsilon^{-D_b} \quad (2-65)$$

式中:  $D_b$  为集合  $A$  的网格维数;  $C$  为常数。  $D_b$  的更精确的定义为

$$D_b = \lim_{\epsilon, \epsilon' \rightarrow 0} \frac{\log [N(\epsilon)/N(\epsilon')]}{\log [\epsilon'/\epsilon]} \quad (2-66)$$

式中:  $\varepsilon'$  为另一个小于  $\varepsilon$  的边长。

在某一比例尺的地形图上, 若用两种网格边长  $r_1$  和  $r_2$  (若  $r_1 > r_2$ ) 设置网格(图 2-11), 则可分别计算出  $N(r_1)$  和  $N(r_2)$ 。根据式(2-66), 其分维可按下式计算。

$$D_0 = \frac{\log N(r_1) - \log N(r_2)}{\log\left(\frac{1}{r_1}\right) - \log\left(\frac{1}{r_2}\right)} \quad (2-67)$$

当取更多的网格长度设置网格来计算分维时, 可采用最小二乘法。网格计算方法是一种简单而快捷求得河系分维的方法, 目前得到了比较普遍的使用。

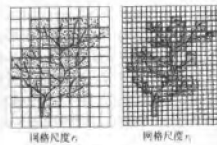


图 2-11 网格法示意

(2) 利用分叉比和河长比计算河系分维 前已述及, 根据 Horton 河数定律和河长定律, 可求得河系的总河长为

$$L = \frac{L_0 [1 - (R_0/R_1)^{\Omega}]}{1 - R_0/R_1} \quad (2-10)$$

在式(2-10)中, 虽然  $L_0$  可保持为常数, 但  $\Omega$  要随分辨率的提高而增加。若  $R_0/R_1 < 1$ , 则当  $\Omega \rightarrow \infty$  时, 式(2-10)收敛于一个有限值  $L_0$ , 因而有整数维 1。然而, 若  $R_0/R_1 \geq 1$ , 则式(2-10)是发散的, 这是最常见的情况。此时, 对于大的  $\Omega$  值, 显然有

$$L \sim (R_0/R_1)^{\Omega-1} \quad (2-68)$$

但知

$$S = (1/R_1)^{\Omega-1} \quad (2-69)$$

式中:  $S$  为 1 级河流的平均河长。将式(2-69)代入式(2-68), 消去  $(\Omega - 1)$ , 得

$$L \sim S^{1/(\log R_b / \log R_l)} \quad (2-70)$$

由式(2-70)可知, 如果将  $S$  作为分辨率, 则可得  $R_b/R_l \geq 1$  情况下河系的分数维为

$$D_b = \frac{\log R_b}{\log R_l} \quad (2-71)$$

综合以上分析, 可把河系分维与分叉比和河长比的关系表达为

$$D_b = \max\left(\frac{\log R_b}{\log R_l}, 1\right) \quad (2-72)$$

式(2-72)是由 LaBarbera 和 Rosso 于 1987 年导出的。由于河系是一个平面图形, 其维数应介乎 1~2 之间, 而根据式(2-72)可能会得出超过 2 的维数, 因此, 他们后来又将式(2-72)修正为

$$D_b = \min\left[\max\left(\frac{\log R_b}{\log R_l}, 1\right), 2\right] \quad (2-73)$$

**最高级河流河长的分维** 如果用一个小的  $\epsilon$  作为比尺来度量河流长度和流域面积, 则由 Mandelbrot(1982)理论给出了下列河长  $L(\epsilon)$  与相应流域面积  $A(\epsilon)$  的关系:

$$L(\epsilon) = C \epsilon^{1-d} [A(\epsilon)]^{d/2} \quad (2-74)$$

式中:  $C$  为比例常数;  $d$  为河流长度的分维。对于最高级河流, 式(2-74)变为

$$L_n(\epsilon) = C \epsilon^{1-d} [A_n(\epsilon)]^{d/2} \quad (2-75)$$

由 Horton 河长定律和 Schumm 面积定律可知

$$L_n(\epsilon) = \frac{L_1(\epsilon) [R_l^{\Omega(\epsilon)} - 1]}{R_l - 1} \quad (2-76)$$

$$A_n(\epsilon) = A_1(\epsilon) R_A^{\Omega(\epsilon) - 1} \quad (2-77)$$

将式(2-76)和(2-77)代入式(2-75), 得

$$d = \frac{\log[L_1(\epsilon)] + \log\{[R_l^{\Omega(\epsilon)} - 1]/(R_l - 1)\} - \log C - \log \epsilon}{\log[A_1(\epsilon)] + [\Omega(\epsilon) - 1]\log R_A - \log \epsilon} \quad (2-78)$$

为了确定比例常数  $C$ , 可对 1 级河流使用式(2-74)。这样就可求得  $C$  为

$$C = L_1(\epsilon)\epsilon^{d-1}[A_1(\epsilon)]^{-d/2} \quad (2-79)$$

将式(2-79)代入式(2-78), 得

$$d = 2 \frac{\log\{[R_L^{\Omega(\epsilon)} - 1]/(R_L - 1)\}}{[\Omega(\epsilon) - 1]\log R_A} \quad (2-80)$$

由于只有当  $\epsilon \rightarrow 0$  时才能正确地定义分维的概念, 因此, 为了求得最高级河流长度的分维, 应取当  $\epsilon \rightarrow 0$ , 即  $\Omega(\epsilon) \rightarrow \infty$  时式(2-80)的极限。这样求得的最高级河流长度的分维为

$$d = \max(1, 2\log R_L / \log R_A) \quad (2-81)$$

式(2-81)可用来确定最高级河流长度的分维及河长—流域面积关系的指数。

**分维与地形地貌参数的关系** 既然河系的分维可反映河系的密布性和河流的弯曲性, 因此, 河系的分维与流域的地形地貌参数和水文特征可能存在一定关系。李宗仰等人(1966)曾根据中国台湾省 21 条主要河流的资料探讨了这个问题。他们通过分析绘得(图2-12), 河系分维与河数和河段频数关系较为密切, 其相关系数分别可达 0.61 和 0.53。这两种关系具有较高的正相关系数并非偶然, 这是因为, 河系的分维越大, 则河系越发达, 也表明河流愈弯曲。以河系分维作为综合性的地貌参数是可行的, 但还要做进一步的研究工作。

## 第八节 数字高程模型(DEM)及应用

以计算机发明及应用为标志的信息革命, 给地形地貌研究带来了划时代的变革。数字高程模型(DEM)的出现就是一例。DEM 是一组关于地表面位置布局的高程测量数据, 是地表面高程空间变化的有序数值列阵, 在一些计算机软件支持下, 可用于对



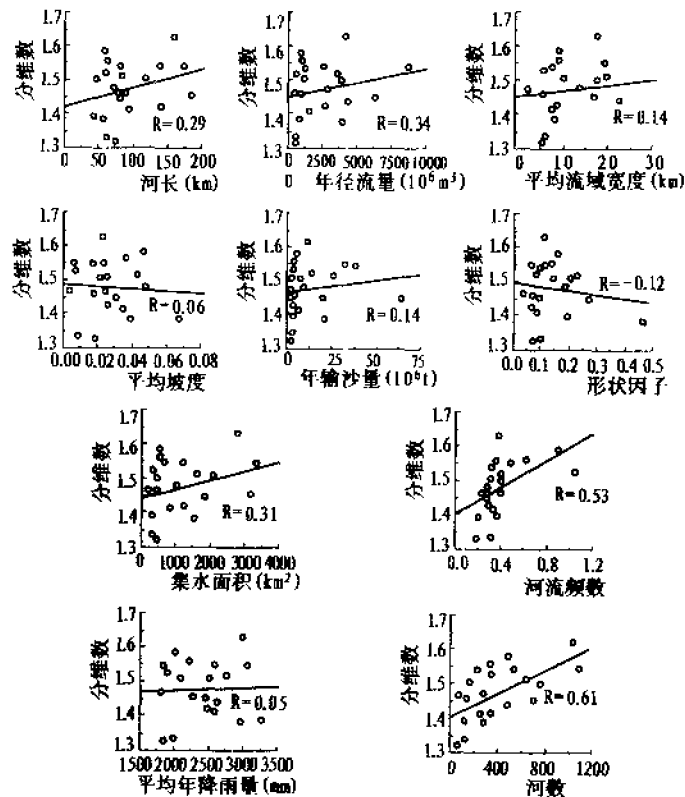


图 2-12 中国台湾 21 条主要河流的分维数与地形地貌和水文要素的关系

某个区域作地形地貌的数值分析。DEM 既能为复杂的地表形态提供有效的描述手段,又能为各种专题信息的叠加提供数字化的空间载体。探讨 DEM 的建立和应用,对流域产流和汇流的空间变化分析及其他地学分析都具有重要意义。

获取和存贮高程数据的基本方法主要有三种:基于规则网格的栅格法、不规则三角网(TIN)法和等高线法。栅格型 DEM 结

构,计算效率高,易于实现,常为分析水文要素空间变化问题所采用。不规则三角网按地表特征点(如山脊、山峰、鞍部等)构成不规则点阵网,以空间坐标集的形式贮存,其基本单元为三角面。虽然 TIN 能以精确的方式表达流域地形和流域分水线,但由于它的不规则性使得在计算流域地形地貌特性时比栅格法困难,尤其是确定三角面的上坡方向十分麻烦。等高线法由数字化的等高线构成,以平面坐标对的形式贮存。由于水流方向就是等高线的法线方向,所以可用一维水流方程来描述坡面流。但等高线法所需的数据存贮量要比栅格法大一个量级。

现在已研制了许多生成 DEM 的计算机软件。例如美国环境系统研究所研制的软件是以地理信息系统(GIS)软件 ARC/INFO 作为工作平台的,首先应用 ARC 模块中数字化子系统,将地形图的等高线及高程控制点(如山脊、山峰、鞍部等)的高程输入计算机,再应用 TIN 模块生成不规则三角网,最后由 GRID 模块生成栅格型数字高程模型。

利用 DEM 生成河系是通过称之为数字高程流域河网模型(Digital Elevation Drainage Network Model)来实现的。该模型简称为 DEDNM,它是一种数字河系模型,能够给出栅格水流流向、流域分水线;自动生成河系及子流域;进行河流及子流域编码以及提取地形地貌参数等。

一般采用 Fairfield 和 Leymaric(1991)提出的、称之为 D8 的方法来确定栅格中水流的流向。每个栅格中水流有 8 个可能的流向(图 2-13(a)),但按最大坡度方向确定栅格中水流实际发生的流向(图 2-13(b)和(c))。第  $i$  个栅格与邻近的第  $j$  个栅格之间的坡度  $S_{ij}$  可用下式计算

$$S_{ij} = \frac{z_j - z_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}} \quad (2-82)$$

式中:  $x_i, y_i$  为第  $i$  个栅格中心之平面坐标;  $z_i$  为第  $i$  个栅格中心

之高程;  $x_j, y_j$  为第  $j$  个栅格中心之平面坐标;  $z_j$  为第  $j$  个栅格中心之高程。

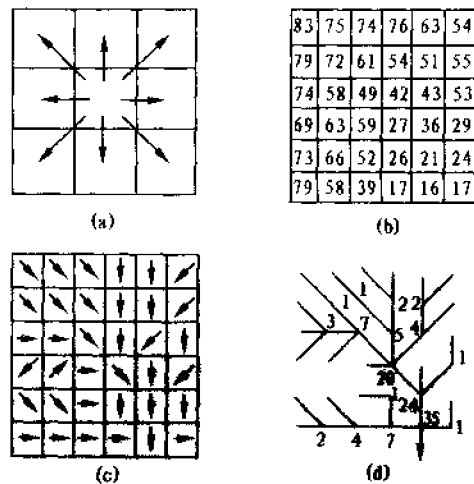


图 2-13 栅格水流的流向

(a) 8 个可能的流向; (b) 高程网格图 (数据为网格的平均高程);  
(c) 按最大坡度方向确定流向; (d) 生成的水系

从 8 个方向流入水流的栅格称为凹坑, 例如实际地貌中的水库、湖泊等。相邻栅格高程相等无法判定流向的称为零点, 例如实际地貌中的成片平地。凹坑与零点的识别和处理, 是确定栅格中水流流向必须解决的问题。

凹坑一般有两种类型: 一是凹陷型洼地, 它是指一组栅格的高程低于其四周的情况; 二是阻挡型洼地, 它是指垂直于水流方向有一个高程较高的狭长带栅格的情况。对于阻挡型洼地, 可通过降低阻挡栅格的高程使水流穿过去的方法; 对于凹陷型洼地, 可通过将洼地内所有栅格垫高至周围最低栅格高程的方法。

无论是原先存在的零点, 还是通过上述垫高后产生的零点, - -

般可采用高程增量叠加算法来确定其水流方向,即通过平坦栅格高程的微调增高来取得整个研究区域内合理的河系。高程增量叠加法需要两个数阵,一是经过凹陷洼地垫高填平处理后的 DEM 数阵,称为数阵 A;另一是数阵 A 的拷贝,称为数阵 B。首先搜索数阵 A 的每一栅格,检查是否存在凹坑,如不存在,则说明凹坑已被填平,并成为平地的一部分。一旦数阵 A 中搜索到平地,就相应地在数阵 B 对应的栅格上叠加 0.001m 的高程增量。这时以数阵 B 中的数据取代数阵 A 中的数据,再继续重复搜索数阵 A,直到平地不存在为止。每完成一次搜索都在找到的平地叠加一个高程增量。当按最陡坡度原则能确定平地任一栅格的水流流向时,便完成搜索。

应用 DEM 来识别流域的分水线,必须首先定出流域出口断面的大致位置,即出口断面所在栅格的平面坐标。程序运行时,将在屏幕上显示所定流域出口断面附近的栅格的上坡集水面积,以便由此确定出流域出口断面的准确位置。一旦出口断面位置确定,就可按前述确定的栅格中水流的流向,采用搜索程序勾画流域边界,最终获得一个定义流域内外的数阵。

在生成河系时,应给定一个最小水道给养面积阈值,将流域范围内集水面积超过此阈值的即作为有水道的区域。然后给定一个最小水道长度,若 1 级水道的累计长度小于此值,则被删去,因为那些很短的 1 级水道可能是伪水道。这样,最终即可生成河系。

对河系中所有节点进行编码,有利于构建流域汇流计算方法和河系数据库。一般采用由 Garbrecht(1988)提出的编码系统对河系的所有节点进行编码。首先从流域出口断面向上游靠左搜索,对每个节点按次序递增编码,直至水道起始点为止。然后从该水道起始点反向搜索,直至找到新的节点或水道起始点为止,并按递增规则编码;依次类推,直至搜索到流域出口断面时结束编码。由这种编码法可知,流域出口断面的编码为 1,在向上游搜索汇入

某一节点的河段数时,如果只有一条或两条河段汇入该节点,则该节点编码增量为1;如果存在多于 $N(N \geq 2)$ 个河段汇集于某一节点的现象,则该节点的编码增量为 $N-1$ ,也就是将这种节点分解成最多只有两条河流汇合的情况,从而部分消除由于较低分辨率造成的集总效应。

基于河系编码的数目,利用DEM可生成流域河系栅格图及其子流域所有河段起始点上游汇水面积、左右岸集水区域的编码系统。这样的子流域是按照下垫面地形特征、水流方向和河系特征由计算机自动生成的,可为分布式流域水文模型的建立提供基础。

文献[42]给出了应用DEM生成河系的实例。淮河史灌河蒋集以上流域面积为 $5\,930\text{km}^2$ 。以地理信息系统软件ARC/INFO作为工作平台,将该流域1:100 000地形图的等高线和控制点(如山峰等)高程输入计算机,最终生成了边长为1 000m的栅格型DEM。采用D8法按最陡坡度原则确定栅格的水流流向,对其中的凹坑和零点作出识别和处理,从而得到了栅格水流流向图(图2-14(a))。考虑到史灌河流域南部和北部在地形地貌上的差别对河系发育的影响,将其分成四个区域,分别给定最小水道给养面积阈值和最小水道长度(表2-3),借助于所得到的栅格水流流向图,就可以生成河系(图2-14(b))。图2-14(c)是从1:100 000地形图上手工获取的河系,比较图2-14(b)和图2-14(c),可以看出两者相当一致。

表 2-3 史灌河流域不同分区的最小水道给养面积阈值和最小水道长度

分区序号	经纬度		最小水道给养 面积阈值( $\text{km}^2$ )	最小水道长度 (km)
	北 纬	东 经		
1	$31^\circ \sim 31^\circ 40'$	$115^\circ \sim 116^\circ$	54	1.8
2	$31^\circ 40' \sim 32^\circ$	$115^\circ \sim 116^\circ$	55	1.8
3	$32^\circ \sim 32^\circ 20'$	$115^\circ 30' \sim 116^\circ$	60	2.0
4	$32^\circ \sim 32^\circ 20'$	$115^\circ \sim 115^\circ 30'$	60	2.2

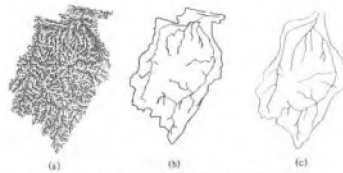


图 2-14 由 DEM 生成的河系及与实测地形图的比较  
(a) 栅格水流流向图; (b) 由 DEM 生成的史密河流域河系;  
(c) 由 1:10 万地形图手工得到的史密河流域河系

## 第三章 产流与汇流

### 第一节 概 述

由流域内降水形成的沿着流域地面和地下向河流、湖泊、水库、地下含水层等水体汇集的水流称为径流。其中被流域出口断面截获的部分称为河川径流。从降水落到地面再汇集到流域出口断面的整个过程称为河川径流形成过程,它包括流域产流和流域汇流两个相互联系又相互区分的子过程。

作为河流水文学重要组成部分的产流、汇流理论,旨在探讨不同气候和下垫面条件下径流形成的物理机制,揭示不同介质中水流汇集的基本规律,在此基础上,寻求产流和汇流的计算方法。

产流、汇流理论发展到今天大体上经历了四个阶段。19 世纪以前为第一阶段,这是人们对产汇流现象仅有感性认识或只能作简单定量的阶段,代表性的事件是中国唐代柳宗元(公元 773—819)对径流形成过程所作的“东穷归墟,又环西盈。脉穴土区,而浊浊清清。坟垆燥疏,渗渴而升。充融有余,泄漏复行”的描述,以及法国人 Perreault 于 1674 年所作的塞纳河流域的年降雨径流系数为 $1/6$ 的计算。19 世纪至 20 世纪初为第二阶段,这期间主要的理论贡献是奠定了汇流理论的水动力学基础,19 世纪,以牛顿力学为基础的古典科学得到了极大的发展,在水文科学领域内,基于牛顿力学,于 1856 年提出了描述渗流运动规律的 Darcy 定律,于 1871 年提出了描述明渠缓变不稳定流运动规律的 St. Venant 方程组。前者为土壤水和地下水动力学奠定了基础;后者为研究河道及坡面洪水运动和流域汇流奠定了基础。20 世纪 20 年代至 50 年代为第三阶段,这期间由于生产力的发展,人们期望科学地掌握河流洪水与枯水的变化

规律,以便预测预报洪水与枯水,修建水利工程控制洪水、调节枯水。这种与水旱灾害作斗争的客观需要,使得产流、汇流理论得到了长足的发展。1921年, Ross 提出了面积—时间曲线;1932年, Sherman 提出了单位线;1935年, Horton 提出了匀质包气带的产流理论等,都在建立产流、汇流理论体系的框架中占有重要地位。20世纪60年代以来为第四阶段。电子计算机的发明与应用,引发了信息革命,带来了现代科学技术的突飞猛进。60年代出现了世界上第一个流域水文模型——Stanford 模型;70年代 Dune 等人提出了“山坡水文学”产流理论;80年代 Rodriguez-Iturbe 和 Gupta 等人发展了地貌瞬时单位线理论;90年代结合地理信息系统、测雨雷达、卫星遥感等高新技术的引入,正在探索更有效的分布式流域水文模型。产流、汇流理论日臻完善,新的理论和方法时有提出,学术思想十分活跃,已成为目前产流、汇流理论发展的特点。

## 第二节 产流机制

产流机制是指降雨产生径流的基本物理条件,它取决于下垫面结构及降雨特性。早在1935年, Horton 就明确指出,降雨强度( $i$ )超过地面下渗能力( $f_p$ )以及包气带缺水量( $D$ )得到满足,即下渗到包气带中的水量( $I$ )与其蒸散发量( $E$ )之差值超过其缺水量,是产流的基本物理条件。Horton 断言:如果  $i \leq f_p, I - E \leq D$ , 则无径流产生,河流的水位、流量处于原先的消退状态;如果  $i > f_p, I - E \leq D$ , 则河流中将出现尖瘦且涨落洪段大致对称的洪水过程线,这是由单一地面径流形成的;如果  $i \leq f_p, I - E > D$ , 则河流中将出现矮胖且涨落洪段大致对称的洪水过程线,这是由单一地下水径流形成的;如果  $i > f_p, I - E > D$ , 则河流中将出现涨洪快速、落洪缓慢,且涨落洪段明显不对称的洪水过程线,这是由地面径流和地下水径流混合形成的。Horton 产流理论正确地阐明了均质



包气带情况下超渗地面径流和地下水径流产生的物理条件,是中国在 20 世纪 60 年代提出“蓄满产流”和“超渗产流”两种产流模式的理论基础。

但在自然界中,由于种种原因,包气带的岩土结构在许多情况下并非均质,而是层次结构。人们曾不止一次地从一些流域的退水曲线分析中发现有多于两种径流成分存在;在一些表层土壤十分疏松、下渗能力很大的地区,即使降雨强度不够大,也可以观测到地面径流现象。这些情况为上述 Horton 产流理论所不能解释。从 20 世纪 60 年代起, Hewlett 就开始注意这个问题,直到 20 世纪 70 年代初, Kirkby 等人才在大量水文实验研究的基础上,提出了一种称为“山坡水文学”产流理论的新产流理论。这种产流理论认为,在两透水性有差别的土层相叠而形成的相对不透水界面上,在地面有降雨下渗补给的情况下,可形成临时饱和带,其侧向流动即成为壤中水径流;如果该界面以上土层的透水性远好于其下面土层的透水性,则随着降雨下渗补给的继续,该临时饱和带容易向上发展,直至上层土壤全部达到饱和含水量,这时如仍有降雨补给,则将出现地面径流现象。这样产生的地面径流有别于上述由于超渗机制产生的地面径流,故称为饱和地面径流。“山坡水文学”产流理论使得人们对自然界复杂的产流现象有更深入的认识,是对 Horton 产流理论的重要补充。

剖析一下上述超渗地面径流、地下水径流、壤中水径流和饱和地面径流等 4 种基本径流成分的产生机制,可以发现任何一种径流成分都是在两种不同透水性介质的界面上形成的,这就是所谓界面产流规律。如果将该界面作为下渗面,则任何一种径流成分都是它的“超渗量”。但如果着眼于该界面以上土层的水量平衡,则又可知任何一种径流成分都是该土层的水量平衡方程式中的“余额”。

现有产流机制的主要不足之处是忽略了地形坡度和土层各向异性对产流的影响;对非饱和侧向流在壤中水径流和地下水径流形

成中的作用也注意不够。关于地形坡度对产流的影响,1981年,Zaslusky曾引用过这样一个例子:若用下渗能力作为指标来决定茅草可否作为盖屋顶的材料,则必定会作出由于其下渗能力太大而不宜作盖屋顶材料的结论,但事实上人们并未发现雨水透过茅屋顶漏入室内。究其原因,是因为茅屋顶不仅具有陡峻的坡度,而且具有各向异性,即垂直于茅屋顶方向的渗透性远小于平行于茅屋顶方向的渗透性。关于非饱和侧向流的存在及对产流的作用问题,有两个实验资料可以说明。1963年,Hewlett等人在实验室内取一个长为13.71m、宽和高均为0.91m的倾斜水泥槽,其中填充了混合均匀的自然沙土。灌水至田间持水量,并加盖塑料薄膜以防止蒸发。结果发现在150天内均可明显地观测到这个槽的坡脚处有逐渐变小的流量排出。这证明非饱和侧向流是存在的。Hewlett等人甚至断言:“陡峻流域土层中的非饱和流是维持河流中基流的主要机制。”当然,在自然条件下,由于蒸散发的存在,这个断言就值得商榷了。1970年,Zaslusky在野外试验区内曾做了一个揭示非饱和侧向流作用的试验。试验区域为正方形,每边长21.34m,区内土质均一,土层下面无不透水隔板。试验中用人工降雨器保持降雨空间分布均匀,并把降雨强度控制在观测不到地面径流的范围内。雨止后10天发现在土层的20cm和40cm深度处的土壤含水量与地形曲率有良好的关系,地形凹处的土壤含水量明显地大于地形凸处的土壤含水量,相关系数达到0.9。

对地形坡度、土层各向异性及非饱和侧向流的作用进行深入研究,将有利于对产流机制作进一步的揭示。

### 第三节 基本产流模式

自然界包气带结构的复杂性和降雨特性时空分布的多样性,导致了包气带在产流过程中一般要涉及到一种以上产流机制。对一定气

候条件下特定的包气带结构和降雨特性可能发生的产流机制的组合称为产流模式。因此,一种产流模式将包含一种或一种以上径流成分。据分析,目前认为自然界可能发生的产流模式共有9种。

**I型** 总径流只包括超渗地面径流,其发生的基本条件是包气带很厚,土壤含水量小,透水性差;降雨强度较大;或包气带虽不很厚,但久旱以后遇到大强度暴雨。此种情况下,影响一场降雨形成的总径流量的因素是降雨量、降雨强度、初始土壤含水量和雨期蒸散发量。

**II型** 总径流由超渗地面径流和壤中水径流组成,其发生的基本条件是包气带中相对不透水层埋深很浅,但下层很厚;上层土壤透水性差,下层则更差;降雨强度较大,或久旱以后遇到大强度暴雨。此种情况下,影响一场降雨形成的总径流量的因素是降雨量、降雨强度、上层初始土壤含水量和雨期蒸散发量。

**III型** 总径流由饱和地面径流和壤中水径流组成,其发生的基本条件是包气带中相对不透水层埋深很浅,但下层很厚;上层土壤透水性很好,下层很差;降雨强度几乎不可能超过地面下渗能力,或在久雨之后。此种情况下,影响一场降雨形成的总径流量的因素是降雨量、降雨强度、初始土壤含水量和雨期蒸散发量。

**IV型** 总径流由超渗地面径流和地下水径流组成,其发生的基本条件是包气带不厚,由均质土壤构成,地面透水性一般;降雨历时较长,易达到田间持水量,而不能达到饱和含水量。此种情况下,影响一场降雨形成的总径流量的因素是降雨量、包气带初始土壤含水量和雨期蒸散发量。

**V型** 总径流由壤中水径流和地下水径流组成,其发生的基本条件是包气带不厚,但相对不透水层埋深相对较深,上层土壤易透水,下层略次之;降雨强度几乎不可能超过地面下渗能力。此种情况下,影响一场降雨形成的总径流量的因素是降雨量、包气带初始土壤含水量和雨期蒸散发量。

Ⅵ型 总径流只包括壤中水径流,其发生的基本条件是包气带厚,包气带中相对不透水层埋深浅,上层土壤易透水,下层透水性很差;降雨强度几乎不可能超过地面下渗能力。此种情况下,影响一场降雨形成的总径流量的因素是降雨量、降雨强度、上层初始土壤含水量和雨期蒸散发量。

Ⅶ型 总径流由饱和地面径流、壤中水径流和地下水径流组成,其发生的基本条件是包气带不厚,存在相对不透水层,地面易透水,下层土壤的透水性略次;降雨强度不超过地面下渗能力,降雨历时较长。此种情况下,影响一场降雨形成的总径流量的因素是降雨量、上层初始土壤含水量和雨期蒸散发量。

Ⅷ型 总径流由超渗地面径流、壤中水径流和地下水径流组成,其发生的基本条件是包气带不厚,存在相对不透水层,地面透水性较差,下层土壤的透水性更差;降雨强度大,降雨历时较长。此种情况下,影响一场降雨形成的总径流量的因素是降雨量、包气带初始土壤含水量和雨期蒸散发量。

Ⅸ型 总径流仅包括地下水径流,其发生的基本条件是包气带不厚,均质土壤结构,透水性好;降雨强度几乎不可能超过地面下渗能力,降雨历时较长。此种情况下,影响一场降雨形成的总径流量的因素是降雨量、包气带的初始土壤含水量和雨期蒸散发量。

从上述分析可以看出,如果以影响一场降雨形成的总径流量的因素作为分类依据,则上述9种产流模式可进一步概括为两类:其一是总径流量受降雨强度影响;其二是总径流量不受降雨强度影响。前者称为“超渗”产流模式;后者称为“蓄满”产流模式。这两种产流模式即为自然界基本产流模式,它们是现行流域产流量计算方法的基础。

因此,所谓超渗产流和蓄满产流显然是针对一场降雨产生的包括若干径流成分的总径流量而言的,离开这个前提,超渗产流模式和蓄满产流模式之分就缺乏科学依据了。

#### 第四节 流域产流

在降雨过程中,流域内对出口断面径流量有贡献的区域称为产流区,其面积称为产流面积。流域产流面积的大小及位置在降雨过程中是变化的,这是流域产流的一个重要特点,对其变化规律的揭示和定量描述,是计算确定流域产流量的关键。

据观察,流域产流面积的变化过程一般如图 3-1 所示。降雨开始前,河流中的水量主要来自流域中包气带较厚的中、下游地区的地下水补给。在流域的上游地区,由于土层浅薄,一般是没有什么地下水补给河流的。降雨初期,流域中易产流的地区先产流,这些易产流地区包括土层浅薄地区、河沟附近土壤含水量较大的地区以及降雨强度大的地区等。这时,河沟开始向上游延伸,河网密度开始增加。随着降雨的继续,河网密度不断增加,产流面积不断扩大,从而组成了流域出口断面处涨洪段不同时刻的流量。降雨停止后,流域中河网密度逐渐减小,河中流量进入消退阶段。

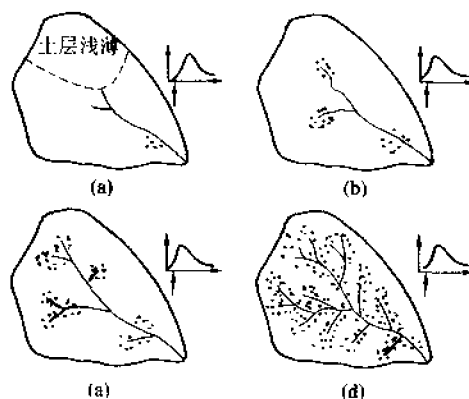


图 3-1 流域产流面积变化

(a)降雨开始前;(b)降雨初期;(c)、(d)继续降雨

流域产流面积的变化取决于降雨特性和下垫面特性的空间分布的不均匀性。所涉及的降雨特性主要是降雨量和降雨强度。所涉及的下垫面特性主要是包气带土层厚度、土质、结构、土壤含水量及植被等。足见流域产流面积变化是十分复杂的。这里仅探讨降雨空间分布均匀情况下蓄满产流和超渗产流的产流面积变化的描述方法和特点。

为了分析降雨空间分布均匀情况下蓄满产流的产流面积变化,引入流域蓄水曲线的概念。流域上各处包气带的厚度及其岩土特性一般是不均匀的。因此,当全流域处于最干旱状态时,各处包气带的含水量也不一样,或者说,各处包气带达到田间持水率时的土壤含水量是不均匀的。

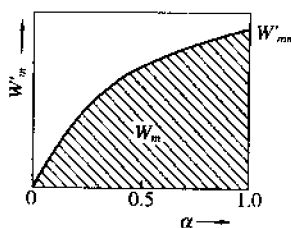


图 3-2 流域蓄水曲线

如果以包气带达到田间持水率时的土壤含水量  $W'_m$  为纵坐标,以小于和等于该  $W'_m$  所占的流域面积比重  $\alpha$  为横坐标,则所得之曲线称为流域蓄水曲线(图 3-2),写成函数关系为

$$\alpha = \varphi(W'_m) \quad (3-1)$$

流域蓄水曲线是一条单增曲线。对一个流域它是惟一的。 $W'_m$  值的下限就是流域中  $W'_m$  的最小值,它一般为 0,但也可以不为 0。最小的  $W'_m$  值所相应的  $\alpha$  值或者为 0,或者为流域中不透水面积(包括水面)的比重。 $W'_m$  值的上限,对闭合流域应是有限值,它是  $W'_m$  中之最大值,记作  $W'_{mm}$ 。流域蓄水曲线包围的全部面积,即积分值  $\int_0^{W'_{mm}} [1 - \varphi(W'_m)] dW'_m$ ,称为流域蓄水容量,它就是当全流域包气带均达到田间持水率时流域的总含水量,用  $W_m$  表示。

由于蓄满产流模式是一个以包气带是否达到田间持水量来控制是否产流的模式,即凡是降雨量能使包气带含水量超过田间持

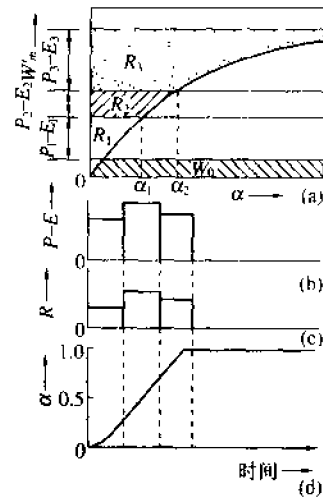


图 3-3 蓄满产流的产流面积变化

(a)流域蓄水曲线;(b)降雨扣除蒸散发的过程;(c)产流量过程;(d)产流面积变化过程; $P$ —降雨量(mm); $E$ —蒸散发量(mm); $R$ —总径流量(mm); $W_0$ —初始流域蓄水量(mm);脚标 1,2,3—时段序号

水量的地方就产流,否则就不产流。因此,根据降雨和蒸散发过程就可以在流域蓄水曲线上求得相应的产流量过程和产流面积变化过程(图 3-3)。由图 3-3 可见,降雨空间分布均匀情况下,蓄满产流的产流面积变化随降雨量的增加而增大,而与降雨强度无关。

为了分析降雨空间分布均匀情况下超渗产流的产流面积变化,有必要先建立流域下渗能力分配曲线的概念。当流域蓄水量一定时,流域内各处的地面下渗能力是不同的,这是因为流域土壤特性、植被和土壤含水量均存在空间分布不均匀问题。如果以流域内某处的地面下渗能力  $f_p$  为纵坐标,以小于和等于该  $f_p$  所占的流域面积比重  $\beta$  为横坐标,则所得曲线称为流域下渗能力分配曲线(图 3-4)。该曲线对一个流域不是惟一的,而是以流域蓄水量  $W$  为参变数的曲线族。与全流域十分干燥时相应的曲线为该曲线族的上界线;与全流域包气带达到田间持水量时相应的曲线为该曲线族的下界线,即为流域稳定下渗率分配曲线。因此,流域下渗能力分配曲线可用下列函数关系

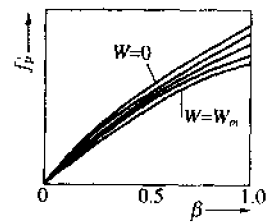


图 3-4 流域下渗能力分配曲线

表达

$$\beta = \Psi(f'_p, W) \quad (3-2)$$

超渗产流的条件是降雨强度大于地面下渗能力。根据这一条件,应用上述建立的流域下渗能力分配曲线,就可对降雨空间分布均匀情况下超渗产流的产流面积变化进行分析(图3-5)。降雨开始时流域蓄水量为 $W_0$ ,相应的流域下渗能力分配曲线如图3-5(a)所示。若第1时段平均降雨强度为 $i_1$ ,则可在图3-5(a)上求得该时段的平均产流率为 $r_1$ ,该时段末的产流面积为 $\beta_1$ 。由于受第1时段降雨下渗的影响,第2时段开始时的流域蓄水量增至 $W_0 + I_1$ ,相应的流域下渗能力分配曲线变成图3-5(b)所示,这里 $I_1$ 为第1时段内降雨下渗到包气带中的水量。若第2时段的平均降雨强度为 $i_2$ ,则可由图3-5(b)求得第2时段的平均产流率及时段末产流面积分别为 $r_2$ 和 $\beta_2$ 。如此逐时段计算下去,就可求得一场空间分布均匀降雨所形成的超渗产流率时程分配和产流面积变化过程。可见,在降雨空间分布均匀的情况下,超渗产流的产流面积变化不仅与降雨强度有关,而且还取决于流域蓄水量。

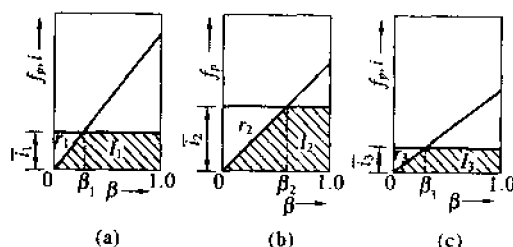


图3-5 超渗产流的产流面积变化

(a) 第1时段,  $W=W_0$ ; (b) 第2时段,  $W=W_0 + I_1$ ; (c) 第3时段,  $W=W_0 + I_1 + I_2$

无论是流域蓄水容量,还是流域下渗能力,其空间分布的不均匀性主要是由土壤特性的空间分布不均匀性(即空间变异)造成的。近十多年来,土壤物理学中标定理论的发展和应用,为人们处



理土壤特性的空间变异提供了有力工具,也为人们描述流域蓄水容量和流域下渗能力的空间分布提供了新的途径。标定理论的基础是多孔介质流体动力学的相似介质理论,其要点是:流域上任意两点的土壤,若孔隙大小、形状及其分布在几何上相似,且含有相同的水分,即状态亦相似,则这两点的土壤相似。标定的实质是在各点土壤完全几何相似条件下,借助于一个无因次的线性比例系数(称为标定因子),将具有空间变化的各点土壤的物理参数作归一化处理。由于土壤特性空间变异具有随机性,标定因子的空间分布也具有随机性,其概率分布可根据野外实验资料或 Monte-Carlo 法的数值随机模拟试验来确定。例如,有的文献建议用对数正态分布来拟合标定因子的概率分布,进而就可导出描写流域蓄水容量或流域下渗能力空间分布的方法。

显然,上述描写流域蓄水容量和流域下渗容量空间分布的方法并不能指明流域中具体位置的包气带田间持水量和地面下渗能力,故它们不能在降雨空间分布不均匀的情况下使用。现行所采用的按雨量站权重计算流域产流量的方法在一定程度上弥补了这一缺陷。如何从物理成因上或者从技术手段上解决降雨空间分布不均匀情况下产流面积变化的描述和定量计算问题,仍须作出巨大的努力。

### 第五节 流域产流计算方法的进展

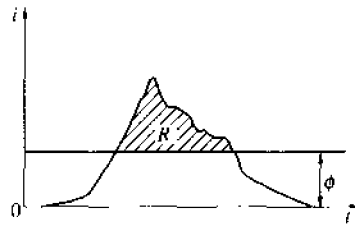
流域产流计算方法随着人们对产流机制的不断揭示而不断发展。19 世纪以前,由于人们对降雨产流现象仅有感性认识,因此,提出的流域产流计算方法就十分简单。例如,1844 年爱尔兰人 Roberts 提出的径流系数法就是这样的方法。径流系数是降雨量产生的径流量与该降雨量的比值,其值必在 0 与 1 之间。用径流系数法计算流域产流量就是将流域内的降雨量按径流系数打个折

第一类,基于下渗曲线的方法。按照 Horton 产流理论,超渗地面径流受控于降雨强度与地面下渗能力的对比关系。Horton 于 1935 年提出其产流理论后,又于 1939 年提出了一个称之为 Horton 下渗曲线的指数递减型下渗曲线公式,这对应用下渗和下渗曲线概念来建立流域产流计算方法起了有力的推动作用。据此,可用下式计算一场降雨所产生的超渗地面径流量,即

式中:  $R_i$  为超渗地面径流量;  $i$  和  $\bar{i}$  分别为瞬时降雨强度和时段平均降雨强度;  $f_p$  和  $\bar{f}_p$  分别为瞬时下渗能力和时段平均下渗能力;  $\Delta t$  为时段长。应用式(3-3)计算超渗地面径流量的关键是如何

图 3-6 时间压缩法

找到一点  $A$ , 以  $A$  点为起点作出累积降雨过程  $\Sigma p \sim t$ 。因为  $F_p \sim t$  和  $\Sigma p \sim t$  两曲线的坡度分别表示下渗能力和降雨强度, 故比较这两曲线的坡度就可以计算出超渗地面径流量, 如图 3-6 所示。时间压缩法的前提

图 3-7  $\phi$  指数

是下垫面特性和降雨空间分布均匀。为了考虑下垫面特性不均匀的影响, Crawford 和 Linsley 于 1966 年提出了根据流域下渗能力分配曲线计算降雨空间分布均匀情况下计算超渗地面径流的方法。该法的基本思想可参阅图 3-5。与此同时, 一些简化的下渗曲线也得到了发展。 $\phi$  指数法就是其中之一, 如图 3-7 所示。如果时段平均降雨强度小于或等于  $\phi$  值, 则全部降雨下渗到包气带中, 地面径流量等于 0; 如果时段平均降雨强度大于  $\phi$  值, 则超过  $\phi$  值的降雨就成为超渗地面径流。 $\phi$  值可以随降雨时段不变, 也可随降雨时段而变。中国也提出一种简化的下渗曲线法, 称之为初损后损法。该法将降雨损失分为两部分(图 3-8): 产流开始之前的降雨损失称为初损, 用

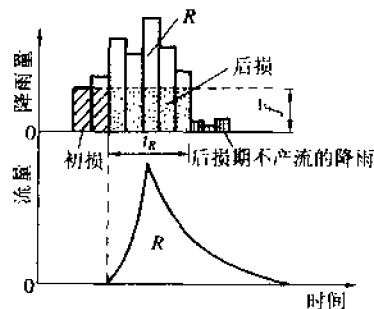


图 3-8 初损与后损

$I_0$  表示; 之后的称为后损, 用  $f t_R$  表示, 其中  $f$  为后损平均下渗率,  $t_R$  为后损历时。 $I_0$  与初始流域蓄水量和降雨强度有关,  $f$  则取决于降雨强度和后损历时。

第二类, 基于流域蓄水曲线的方法。对于蓄满产流情况, 由流域蓄水曲线的概念可知, 若初始流域蓄水量

为  $W_0$ , 降雨量为  $P$ , 雨期流域蒸散发量为  $E$ , 则流域产流量  $R$  为

$$R = \begin{cases} (P - E) - \int_a^{P-E+a} [1 - \varphi(W'_m)] dW'_m, & P - E + a < W'_{mm} \\ (P - E) - (W_m - W_0), & P - E + a \geq W'_{mm} \end{cases} \quad (3-4)$$

式中:  $\varphi(W'_m)$  为流域蓄水曲线;  $W_m$  为流域蓄水容量; 其余符号的意义见图 3-9。流域蓄水曲线的线型一般采用抛物线公式, 但也有采用指数公式的。按照不同流域蒸散发的特点, 可选用一层蒸散发模式, 或二层蒸散发模式, 或三层蒸散发模式来计算流域蒸散发量。由式(3-4)求得的产流量一般包括几种径流成分。当包括超渗地面径流和地下水径流时, 可用 Horton 产流理论将它们区分开来; 当包括饱和地面径流、壤中水径流和地下水径流时, 可用“山坡水文学”产流理论将它们区分开来。

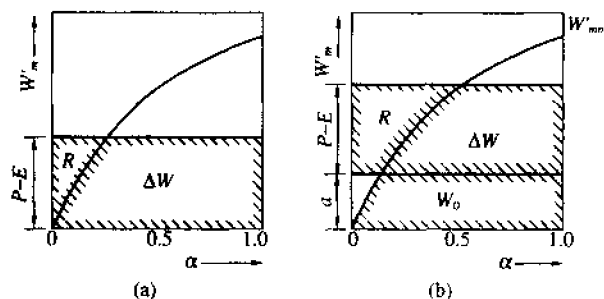


图 3-9 流域蓄水曲线法  
(a)  $W_0=0$  的情况; (b)  $W_0 \neq 0$  的情况

第三类, 降雨径流相关图法。根据流域平均降雨量过程与相应的出口断面流量过程之间的一一对应关系(图 3-10), 可计算出各场降雨的降雨量和产生的径流量, 分析影响因素, 就可建立以影响因素为参变量的降雨量与径流量之间的经验相关关系, 称为降雨径流相关图。世界上第一张降雨径流相关图是由美国学者

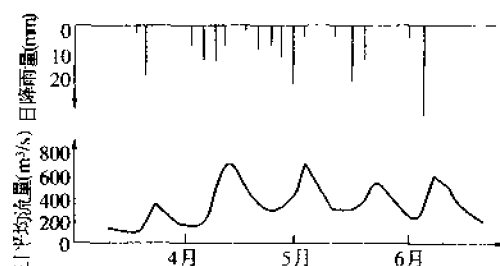


图 3-10 某流域逐日流域平均雨量过程及相应的逐日流量过程

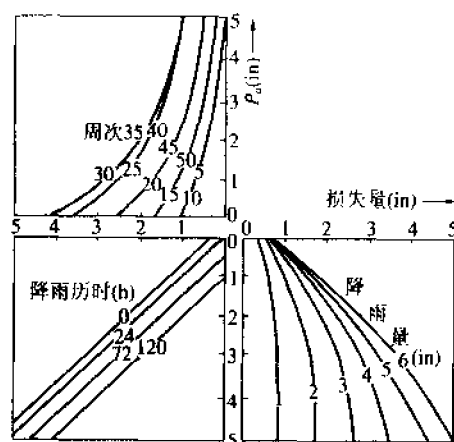


图 3-11 五变数合轴相关图

Kohler 和 Linsley 于 1951 年制作的,它是一张五变数合轴相关图(图 3-11),考虑了前期影响雨量  $P_a$ 、降雨历时和季节对降雨径流关系的影响。在中国,根据大量资料分析,认为在湿润地区,前期影响雨量  $P_a$  是降雨径流关系的主要影响因素,因此,可建立以  $P_a$  为参变量的降雨径流相关图(图 3-12(a)),且证明它也可以从流域蓄水曲线求得;而在干旱地区,影响降雨径流关系的主要因素是  $P_a$  和降雨强度,故应建立以  $P_a$  和降雨强度为参变量的降雨径流

相关图(图 3-12(b))。前期影响雨量  $P_a$  是反映流域干湿程度的指标,  $P_a$  大则表示流域湿润,  $P_a$  小则表示流域干旱。  $P_a$  值用下式计算

$$P_{a,t+1} = \begin{cases} K(P_{a,t} + P_t), & P_{a,t} < W_m \\ W_m, & P_{a,t} \geq W_m \end{cases} \quad (3-5)$$

式中:  $P_{a,t}$ 、 $P_{a,t+1}$  分别为第  $t$  天和  $t+1$  天的  $P_a$  值;  $P_t$  为第  $t$  天的降雨量;  $K$  为  $P_a$  的日折减系数;  $W_m$  为流域蓄水容量。

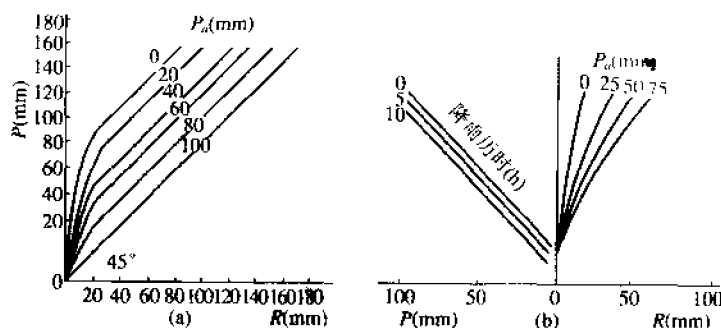


图 3-12 降雨径流相关图

(a)湿润地区; (b)干旱地区

以上三类方法的适用条件有所不同。下渗曲线法适用于以超渗产流为主的干旱地区,求得的是超渗地面径流量。流域蓄水曲线法适用于以蓄满产流为主的湿润地区,求得的是包括几种径流成分的总径流量,但其中必包括有地下水径流。降雨径流相关图法,根据其所考虑的影响因素,既可适用于以蓄满产流为主的湿润地区,也可适用于以超渗产流为主的干旱地区。

## 第六节 流域出口断面流量过程线的形成

揭示并模拟流域出口断面流量过程线的形成,是流域汇流研

究的根本问题。水文学发展到今天,人们已能从4个不同的角度来探讨流域出口断面流量过程线的形成问题。

**流域调蓄的观点** 从现象上看,如果将流域出口断面流量过程线  $Q(t)$  与形成它的流域净雨过程线  $I(t)$  进行比较(图3-13),则不仅其重心的出现时间推迟,而且峰值降低,过程线形状变胖。前者称为流量过程线的推移,后者称为流量过程线的坦化。流域汇流的这一现象,可用流域调蓄作用来解释。如图3-13所示,取  $-dt$  时段,在该时段内进入流域的水量为  $I(t)dt$ ,而流出流域的水量是  $Q(t)dt$ 。涨洪时,由于  $I(t) > Q(t)$ ,  $dt$  时段内流域中蓄水量必增加;反之,落洪时,由于  $I(t) < Q(t)$ ,  $dt$  时段内流域中蓄水量必减少。这种在流域出口断面流量形成过程中,随着洪水涨落所呈现出的流域蓄水量的增加或减少现象称为流域调蓄作用,而流量过程线所表现出的推移和坦化正是流域调蓄作用的结果。显然,这种流域调蓄作用遵循下列水量平衡方程:

$$I(t) - Q(t) = \frac{dW}{dt} \quad (3-6)$$

式中:  $W$  为流域自由水蓄水量,它是  $I(t)$  和  $Q(t)$  及它们各阶导数的函数,即

$$W = f(I, \dot{I}, \ddot{I}, \dots, \overset{m}{I}; Q, \dot{Q}, \ddot{Q}, \dots, \overset{n}{Q}) \quad (3-7)$$

式中:  $\dot{I}, \ddot{I}, \dots, \overset{m}{I}$  分别表示  $I(t)$  对  $t$  的一阶导数,二阶导数,  $\dots, m$  阶导数;  $\dot{Q}, \ddot{Q}, \dots, \overset{n}{Q}$  分别表示  $Q(t)$  对  $t$  的一阶导数,二阶导数,  $\dots, n$  阶导数。式(3-6)和(3-7)构成了一个闭合方程组,联立求解该方程组就可求得  $I(t)$  所形成的出口断面流量过程  $Q(t)$ 。

**水质点运动学的观点** 降落到流域上的净雨可以看作是由许许多多水滴组成的。每一个水滴注入流域的位置离开出口断面有远近之分,因此,即使流域上不同位置的水滴具有相同的速度,同一时刻注入流域的水滴也不可能同时流出流域出口断面。实际

上,由于流域各处水力条件,如坡度、糙率等不同,流域不同位置上的水滴的速度也是不同的,即流域上流速分布是不均匀的。因此,即使每个水滴离出口断面的距离相同,同一时刻注入的水滴也不可能同时流出流域出口断面。由此可

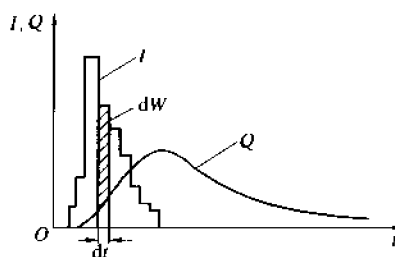


图 3-13 流域调蓄作用

以理解,组成  $t$  时刻的出口断面流量  $Q(t)$  必定是那些能在  $t$  时刻到达出口断面的水滴的集合。设  $\tau$  时刻的净雨率为  $I(\tau)$ ,根据上述分析,该时刻降落到流域上的水滴不可能在某同一时刻到达出口断面,只有那些流达出口断面的时间为  $(t-\tau)$  的水滴才对出口断面  $t$  时刻的流量有贡献,成为出口断面  $t$  时刻流量的一部分(图 3-13)。于是,有

$$dQ(t) = I(\tau) \partial A(t - \tau)$$

或

$$dQ(t) = \frac{\partial A(t - \tau)}{\partial \tau} I(\tau) d\tau$$

由于 0 至  $t$  时刻的净雨都对出口断面  $t$  时刻流量有大小不等的贡献,因此,一场净雨形成的出口断面  $t$  时刻流量为

$$Q(t) = \int_0^t \frac{\partial A(t - \tau)}{\partial \tau} I(\tau) d\tau \quad (3-8)$$

应用变量代换,式(3-8)还可写成

$$Q(t) = \int_0^t I(t - \tau) \frac{\partial A(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (3-9)$$

式中,  $A(t-\tau)$  为流域上流达出口断面时间为  $(t-\tau)$  的那些水滴所占有流域面积,即图 3-14 中的所有“黑点”的面积之和;  $\partial A(t)/\partial \tau$  称为汇流曲线,也称流域瞬时单位线或流域响应函数,它是空间分



布均匀的单位瞬时脉冲净雨形成的出口断面流量过程线。

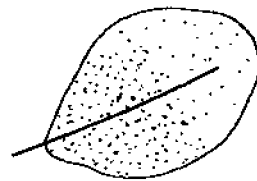


图 3-14 组成出口断面时刻流量的面积散布图 (图中所有“黑点”占有流域面积之和为  $\partial A(t-\tau)$ )

**计算水力学观点** 如图 3-15 所示,流域由河系和坡面组成,河系又由链构成,每条链都有一个集水面积。第二章已经说明,一个具有  $n$  个源的河系,共有  $2n-1$  条链。若河系的总长度为  $L$ ,流域面积为  $F$ ,则每条链的平均长度为  $L/(2n-1)$ ,而平均集水面积为  $F/(2n-1)$ 。降落在流域上的净雨,经坡面运

动进入相应的链,然后在河系中运动,最终到达流域出口断面,形成了出口断面流量过程线。按水力学理论,无论坡面水流运动,还是河系水流运动,都要受到水力学基本定律,即质量守恒定律和能量(或动量)守恒定律的支配。20 世纪 70 年代发展起来的、作为经典河流水力学与计算机技术相结合产物的计算河流水力学,就是一种专门求解坡面水流和河系水流的实用技术。

**系统分析的观点** “系统”是近代自然科学和工程技术广泛使用的一个术语,流域汇流也可视为一个“系统”,净雨过程是该系统的输入,出口断面流量过程是该系统的输出。根据系统分析的观点,流域出口断面流量过程是净雨过程经由流域的作用而形成的,其数学表达为

$$Q(t) = \Phi[I(t)] \quad (3-10)$$

式中:  $\Phi$  是一种算符,反映了流域的作用。式(3-10)的含义就是对系统输入  $I(t)$  施行某种运算就可得到系统的输出  $Q(t)$ 。流域

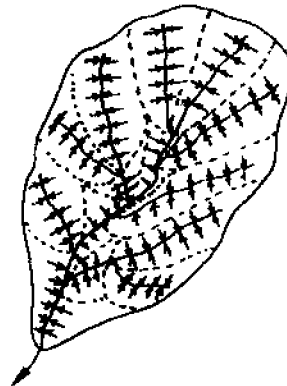


图 3-15 流域由水系和坡面组合

汇流系统有线性与非线性之分。凡既满足叠加性,又满足均匀性的系统,称为线性系统;凡满足叠加性、不满足均匀性,或叠加性和均匀性均不满足的系统,称为非线性系统。叠加性是说, $n$ 个输入之和产生的输出等于每个输入产生的输出之代数和,即

$$\Phi\left[\sum_{i=1}^n I_i(t)\right] = \sum_{i=1}^n \Phi[I_i(t)] \quad (3-11)$$

换言之,叠加性意味着一个输入的存在,并不影响其他输入产生的输出。因此,它实际上就是互不干扰性。均匀性是指若将输入的 $n$ 倍施加于系统,则产生的系统输出等于原输入产生的输出的 $n$ 倍,即

$$\Phi[n \cdot I(t)] = n \cdot \Phi[I(t)] \quad (3-12)$$

均匀性又称倍比性。线性流域汇流系统又有时不变和时变之分。如果系统算符 $\Phi$ 包含的系数均为常数,则系统是线性时不变的;反之,如果 $\Phi$ 包含的参数中至少有一个随时间而变,则系统是线性时变的。此外,根据流域汇流的物理意义,流域汇流系统必定是一个因果性的、守恒的和稳定—高阻尼的物理系统。

## 第七节 面积—时间曲线

若流域内流速分布均匀,则降落在流域内的水滴流达出口断面所需时间仅取决于它们距出口断面的远近,这样就可以在流域河系图上绘出一组等流时线(图3-16(a))。相邻两条等流时线之间的面积称为等流时而积。根据等流时线的概念,瞬时降落在同一条等流时线上的水滴经过一定时间后将同时流达出口断面,而瞬时降落在等流时面积上的水滴经过一定时间后将在该两条相邻等流时线间隔的时间内流出出口断面。若以等流时而积为纵坐标,以流达出口断面的时间为横坐标,则可得到等流时面积分配的柱状图(图3-16(b))。若将等流时面积分配曲线的纵坐标改为

等流时面积与相应时间间隔的比值,则可得面积—时间曲线(图3-16(c))。当相邻两等流时线的时间间隔趋于无穷小时,则面积—时间曲线成为一条连续曲线(见图3-16(c)中的曲线),图3-16(d)则是面积—时间曲线的累积曲线。

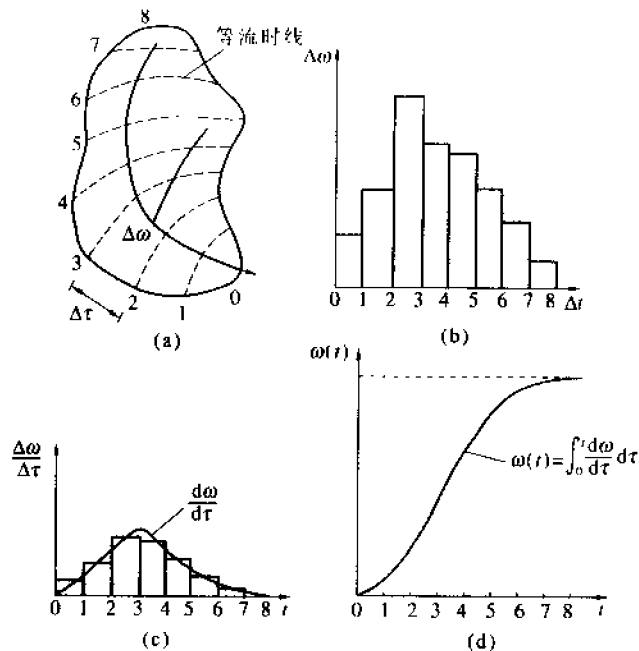


图3-16 等流时线和面积—时间曲线

(a)等流时线; (b)等流时面积分配曲线;  
(c)面积—时间曲线; (d)累积面积—时间曲线

由等流时线和等流时面积的概念可知,  $\tau$  时刻降落到流域上的净雨  $I(\tau)$  能对流域出口断面流量作贡献的等流时面积显然为  $\partial\omega(t-\tau)$ , 因此有

$$dQ(t) = I(\tau) \partial\omega(t-\tau)$$

或

$$dQ(t) = \frac{\partial \omega(t-\tau)}{\partial \tau} I(\tau) d\tau$$

积分上式,得

$$Q(t) = \int_0^t \frac{\partial \omega(t-\tau)}{\partial \tau} I(\tau) d\tau \quad (3-13)$$

式中:  $\frac{\partial \omega(t)}{\partial \tau}$  为面积-时间曲线的纵坐标。比较式(3-13)和(3-8)可以看出,两者结构形式完全一致,式(3-13)中之  $\frac{\partial \omega(t)}{\partial \tau}$  形式上相当于式(3-8)中之  $\frac{\partial A(t)}{\partial \tau}$ ,所以  $\frac{\partial \omega(t)}{\partial \tau}$  也是一种汇流曲线。 $\frac{\partial \omega(t)}{\partial \tau}$  与  $\frac{\partial A(t)}{\partial \tau}$  的差别仅是前者既考虑了水滴距出口断面的远近,又考虑了流域内流速分布不均,而后者只考虑了水滴距出口断面的远近。

基于式(3-13)的流域汇流计算方法称为等流时线法。

## 第八节 Rodriguez-Iturbe 地貌瞬时单位线

地貌瞬时单位线理论由 Rodriguez-Iturbe 等人于 1979 年首创, Gupat 等人于 1980 年又对此作了重要补充。它借助于流域瞬时单位线的概率解释,从理论上导得了由地貌、地形和水力参数表达的流域瞬时单位线的解析表达式,是用水质点运动学观点处理流域汇流问题的新发展。

设想瞬时注入流域、呈均匀空间分布的净雨量  $I_0$  (以体积表示)由  $n$  个水滴组成。若每个水滴的体积为  $u_0$ , 则有  $I_0 = nu_0$ 。令  $T_{hi}$  为第  $i$  个水滴流达出口断面所需的时间,  $i=1, 2, \dots, n$ 。因此,如果  $I_0$  在  $t=0$  时刻注入流域,则满足条件  $T_{hi} > t$  的水滴组成了  $t$  时刻流域自由水蓄水量  $W(t)$ , 即

$$W(t) = \frac{I_0}{n} \sum_{i=1}^n I_{0i}(T_{hi})$$

式中:  $I_{(0, \infty)}(T_B)$  为指示函数, 当  $T_B > t$  时, 其值取 1, 否则取 0。如果水滴之间呈弱相互作用, 则当  $n \rightarrow \infty$  时, 由大数定律可导得

$$W(t) = I_{(0, \infty)} P\{T_B > t\} = I_{(0, \infty)} [1 - P\{T_B \leq t\}] = I_{(0, \infty)} [1 - F_B(t)]$$

式中:  $P\{T_B > t\}$  表示事件  $\{T_B > t\}$  的概率;  $T_B$  是作为随机变量的流达时间;  $F_B(t)$  为  $T_B$  的分布函数。在流域水量平衡方程式(3-6)中, 考虑到仅在 0 时刻有净雨瞬时注入流域, 并将上式代入, 再利用流域瞬时单位线的定义, 最终得到了流域瞬时单位线  $u(0, t)$  与水滴流出出口断面时间  $T_B$  的概率密度函数  $f_B(t) = \frac{dF_B(t)}{dt}$  等价的结论, 即

$$u(0, t) = f_B(t) \quad (3-14)$$

式(3-14)表明, 推求流域瞬时单位线问题可转化为确定水滴流达出口断面时间的概率密度函数问题。为了导出水滴流达出口断面时间的概率密度函数, 先引入一些基本概念。

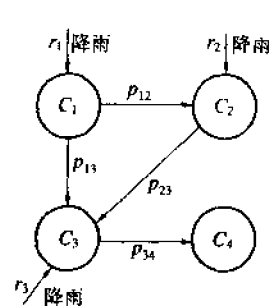


图 3-17 3 级流域的水滴的路径

$p_{12}$  为从 1 级河流状态向 2 级河流状态转移的概率, 余类推

**状态** 水滴在流域内所处的空间位置, 包括某级河流及相应的坡面。

**路径** 由状态按流域汇流的物理概念组成的集合。

**状态转移** 水滴从一个状态向另一个状态的转移。

处在流域内某一状态的水滴所取不同的路径流达出口断面。例如, 对一个 3 级流域, 处于 1 级坡面状态的水滴有两条路径, 而处于 2、3 级坡面状态的水滴各有一条路径, 如图 3-17 所示。其路径集合包括 4 条:

$$S_1: r_1 \rightarrow C_1 \rightarrow C_2 \rightarrow C_3 \rightarrow C_4$$

$$S_2: r_1 \rightarrow C_1 \rightarrow C_3 \rightarrow C_4$$

$$S_1: r_2 \rightarrow c_2 \rightarrow c_3 \rightarrow c_4$$

$$S_4: r_3 \rightarrow c_1 \rightarrow c_4$$

此处,  $r_i$  表示  $i$  级坡面状态,  $c_i$  表示  $i$  级河流状态, 一般地,  $i=1, 2, \dots, \Omega$ ;  $\Omega$  为流域的级;  $c_{\Omega+1}$  表示出口断面, 称为收集状态;  $s_j$  表示水滴所取的第  $j$  条路径,  $j=1, 2, \dots$ 。对于一个  $\Omega$  级流域, 可以证明水滴的路径集中一共有  $2^{\Omega-1}$  条路径。容易得知, 随着流域级的增加, 水滴路径的数目将迅速增加。

根据流域汇流的物理概念, 流域内处于某一状态的水滴的状态转移遵循下列规则:

(1) 转移出状态  $r_i$  的唯一可能是属于  $r_i \rightarrow c_i$  的情况,  $i=1, 2, \dots, \Omega$ 。

(2) 转移出状态  $c_i$  的唯一可能是属于  $c_i \rightarrow c_j$  的情况,  $j > i, i=1, 2, \dots, \Omega$ 。

(3) 因为流域出口断面为收集状态, 所以转移出状态  $c_{\Omega+1}$  是不可能的。

若某路径  $s$  由状态  $x_1, x_2, \dots, x_k$  组成, 记作  $s = \langle x_1, x_2, \dots, x_k \rangle$ , 则由于状态之间相互独立, 该路径的概率为

$$p(s) = \pi_{x_1} p_{x_1 x_2} p_{x_2 x_3} \dots p_{x_{k-1} x_k} \quad (3-15)$$

式中:  $x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, x_k \in \{r_1, r_2, \dots, r_{\Omega}, c_1, c_2, \dots, c_{\Omega+1}\}$ ;  $\pi_{x_1}$  为水滴处于初始状态  $x_1$  的概率, 简称初始概率;  $p_{x_{k-1} x_k}$  为水滴从状态  $x_{k-1}$  转移到状态  $x_k$  的转移概率,  $k=2, 3, 4, \dots$ 。

因路径由若干状态组成, 故如果水滴在每个状态停留的时间为  $T_{x_k}, k=1, 2, \dots$ , 则水滴经由该路径流达出口断面花费的时间  $T_s$  应为

$$T_s = T_{x_1} + T_{x_2} + \dots + T_{x_{k-1}} + T_{x_k}$$

由于各状态停留时间相互独立, 因此,  $T_s$  的概率分布函数  $F_s(t)$  是

$$F_s(t) = F_{x_1}(t) * F_{x_2}(t) * \dots * F_{x_{k-1}}(t) * F_{x_k}(t) \quad (3-16)$$

式中:  $F_{i_k}(t)$  为  $T_{i_k}$  的概率分布函数,  $k=1, 2, \dots$ ;  $*$  表示卷积运算。

水滴流达出口断面时间  $T_B$ , 作为一个随机变量可表达为

$$T_B = \sum_{i \in S} T_i I_i \quad (3-17)$$

式中:  $s = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ ;  $S = \{s_1, s_2, \dots\}$ ;  $I_i$  为指示函数, 当水滴选择路径  $s$  时, 其值为 1, 否则为 0。由式(3-17)并考虑式(3-16), 即可导得

$$F_B(t) = \sum_{i \in S} F_{i_1}(t) * F_{i_2}(t) * \dots * F_{i_k}(t) \cdot p(s) \quad (3-18)$$

式(3-18)对  $t$  的一阶导数即为  $f_B(t)$ , 于是

$$f_B(t) = \sum_{i \in S} f_{i_1}(t) * f_{i_2}(t) * \dots * f_{i_k}(t) \cdot p(s) \quad (3-19)$$

式中:  $f_{i_k}(t)$  为  $T_{i_k}$  的概率密度函数,  $k=1, 2, \dots$ 。

根据式(3-14)揭示的事实, 式(3-19)是流域瞬时单位线的一种表达形式, 即

$$u(0, t) = \sum_{i \in S} f_{i_1}(t) * f_{i_2}(t) * \dots * f_{i_k}(t) \cdot p(s) \quad (3-20)$$

使用式(3-20)来确定流域瞬时单位线, 必然涉及到初始概率、转移概率和状态持留时间概率密度函数的确定。

降雨到达流域表面时就规定了水滴的初始状态。若降雨在流域内均匀分布, 则初始概率  $\pi_i$  为

$$\pi_i = \frac{a_i}{A_n}, \quad i = 1, 2, \dots, \Omega \quad (3-21)$$

式中:  $a_i$  为  $i$  级坡面面积;  $A_n$  为全流域面积。进一步推导可得出用分叉比  $R_B$  和面积比  $R_A$  表示的初始概率表达式。例如, 对于 3 级流域, 有

$$\begin{aligned}\pi_{r_1} &= \frac{R_B^2}{R_A^2} \\ \pi_{r_2} &= \frac{R_B}{R_A} - \frac{R_B^3 + 2R_B^2 - 2R_B}{R_A^2(2R_B - 1)} \\ \pi_{r_3} &= 1 - \frac{R_B}{R_A} - \frac{R_B^3 - 3R_B^2 + 2R_B}{R_A^2(2R_B - 1)}\end{aligned}$$

在状态转移概率中,由于转移  $r_i \rightarrow c_i$ , ( $i=1,2,\dots,\Omega$ ) 和  $c_n \rightarrow c_{n+1}$  都是必然的,即  $p_{r_i c_i} = 1$ ,  $p_{c_n c_{n+1}} = 1$ ,因此,需要计算的转移概率仅为  $p_{c_j i}$  ( $j>i$ )。按定义,显然

$$p_{c_j i} = \frac{N_{ji}}{N_i} \quad (3-22)$$

式中:  $N_i$  为  $i$  级河流的总数;  $N_{ji}$  为排入  $j$  级河流的  $i$  级河流数。进一步推导可得出用分叉比  $R_B$  表示的转移概率表达式。例如,对于 3 级流域,有

$$\begin{aligned}p_{r_1 c_1} &= 1 \\ p_{c_1 c_2} &= \frac{R_B^2 + 2R_B - 2}{R_B(2R_B - 1)} \\ p_{c_2 c_3} &= 1 \\ p_{c_3 c_4} &= 1 \\ p_{c_1 c_3} &= \frac{R_B^3 - 3R_B^2 + 2}{R_B(2R_B - 1)} \\ p_{r_2 c_2} &= 1 \\ p_{r_3 c_3} &= 1\end{aligned}$$

目前,人们还不能从理论上导出状态停留时间的概率密度函数,但根据经验,一般可把它表达为下列单参数指数函数:

$$f_{x_i}(t) = \frac{1}{k_i} e^{-t/k_i} \quad (3-23)$$

式中:  $f_{x_i}(t)$  为  $x_i$  状态的停留时间概率密度函数;  $k_i$  和  $x_i$  状态为平均停留时间。



### 第九节 基于宽度函数的地貌瞬时单位线

现代研究认为,流域瞬时单位线是地貌扩散和水动力扩散对降落在流域上净雨共同作用的结果。若用  $u_G(t)$  和  $u_D(t)$  分别表示由于地貌扩散作用和水动力扩散作用对流域瞬时单位线  $u(t)$  的贡献,则有

$$u(t) = u_G(t) * u_D(t) \quad (3-24)$$

式中: \* 表示卷积运算。地貌扩散作用取决于流域大小、形状、水系分布等地貌特征;水动力扩散作用的实质是流域内流速分布不均,一般与流域的地形坡度和糙率的大小有关。

Surkan 于 1968 年首先提出了宽度函数的概念。所谓宽度函数,是指距流域出口断面  $x$  处的链的数目与  $x$  的关系(图 3-18),记为  $N(x)$ 。不难理解,宽度函数可作为地貌扩散作用的一种定量表达。Gupta 等人于 1986 年第一次给出了流域瞬时单位线与宽度函数的关系,这就是

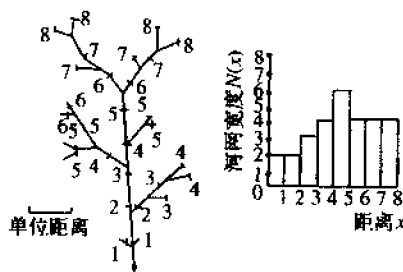


图 3-18 宽度函数

(河网中的数字表示离出口断面的单位距离数)

$$u(t) = \int_0^{\infty} g(x,t) N(x) Z^{-1} dx \quad (3-25)$$

式中:  $g(x,t)$  为距出口断面  $x$  处河道对流域瞬时单位线的作用;  $Z$  为  $N(x)$  曲线包围的总面积,实际上就是河系的总河长。式(3-25)可以解释为流域瞬时单位线是  $g(x,t)$  以  $N(x)Z^{-1}$  为权函数的关于  $x$  的平均值,它与式(3-24)的表达形式虽不同,但意义

是相同的。因此,式(3-25)中的  $g(x, t)$  实际上可看作水动力扩散作用的一种定量表达。

由第二章可知,流域河系分布具有随机性。因此,河源数为  $n$  的河系有许多种可能的分布,相应地,  $N(x)$  和  $u(t)$  也有许多种可能形式。基于这一观点,应采用河源数  $n$  一定时流域瞬时单位线的数学期望  $E[u(t) | M=n]$ , 作为流域瞬时单位线表达式。根据河系服从有限布局随机模式的假设,可以求得宽度函数的条件期望为

$$E[\mu(x) | M = n] = \frac{\mu_i}{\mu_i^2} \exp\left(-\frac{x^2}{4n\mu_i^2}\right), \quad x > 0, n \text{ 很大}, \quad (3-26)$$

式中:  $\mu$  为全部链的平均长度;  $\mu_i$  为内链的平均长度。式(3-26)为熟知的 Weibull 分布。此外,  $Z$  的近似值为

$$Z = (n-1)\mu_i + n\mu_e \approx 2n\mu_i \quad (3-27)$$

式中:  $\mu_e$  为外链的平均长度。将式(3-27)代入式(3-25),再求数学期望,并考虑式(3-27),得

$$E[u(t) | M = n] = \int_0^\infty g(x, t) \frac{x}{2n\mu_i^2} \exp\left(-\frac{x^2}{4n\mu_i^2}\right) dx \quad (3-28)$$

式(3-28)即为基于宽度函数的流域瞬时单位线表达式。只要给定  $g(x, t)$  的具体形式,就可具体地求得一个流域的瞬时单位线。作为一例,若  $g(x, t)$  为单纯移行函数,即

$$g(x, t) = \delta\left(t - \frac{x}{V}\right)$$

式中:  $\delta(\cdot)$  为 Dirac delta 函数;  $V$  为河道流速。据此,式(3-28)变为

$$E[u(t) | M = n] = \frac{t}{2n(\mu_i/V)^2} \exp\left(-\frac{V^2 t^2}{4n\mu_i^2}\right) \quad t > 0 \quad (3-29)$$

## 第十节 流域汇流系统分析

本章第八节已经论及,流域调蓄作用可用下列方程组描述

$$I(t) - Q(t) = \frac{dW}{dt} \quad (3-6)$$

$$W = f(I, \dot{I}, \ddot{I}, \dots, \overset{m}{I}; Q, \dot{Q}, \ddot{Q}, \dots, \overset{n}{Q}) \quad (3-7)$$

周文德等人于 1971 年给出了式(3-7)的一种具体表达式:

$$W = \sum_{m=1}^m a_m \overset{m}{I} + \sum_{n=1}^n b_n \overset{n}{Q} \quad (3-30)$$

式中:  $\overset{m}{I}$  为  $I(t)$  对  $t$  的  $m$  阶导数;  $\overset{n}{Q}$  为  $Q(t)$  对  $t$  的  $n$  阶导数;  $a_m$  和  $b_n$  均为系数。

将式(3-30)代入式(3-6)得

$$\begin{aligned} & b_n \frac{d^{n+1}Q}{dt^{n+1}} + b_{n-1} \frac{d^n Q}{dt^n} + \dots + b_1 \frac{dQ}{dt} + Q \\ &= I + a_m \frac{d^{m+1}I}{dt^{m+1}} + a_{m-1} \frac{d^m I}{dt^m} + \dots + a_1 \frac{dI}{dt} \end{aligned} \quad (3-31)$$

或写成

$$Q(t) = \frac{-a_m D^{m+1} + a_{m-1} D^m + \dots + a_1 D - 1}{b_n D^{n+1} + b_{n-1} D^n + \dots + b_1 D - 1} I(t) \quad (3-32)$$

式中:  $D = \frac{d}{dt}$ , 称为微分算子。式(3-31)或(3-32)就是流域汇流系统的一种数学表达式。该式中的系数只要有一个是  $I(t)$  或  $Q(t)$  的函数, 则表示为非线性流域汇流系统; 如果所有的系数均为常数, 则为线性时不变流域汇流系统; 当其中至少有一个系数是时间  $t$  的函数, 而其余均为常数时, 则为线性时变流域汇流系统。

**线性时不变流域汇流系统** 在线性时不变流域汇流系统中, 只要令输入  $I(t) = \delta(t)$ , 即可按式(3-32)求得流域瞬时单位

线  $u(0, t)$ ;

$$u(0, t) = \left( -\frac{a_m D^{m+1}}{b_n D^{n+1}} + \frac{a_{m-1} D^m}{b_{n-1} D^n} + \cdots + \frac{a_0 D - 1}{b_0 D + 1} \right) \delta(t) \quad (3-33)$$

式中:  $\delta(t)$  表示流域上均匀分布的单位瞬时脉冲净雨。取零初始条件, 则式(3-33)的 Laplace 变换为

$$L[u(0, t)] = -\frac{A(p)}{B(p)} L[\delta(t)] \quad (3-34)$$

式中:  $L[\cdot]$  为 Laplace 变换运算记号;  $A(p) = a_m p^{m+1} + a_{m-1} p^m + \cdots + a_0 p - 1$ ;  $B(p) = b_n p^{n+1} + b_{n-1} p^n + \cdots + b_0 p + 1$ ;  $p$  为 Laplace 变换的参变量, 一般为复数。但知  $L[\delta(t)] = 1$ 。将此代入式(3-34), 并求逆 Laplace 变换, 得

$$u(0, t) = L^{-1} \left[ -\frac{A(p)}{B(p)} \right] \quad (3-35)$$

这就是零初始条件下, 线性时不变流域汇流系统的流域瞬时单位线的一般表达式。

在零初始条件下, 直接取式(3-32)的 Laplace 变换, 得

$$L[Q(t)] = -\frac{A(p)}{B(p)} L[I(t)] \quad (3-35)$$

将式(3-35)的 Laplace 变换代入式(3-35), 有

$$L[Q(t)] = L[u(0, t)] \cdot L[I(t)] \quad (3-36)$$

式(3-36)的逆 Laplace 变换为

$$Q(t) = \int_0^t u(0, t - \tau) I(\tau) d\tau \quad (3-37)$$

式(3-37)即为线性时不变流域汇流系统在零初始条件下的解, 称为卷积公式。根据卷积的可交换性, 式(3-37)还可写成

$$Q(t) = \int_0^t u(0, \tau) I(t - \tau) d\tau \quad (3-38)$$

式(3-37)或(3-38)是线性系统叠加性和均匀性的必然结果, 它表示

了流域内一场均匀分布的净雨是怎样形成流域出口断面  $t$  时刻的流量的(图 3-19)。将式(3-37)与式(3-8)比较,真可谓殊途同归。

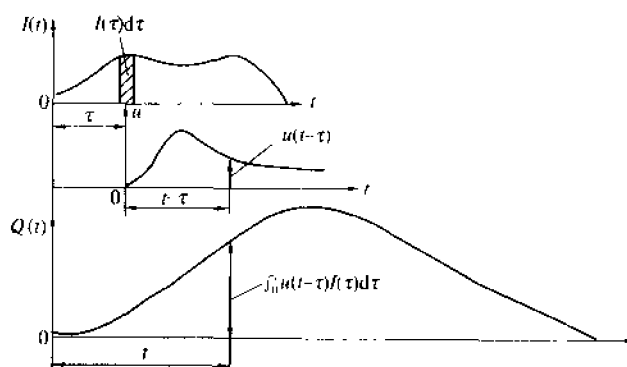


图 3-19 卷积公式的意义

可以证明,根据卷积公式(3-37)或(3-38)可以导出零初始条件下,线性时不变流域汇流系统的净雨过程、出口断面流量过程和流域瞬时单位线的各阶原点矩之间的关系为

$$M_R(Q) = M_R(u) + R M_1(I) M_{R-1}(u) + \frac{R(R-1)}{2!} M_2(I) M_{R-2}(u) + \frac{R(R-1)(R-2)}{3!} M_3(I) M_{R-3}(u) + \dots + M_R(I) \quad (3-39)$$

而各阶中心矩之间的关系为

$$N_R(Q) = N_R(u) + R N_1(I) N_{R-1}(u) + \frac{R(R-1)}{2!} N_2(I) N_{R-2}(u) + \frac{R(R-1)(R-2)}{3!} N_3(I) N_{R-3}(u) + \dots + N_R(I) \quad (3-40)$$

以上两式中; $M(I)$ 、 $M(Q)$ 、 $M(u)$ 分别表示净雨过程、出口断面流量过程和流域瞬时单位线的原点矩; $N(I)$ 、 $N(Q)$ 、 $N(u)$ 表示相应

的中心矩;下标表示矩的阶数。

式(3-39)和(3-40)的意义在于,据此可由实测的降雨和径流资料确定流域瞬时单位线的各阶矩并可进一步得到流域瞬时单位线的近似表达式:

$$u(0,t) = \sum_{k=0}^p (-1)^k M_k(u) L^{-1} \left[ \frac{p^k}{R!} \right] \quad (3-41)$$

式中: $p$ 为Laplace变换的参变量; $L^{-1}$ 为逆Laplace变换记号。

由于净雨过程一般为柱状图形式(图3-20),因此,实用上应将式(3-37)改写成下列离散形式:

$$Q(n) = \sum_{i=1}^p u[\Delta t, n - (i-1)] I(i) \quad (3-42)$$

式中: $u(\Delta t, t)$ 称为时段为 $\Delta t$ 的流域单位线,简称流域单位线; $n$ 为时段序号; $p$ 为净雨时段数。流域单位线与流域瞬时单位线之间的关系为

$$u(\Delta t, t) = \int_0^t u(0, t) dt - \int_0^{\Delta t} u(0, t) dt \quad (3-43)$$

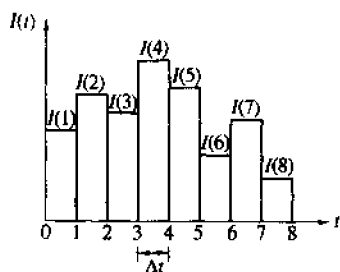


图 3-20 净雨柱状图

在流域汇流系统分析中,通常会遇到两类最基本的问题:一是已知净雨过程和流域单位线,推求出口断面流量过程,属于预报问题;另一是已知净雨过程和相应的出口断面流量过程,分析确定流域单位线,属于识别问题。这里仅讨论线性时不变流域汇流系统的识别问题。展开式

(3-42),有

$$Q(1) = u(\Delta t, 1) I(1)$$

$$Q(2) = u(\Delta t, 2) I(1) + u(\Delta t, 1) I(2)$$

$$Q(3) = u(\Delta t, 3)I(1) + u(\Delta t, 2)I(2) + u(\Delta t, 1)I(3)$$

.....

$$Q(n) = u(\Delta t, n)I(1) + u(\Delta t, n-1)I(2) + \cdots + u(\Delta t, n-p+1)I(p)$$

写成矩阵形式为

$$Q = AU \quad (3-44)$$

式中

$$Q = \begin{bmatrix} Q(1) \\ Q(2) \\ \vdots \\ Q(p) \\ Q(p+1) \\ \vdots \\ Q(n-1) \\ Q(n) \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} u(\Delta t, 1) \\ u(\Delta t, 2) \\ \vdots \\ u(\Delta t, m-1) \\ u(\Delta t, m) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} I(1) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ I(2) & I(1) & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ I(p) & I(p-1) & I(p-2) & \cdots & 0 \\ 0 & I(p) & I(p-1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & I(p) & I(p-1) \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & I(p) \end{bmatrix}$$

以上各式中:  $p$  为净雨时段数;  $m$  为流域单位线纵标数;  $n$  为出口断面流量过程线纵标数,  $n$ 、 $m$  和  $p$  之间应满足的关系为  $m = n - p + 1$ 。因此, 所谓“识别”, 就是从线性方程组式(3-44)中解出  $u(\Delta t, n)$ 。但该方程组具有以下特点: 方程式的个数常多于未知数的个数; 包含降雨和径流观测误差和净雨计算误差; 包含流域汇流系统并非严格线性时不变所造成的误差。因此, 对于这种

称之为“病态”方程的方程组,需要研制一些专门的求解技术。例如:目估试错法、图解分析法、Collins 迭代法、最小二乘法、线性规划法、正交函数法和积分变换法等。

实践证明,根据同一流域的不同次洪水识别得出的流域单位线往往并不相同,这主要受降雨分布不均、产流面积变化和降雨强度等的影响,有时也与人类活动影响有关。

**线性时变流域汇流系统** 如果用下列方程组描述流域汇流系统,即

$$\begin{aligned} I(t) - Q(t) &= \frac{dW(t)}{dt} \\ W(t) &= K(t)Q(t) \end{aligned} \quad (3-45)$$

则由于式(3-45)中的蓄量系数  $K(t)$  是时间  $t$  的函数,故其所描述的流域汇流系统是一个线性时变流域汇流系统。将上述方程组合并为

$$K(t) \frac{dQ(t)}{dt} + \left(1 + \frac{dK(t)}{dt}\right)Q(t) = I(t) \quad (3-46)$$

式中:各项符号的意义同前。

式(3-46)的通解为

$$Q(t) = e^{-\int_0^t \frac{1+\frac{dK(t)}{dt}}{K(t)} dt} \left[ C + \int_0^t \frac{I(t)}{K(t)} e^{\int_0^t \frac{1+\frac{dK(t)}{dt}}{K(t)} dt} dt \right]$$

式中: $C$  为积分常数,当取  $t=0$  的初始条件为  $Q(0)=0$  时,  $C=0$ 。于是有

$$Q(t) = e^{-q(t)} \int_0^t \frac{I(\zeta)}{K(\zeta)} e^{q(\zeta)} d\zeta \quad (3-47)$$

其中

$$q(t) = \int_0^t \frac{1 + \frac{dK(\sigma)}{d\sigma}}{K(\sigma)} d\sigma, \quad q(\zeta) = \int_0^\zeta \frac{1 + \frac{dK(\sigma)}{d\sigma}}{K(\sigma)} d\sigma$$

令  $\tau$  时刻 ( $0 < \tau < t$ ) 线性时变流域汇流系统的输入为单位瞬



时脉冲净雨,即  $I(\zeta)=\delta(\zeta,\tau)$ ,则可由式(3-47)求得其瞬时单位线为

$$u(0;t,\tau)=\frac{1}{K(\tau)}e^{-\rho(t-\rho(\tau))}, \quad (3-48)$$

式中: $u(0;t,\tau)$ 表示线性时变流域汇流系统的瞬时单位线。

考虑到式(3-48),式(3-38)还可以表达成

$$Q(t)=\int_0^t u(0;t,\tau)I(\tau)d\tau \quad (3-49)$$

式(3-49)称为线性时变系统的卷积分。

如果线性时变流域汇流系统由  $n$  个具有相同  $K(t)$  的蓄量串联而成,则其瞬时单位线表达式为

$$u(0;t,\tau)=\frac{1}{K(\tau)}e^{(\rho(t)-\rho(\tau))}\int_{\tau}^t \frac{d\sigma_{n-1}}{K(\sigma_{n-1})}\int_{\tau}^{\sigma_{n-1}} \frac{d\sigma_{n-2}}{K(\sigma_{n-2})}\dots\int_{\tau}^{\sigma_2} \frac{d\sigma_1}{K(\sigma_1)} \quad (3-50)$$

式(3-50)表明,只要给出  $K(t)$  的具体函数表达式,就可得出线性时变流域汇流系统瞬时单位线的具体表达式。作为一个例子,令  $K(t)=K_0+at$ ,其中  $K_0$  和  $a$  为常数,则根据式(3-50)可求得此种情况下线性时变流域汇流系统的瞬时单位线的表达式为

$$u(0;t,\tau)=\frac{1}{(n-1)!}\frac{(K_0+a\tau)^{\frac{1}{a}}}{(K_0+a\tau)^{1+\frac{1}{a}}}\left[\frac{1}{a}\ln\frac{K_0+a\tau}{K_0+a\tau}\right]^{n-1} \quad (3-51)$$

式(3-50)的积分为线性时变流域汇流系统的  $S$ -曲线。因此,对  $K(t)=K_0+at$  的情况,积分式(3-51)可得  $S$ -曲线为

$$S(t,\tau)=1-e^{-h}\sum_{i=1}^{n-1}\frac{1}{i!}h^i \quad (3-52)$$

$$\text{式中} \quad h=\frac{1}{a}\ln\frac{K_0+a\tau}{K_0+a\tau}$$

**非线性流域汇流系统** 若流域汇流系统是非线性的,则可用下列泛函级数来描述

$$Q(t) = \int_0^t u_1(t, \tau) I(t - \tau) d\tau + \int_0^t \int_0^{\tau} u_2(t; \tau_1, \tau_2) I(t - \tau_1) I(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \dots$$

$$\int_0^t \int_0^{\tau} \int_0^{\tau_2} u_3(t; \tau_1, \tau_2, \tau_3) I(t - \tau_1) I(t - \tau_2) I(t - \tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 + \dots$$
(3-53)

式中:  $u_1, u_2, u_3 \dots$  分别为系统的一阶核函数、二阶核函数、三阶核函数...; 其余符号的意义同前述。

式(3-53)中第一项是线性系统的卷积分式, 第二项表示  $t$  时刻的出流量  $Q(t)$  要受到入流量  $I(t - \tau_1)$  和  $I(t - \tau_2)$  乘积的影响... 余类推。因此, 从式(3-53)的第二项起, 都是表示流域汇流的非线性作用的。事实上, 式(3-53)是既不满足均匀性, 也不满足叠加性的。

实践表明, 对于大多数流域, 尤其是较大流域, 应用线性系统理论已能获得较好的结果。因此, 一般说来, 在式(3-53)中, 只要得到二阶核函数, 就可进一步提高流域汇流的计算精度了。此时, 式(3-53)简化为

$$Q(t) = \int_0^t u(\tau) I(t - \tau) d\tau + \int_0^t \int_0^{\tau} g(\tau, \sigma) I(t - \tau) I(t - \sigma) d\tau d\sigma$$
(3-54)

由于流域汇流系统是守恒的, 因此, 式(3-54)中的一阶核函数和二阶核函数应满足

$$\int_0^{\infty} u(t) dt = 1; u(t) \geq 0 \quad (3-55)$$

$$\int_0^{\infty} g(t, t') dt = 0 \quad (3-56)$$

将式(3-54)离散化, 得

$$Q(n) = \sum_{i=1}^{M_1} U(i) I(n - i + 1) +$$

$$\sum_{i=1}^{M_1} \sum_{j=1}^{M_2} G(i, j) I(n-i+1) \cdot I(n-j+1) \quad (3-57)$$

式中:  $M_1$  和  $M_2$  分别为系统一阶核函数和二阶核函数的“记忆”长度;  $U$  和  $G$  分别为一阶核函数和二阶核函数的离散值。

式(3-55)和(3-56)的离散形式为

$$\sum_{i=1}^{M_1} U(i) = 1; U(i) \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, M_1) \quad (3-58)$$

$$\sum_{i=1}^{M_1} \sum_{j=1}^{M_2} G(i, j+q-1) = 0 \quad (q = 1, 2, \dots, M_2) \quad (3-59)$$

### 第十一节 流域汇流的概念性模型

前已述及,从现象上看,流域对净雨过程作用的结果表现为出口断面流量过程线的推移和坦化。如果在寻求流域汇流计算方法时,并不主要追求产生这些现象的物理原因,而是去探索一些模拟元件,然后应用这些元件的某种排列组合来模拟流域汇流,这就导出了流域汇流的概念性模拟的研究方法。

目前常用的概念性元件,属于线性的有线性渠道、线性水库和线性面积—时间曲线等(图3-21);属于非线性的有非线性渠道、非线性水库和变动面积—时间曲线等。“渠道”的作用仅使流量过程线发生推移,其“线性”与“非线性”的区别在于流量过程线是否发生扭曲,前者不发生扭曲,后者则发生扭曲。“水库”的作用主要使流量过程线发生坦化,其“线性”与“非线性”的差异在于流量过程线坦化的程度。面积—时间曲线能考虑净雨输入在流域上的分散性对流量过程线产生的推移和坦化影响,其“线性”与“非线性”的差异也反映在对流量过程线的影响程度上。

对于线性渠道,其瞬时单位线为

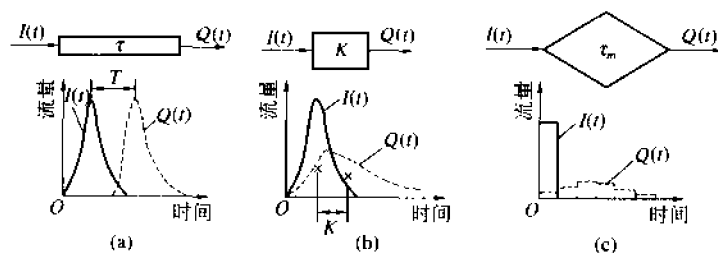


图 3-21 线性概念性元件

(a)线性渠道;(b)线性水库;(c)面积-时间曲线

$$u(0, t) = \delta(t - \frac{L}{C}) \quad (3-60)$$

式中: $L$  为渠道长度; $C$  为洪水波波速。对于线性水库,其瞬时单位线为

$$u(0, t) = \frac{1}{K} e^{-t/K} \quad (3-61)$$

式中: $K$  为线性水库蓄量常数。对于面积-时间曲线,其瞬时单位线为

$$u(0, t) = \frac{\partial \omega(t)}{\partial t} \quad (3-62)$$

概念性元件的排列组合方式一般有三种:串联、并联和混联。当流域汇流系统由两个概念性元件串联而成时,其瞬时单位线为这两个概念性元件瞬时单位线的卷积,即

$$u(0, t) = \int_0^t u_1(0, t - \tau) u_2(0, \tau) d\tau \quad (3-63)$$

式中: $u_1(0, t)$ 、 $u_2(0, t)$  分别为两个概念性元件的瞬时单位线。当流域汇流系统由两个概念性元件并联而成时,其瞬时单位线为这两个概念性元件瞬时单位线的加权平均,即

$$u(0, t) = \alpha u_1(0, t - \tau) + (1 - \alpha) u_2(0, t - \tau) \quad (3-64)$$

式中: $\alpha$ 、 $(1 - \alpha)$  分别为两个概念性元件的入流权重。对于混联的

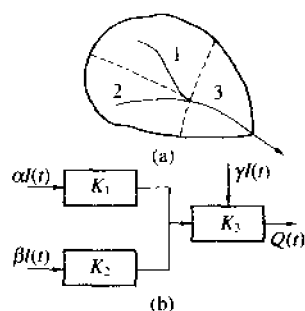


图 3-22 线性水库混联模型  
(a)流域及其水系；(b)概念性模型结构

排列组合情况,显然是以上两种情况的综合。例如,某流域如图 3-22(a)所示,按河系情况可划分为 3 个单元流域, $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  分别为该 3 个单元流域面积的权重,  $\alpha + \beta + \gamma = 1$ 。若每个单元流域对净雨的作用都可用线性水库来模拟,则该流域的概念性汇流模型的结构如图 3-22(b)所示,其中  $K_1$ 、 $K_2$  和  $K_3$  分别为该 3 个线性水库的蓄量常数。这是一个线性水库混联组合模型,单元流域 1 和 2 为并联,然后再与单元流域 3 串联。最终求得该流域的瞬时单位线为

$$u(0, t) = \left( \frac{\gamma}{K_3} + \frac{\alpha}{K_3 - K_1} + \frac{\beta}{K_3 - K_2} \right) e^{-t/K_3} - \left( \frac{\alpha}{K_3 - K_1} e^{-t/K_1} + \frac{\beta}{K_3 - K_2} e^{-t/K_2} \right)$$

在水文学发展史上,曾起过重要作用的概念性流域汇流模型,当推 Clark 模型和线性水库串联模型。

Clark 于 1945 年使用面积—时间曲线与单一线性水库串联系统来模拟流域汇流(图 3-23),后来称之为 Clark 模型。显然 Clark 模型的瞬时单位线为

$$u(0, t) = \int_0^{t \leq T_c} \left[ \frac{1}{K} e^{-(t-\tau)/K} \right] \frac{\partial \omega(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (3-65)$$

式中: $K$  为线性水库蓄量常数; $\frac{\partial \omega(t)}{\partial t}$  为面积—时间曲线; $T_c$  为最大流域汇流时间。由式(3-65)可见,Clark 模型的瞬时单位线的具体表达式取决于面积—时间曲线的表达式。例如,对于矩形流域,面积—时间曲线为

$$\frac{\partial \omega(t)}{\partial t} = \frac{1}{T_C}, \quad (0 \leq t \leq T_C)$$

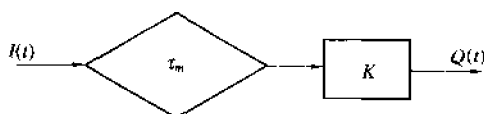


图 3-23 Clark 模型

因此求得矩形流域的 Clark 模型的瞬时单位线为

$$u(0, t) = \begin{cases} \frac{1}{T_C}(1 - e^{-t/K}) & (0 \leq t \leq T_C) \\ \frac{1}{T_C}(1 - e^{-T_C/K})e^{-(t-T_C)/K} & (t \geq T_C) \end{cases}$$

当用  $n$  个线性水库串联系统来模拟流域汇流时(图 3-24), 则可导得其瞬时单位线的表达式为

$$u(0, t) = \sum_{i=1}^n \frac{K_i^{n-1} \exp(-t/K_i)}{\prod_{j=1}^{n-1} (K_j - K_i)} \quad i \neq j \quad (3-66)$$

式中:  $K_i$  为第  $i$  个线性水库的蓄量常数,  $i=1, 2, \dots, n$ 。

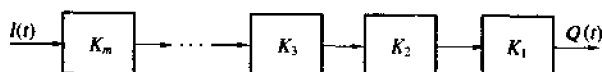


图 3-24 线性水库串联模型

式(3-66)有许多特例, 其中最有名的是 Nash 模型。在式(3-66)中, 若  $K_1=K_2=\dots=K_n=K$ , 则变为

$$u(0, t) = \frac{1}{K(n-1)!} \left( \frac{t}{K} \right)^{n-1} e^{-t/K} \quad (3-67)$$

这就是 Nash 于 1957 年提出的模型。

其他特例还有:

(1) 若  $K_1=K, K_2=rK, K_3=r^2K, \dots, K_n=r^{n-1}K, r < 1$ , 则

式(3-66)变为

$$u(0, t) = \sum_{i=1}^n \frac{(r^{i-1})^{n-1} / (Kr^{i-1})}{\prod_{j=1}^n (r^{j-1} - r^{i-1})} \exp\left(-\frac{1}{Kr^{i-1}}\right) \quad i \neq j \quad (3-68)$$

(2) 若  $K_1 = K, K_2 = K/2, K_3 = K/3, \dots, K_n = K/n$ , 则式(3-66)变为

$$u(0, t) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^n (-1)^{n-i} \frac{n!}{i!(n-i)!} \exp\left(-\frac{n-i+1}{K}t\right) \quad (3-69)$$

(3) 若串联的线性水库为  $m+n$  个, 其中  $m$  个线性水库的蓄量常数为  $K'$ ,  $n$  个线性水库的蓄量常数为  $K$ , 且  $K' \ll K$ , 但  $mK' = T$ ,  $T$  为一个不可忽略的有限值, 则式(3-66)变为

$$u(0, t) = \begin{cases} 0, & t < T \\ \frac{1}{K(n-1)!} \left(\frac{t-T}{K}\right)^{n-1} \exp\left(-\frac{t-T}{K}\right), & t \geq T \end{cases} \quad (3-70)$$

这与  $n$  个蓄量常数为  $K$  的线性水库和一个传播时间为  $T$  的线性渠道串联模型相同, 称为滞时-演算模型。

(4) 在 Nash 模型中, 若净雨不从顶端注入, 而是均匀地从每个线性水库注入, 则有

$$u(0, t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{(i-1)!K} \left[\frac{t-(i-1)\tau}{K}\right]^{i-1} e^{-[t-(i-1)\tau]/K} \quad (3-71)$$

式中,  $(i-1)\tau$  为从第  $i$  个线性水库注入的净雨流达出口断面的时间。

## 第十二节 地下水的流域汇流

地下水在岩土孔隙中的运动可用下列一维偏微分方程来描述

$$a^2 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{f}{\mu} \quad (3-72)$$

$$\text{其中} \quad a^2 = \frac{KD}{\mu} \quad (3-73)$$

以上两式中:  $h$  为地下水位;  $f$  为单宽地下水补给强度;  $\mu$  为给水度;  $K$  为渗透系数;  $D$  为含水层平均厚度;  $KD$  称为含水层过滤系数, 一般可假定其不随  $h$  而变。

对于均质土层复盖的闭合流域, 考虑到合理的边界条件和初始条件, 应用分离变量法求解式(3-72), 可求得瞬时补给时地下水的出流过程为

$$Q(t) = \frac{8fL}{\pi^2 J} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \exp\left(-n^2 \frac{t}{J}\right) \quad (3-74)$$

其中

$$J = \frac{\mu L^2}{\pi^2 KD} \quad (3-75)$$

以上两式中:  $L$  为流域宽度;  $\pi$  为圆周率; 其余符号的意义同前。

按照瞬时单位线的定义, 在式(3-74)中, 若  $fL=1$ , 则得到地下水汇流的瞬时单位线表达式为

$$u(0, t) = \frac{8}{\pi^2} \frac{1}{J} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \exp\left(-n^2 \frac{t}{J}\right) \quad (3-76)$$

若令  $k_n = J/n^2$ ,  $a_n = 8/(\pi^2 n^2)$ ,  $n=1, 3, 5, \dots$ , 并将求和记号内的表达式展开, 则式(3-76)又可写成

$$u(0, t) = \frac{a_1}{k_1} \exp\left(-\frac{t}{k_1}\right) + \frac{a_3}{k_3} \exp\left(-\frac{t}{k_3}\right) + \frac{a_5}{k_5} \exp\left(-\frac{t}{k_5}\right) + \dots \quad (3-77)$$

由式(3-77)可见, 地下水汇流瞬时单位线与一系列不等蓄量常数的线性水库并联系统所产生的单位瞬时脉冲响应等价, 见图3-25。这些线性水库的蓄量常数  $k_n$  按  $1/n^2$  递减,  $n=1, 3, 5, \dots$ ;



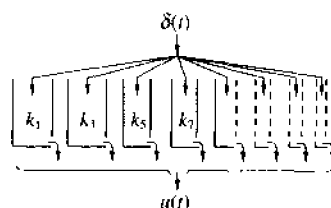


图 3-25 J-元素的结构

且每个线性水库的入流为  $\alpha_n$  个单位,  $n = 1, 3, 5, \dots$ , 容易证明

$$\sum_{n=1,3,5,\dots} \alpha_n = 1 \text{ 个单位。式(3-76)或}$$

(3-77)是针对水平不透水底板和

均质含水层导出的,实际流域一

般并不满足这一条件。为此,

Kraijenhoff Ven de leur 建议将式

(3-77)所显示的不等蓄量常数线

性水库并联系统作为地下水汇流的概念性元件,并称之为J-元素(图3-25)。由J-元素并联构成的概念性模型称为J-模型,常用的J-模型一般由两个J-元素并联而成。

Brakel 于1963年曾给出了一个地下水汇流问题的简化解,他导得的地下水汇流瞬时单位线的表达式为

$$u(0,t) = \frac{1}{k} e^{-kt} \quad (3-78)$$

其中

$$k = \frac{\mu L^2}{3KD} \quad (3-79)$$

以上两式中符号的意义与前述相同。式(3-78)与蓄量常数为  $k$  的单一线性水库的瞬时单位线表达式显然相同。

因此,采用单一线性水库模拟地下水汇流是比较粗略的,而较严格的模拟方法当属J-模型,它包含的参数不多。例如,由两个J-元素并联成的J-模型只包含两个参数,但却能考虑无数个大大小小的线性水库并联所产生的作用。相比之下,J-模型应是一个较好的地下水汇流概念性模型。

为适应根据时段平均流量(如日流量)资料确定式(3-76)和(3-78)中包含的参数,应使用时均单位线,由这种单位线求得的出流量不是瞬时的,而是时段平均值。对于式(3-76),其时均单

位线为

$$AUH(T) = \begin{cases} (1 - 0.82247J) + 0.81057J \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^4} e^{-n^2 J}, & T = 1 \\ 0.81057 \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^4} e^{-n^2 T J} (1 - e^{-n^2 J})^2, & T > 1 \end{cases} \quad (3-80)$$

式中:  $T = m\Delta t$ ,  $\Delta t$  为计算时段,  $m = 0, 1, 2, \dots$

### 第十三节 流域水文模型

流域水文模型是一种由描述流域径流形成的数学关系式组成的逻辑结构。模型的输入是降水、蒸散发能力和初始条件;模型的输出是出口断面流量过程,或蒸散发过程和流域蓄水量过程。流域水文模型能把流域降雨径流形成过程中既有区别又相互联系的产流和汇流两个阶段综合起来考虑。

流域水文模型的出现与计算机的发明和广泛应用分不开。世界上第一个流域水文模型——Stanford 模型出现在 20 世纪 60 年代。之后,全世界兴起了模型研究热,据不完全统计,目前全世界有数以百计的流域水文模型,但经过实践检验,确有较好应用价值的却不多,大约只有十多个。中国从 20 世纪 70 年代开始,一方面积极引进国外有用的流域水文模型;一方面根据中国经验,致力于新的水文模型的研制。

流域水文模型之所以受到人们的青睐,是由于它是一种数学模型,与物理模型相比,具有下述明显优点:一是数学模型的所有条件都可以由原型观测数据直接给出,不受比尺的限制,即数学模型无相似律问题;二是数学模型的边界条件及其他条件既可严格控制,也可随时按实际需要改变;三是数学模型通用性强,只要研

制出一种合适的应用软件,就可用来解决不同的实际问题;四是数学模型具有理想的抗干扰性能,只要条件不变,重复模拟可以得到完全相同的结果,不会因人、因地而异;五是数学模型的研制费用相对较低,运行管理费用更低。

在中国,最常用的是新安江模型,这是中国水文学者于 20 世纪 70 年代研制成功的流域水文模型。单元流域的新安江模型包括流域蒸散发计算、流域产流计算、径流成分划分、地面汇流计算、

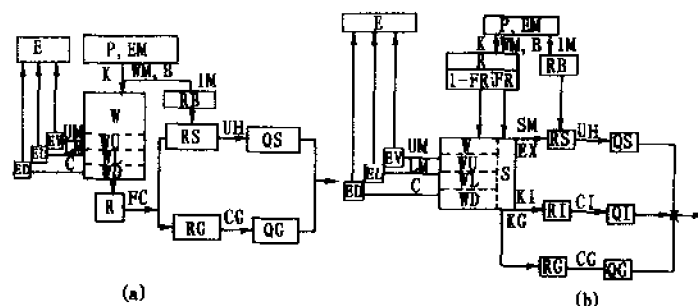


图 3-26 新安江模型流程图

(a) 二水源情况; (b) 三水源情况

P-降雨量;EM-流域蒸散发能力;W-流域蓄水量;WU-上层蓄水量;WL-下层蓄水量;WD-深层蓄水量;E-流域蒸散发;EU-上层蒸散发;EL-下层蒸散发;ED-深层蒸散发;R-总径流量;RB-不透水面积产流量;RS-地面径流量;RG-地下径流量;QS-地面径流出流量;QG-地下径流出流量;WM-流域蓄水容量(其中 UM-上层蓄水容量;LM-下层蓄水容量;DM-深层蓄水容量);B-流域蓄水曲线的指数;K-蒸散发系数;C-深层蒸散发常数;IM-不透水面积比重;FC-稳定下渗率;UH-地面单位线;CG-地下水水库的消退系数;FR-产流面积。(1-FR)-不产流面积;S-自由水蓄水容量;RI-壤中径流;QI-壤中径流出流量;SM-最大自由水蓄水容量;EX-自由水蓄水曲线指数;KI-自由水蓄量对壤中径流出流系数;KG-自由水蓄量对地下径流出流系数;CI-壤中水水库消退系数。

地下汇流计算等 5 个子模型(图 3-26)。流域产流采用蓄满产流模式并用流域蓄水曲线考虑流域产流面积的变化。流域蒸散发一般按三层蒸散发模式计算,也可采用较简化的一层或二层蒸散发模式计算。径流成分划分有两种情况:二水源模型按 Horton 产

流理论把总径流划分为超渗地面径流和地下水径流两部分；三水源模型按“山坡水文学”产流理论把总径流划分为饱和地面径流、壤中水径流和地下水径流三部分。地面水汇流一般采用单位线法，也可采用其他方法，壤中水及地下水汇流均采用线性水库来模拟。

新安江模型的参数都有明确的物理意义或定义，但并不是都能通过直接观测或其他物理方法来定量的，其中有一些只能利用实测的降雨径流资料按最优化方法率定。为此，必须先分析参数的敏感性与独立性，以改善解题条件。

不敏感的参数，一般按经验可先定下来，不参加优选，或者在敏感参数优选确定后再作一些单因子调整。参数之间的独立性十分重要，互不独立，必然造成优选的参数不稳定或不惟一，甚至使求得的参数物理上不合理，故应当竭力避免。分层次分别给定互为独立的目标函数，是避免参数不独立性造成不合理优选结果的行之有效的办法。在新安江模型中曾设置了下列三个目标函数：

$$\Delta R = \sum_{i=1}^n Q_c(i) - \sum_{i=1}^n Q_o(i) \quad (3-81)$$

$$e_1 = \frac{\sum_{i=1}^n \text{ABS}[Q_o(i) - Q_c(i)]}{\sum_{i=1}^n Q_o(i)} \quad (3-82)$$

$$e_2 = \frac{\sum_{i=1}^n \text{ABS}\{\text{LOG}[Q_o(i)/Q_c(i)]\}}{\sum_{i=1}^n \text{LOG}[Q_o(i)]}, \quad Q_o(i) > 0 \quad (3-83)$$

以上三式中： $Q_o$  为实测流量； $Q_c$  为计算流量； $\text{ABS}[\cdot]$  表示取方括号中数值的绝对值； $\text{LOG}[\cdot]$  表示取方括号中数值的对数； $n$  为资料数目。目标函数式(3-81)着眼于控制产流量计算精度来优

选产流参数,目标函数式(3-82)和(3-83)则着眼于控制洪水过程线和中、枯水流量计算精度来优选汇流参数和分水源参数。

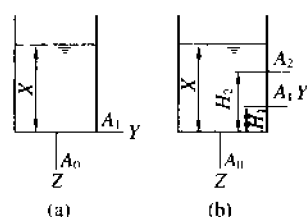


图 3-27 单个水箱

(a) 具有一个侧孔和一个底孔的水箱；(b) 具有两个侧孔和一个底孔的水箱

另一个比较常见的是水箱模型,它由日本水文学者菅原正己首创,20 世纪 80 年代初传入中国。单元流域的水箱模型由一系列具有侧孔或底孔的水箱直列而成。水箱模型假设每个水箱的任一个出流孔的出流量与其中蓄量呈线性关系。例如,对于图 3-27(a)所示的水箱,侧孔和底孔的出流量分别按下列两式计算

$$Y = A_1 \cdot X \quad (3-84)$$

$$Z = A_0 \cdot X \quad (3-85)$$

式中:  $X$  为水箱中某一时刻的蓄量;  $A_0$ 、 $A_1$  分别为底孔和侧孔的出流系数。而对于图 3-27(b)所示的具有两个侧孔和一个底孔的水箱,其侧孔的出流量公式变为

$$Y = \begin{cases} 0, & X < H_1 \\ A_1 \cdot (X - H_1), & H_1 \leq X \leq H_2 \\ A_1 \cdot (X - H_1) + A_2 \cdot (X - H_2), & X > H_2 \end{cases} \quad (3-86)$$

式中:  $H_1$ 、 $H_2$  分别为两个侧孔的高度;  $A_2$  为另一个侧孔的出流系数。在水箱模型中,底孔出流可模拟下渗,侧孔出流可模拟径流,两个以上的侧孔出流可模拟汇流的非线性作用。

水箱模型的结构虽然简单,但其功能较好。它能模拟不同历时及强度的降雨所形成的出流过程。现以 3 个水箱直列组成的模型来具体说明之(图 3-28)。久旱以后,第一、二层水箱的蓄量几乎为零。这时,如降雨很小,则第一层水箱的蓄量不可能达到其侧孔高度,因此,无侧孔出流;一小部分下渗到第二层水箱的雨水,一

般也不可能使第二层水箱产生侧孔出流;继续下渗到第三层水箱的一小部分雨水,虽然增加了它的蓄量,但由于其原有的蓄量较小,加之它的侧孔出流系数较小,故第三层水箱实际增加的出流可忽略不计。总之,小雨对流量过程线的影响几乎没有(图 3-28(a))。如果持续不断地下小雨,虽然第一层水箱的蓄量可能仍达不到其侧孔高度,但第二层水箱将会出现侧孔流,这种情况下的流量过程涨落都比较缓慢(图 3-28(b))。若出现高强度短历时的暴雨,则第一层水箱的蓄量就会急剧上升,并出现侧孔流,但由于雨量不太大,第一层水箱又有侧孔流,故进入第二层水箱的水量必然不多,因而不会出现侧孔流,在这种情况下,会出现涨落都很快的小洪峰(图 3-28(c))。若出现高强度长历时的大暴雨,首先第一层水箱的蓄量急剧增加,形成侧向出流(图 3-28(d)),接着第二层水箱也出现侧向流(图 3-28(e)),雨止后,第一层水箱的蓄量迅速减少,侧向流很快停止,但第二层水箱还有侧向流(图 3-28(f)),在这种情况下,就会形成陡涨缓落的大洪峰。

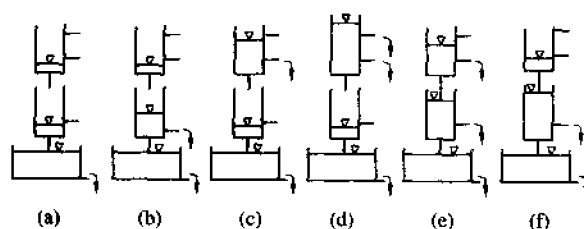


图 3-28 水箱模型的基本功能

(a)下小雨的情况;(b)持续下小雨的情况;  
(c)高强度短历时暴雨的情况;(d)、(e)、(f)高强度长历时暴雨的情况

由以上分析可知,水箱模型的第一层的侧孔出流相当于地面径流,其余各层的侧孔出流相当于壤中水径流和地下水径流。图 3-29(a)是一个常见的由四层水箱组成的水箱模型,它显然可以模拟四种径流成分(图 3-29(b))。水箱模型结构简单,形象直

观,但在模拟产流机制上所具有的合理性和灵活性是显而易见的。

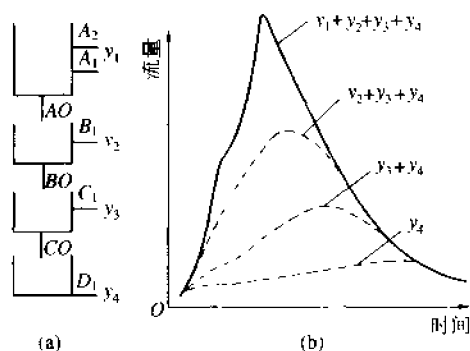


图 3-29 水箱模型模拟不同径流成分示意

(a) 四层水箱模型; (b) 不同径流成分划分

水箱模型包括的参数是蒸散发折算系数、侧孔与底孔的高度以及侧孔与底孔的出流系数等。由于这些参数物理意义不够明确,因此,主要靠调试的方法来率定。例如,对于图 3-27(a)所示的最简单的水箱模型,  $(A_0 + A_1)$  的大小决定了流量过程线的形状,加大  $(A_0 + A_1)$ , 可使过程线尖瘦;减小  $(A_0 + A_1)$ , 可使过程线矮胖。  $A_1/A_0$  的大小决定了径流总量,  $A_1$  大, 径流量大, 下渗小;  $A_0$  大, 则相反。因此,在调试参数时,若发现径流总量符合,过程线形状拟合欠佳,则可调试  $(A_0 + A_1)$ ;反之,则应调试  $A_1/A_0$ 。

纵观现有流域水文模型的结构,在计算流程上主要有两种类型:一是先计算总径流,然后再将总径流划分为不同径流成分;二是计算径流量与划分径流成分同时进行。属于前者的如新安江模型,属于后者的如水箱模型。在考虑单元流域下垫面不均匀对产流、汇流的影响上分两种情况:其一是用具有统计性质的分布曲线来描述下垫面空间分布不均,如新安江模型中的流域蓄水曲线;其二是认为单元流域的下垫面是均匀的,如水箱模型。在确定模型参数上有两种基本方法:一是根据参数的物理意义独立计算;二是

根据实测的降雨径流资料用最优化方法率定。

20 世纪 80 年代后期以来,流域水文模型处于缓慢发展阶段,这不能不与现有流域水文模型存在下述局限性有关。一是水文现象十分复杂,使得人们至今还不能用物理定律和数学物理方程来严格描述降雨径流形成过程中的许多子过程,因此,现有流域水文模型中的许多环节仍主要借助于概念性元件模拟或经验函数描述。这样的模拟或描述,一般只能涉及现象的表面,而涉及不到现象的本质或物理机制,这就使得流域水文模型包含的参数大都缺乏明确的意义,只能依靠实测降雨径流资料来反求,导致流域水文模型参数在拟合一组资料中的大多数虽可达到令人满意的精度,但对该组资料中的特殊情况,或该组以外的另一组资料,却不一定能达到令人满意的精度。二是用最优化方法确定模型参数,对实测降雨和径流资料的依赖性很大。流域水文模型一般都有两个以上须由实测降雨和径流资料反求的参数。在数学上处理这类“反问题”的方法通常是最优化方法,它首先要求设计一个目标函数,然后在一定的约束条件或无约束条件下寻求一组参数使该目标函数达到极值。现有流域水文模型的目标函数通常根据模型的状态变量或输出变量的模拟与实测值之间的误差来构造,一般与模型本身的结构无关,所考虑的约束条件一般也与模型本身的结构无关。因此,按最优化方法求得的模型参数只能说明模型拟合实测资料的程度,而不能揭示参数的物理意义。此外,由于模型中各参数之间可能存在一定程度的相依性以及所构成的目标函数的非单峰(谷)性,按最优化方法求得的最优参数可能不具有惟一性。三是流域水文模型的输入为流域上各点的降雨过程,而输出则为流域出口断面的流量或水位过程。因此,它的输入具有分散性,而输出具有集中性,现有流域水文模型的结构一般与此并不匹配。四是有效的计算方法问题。与计算机技术发展分不开的流域水文模型,总是以离散方式来模拟流域降雨径流形成的连续过程的。离



散化必然导致变量的均化,带来离散误差。此外,计算机的数字有效位数总是有限的,这又会带来舍入误差。因此,如果离散化的方法不适当,或者计算方法不够好,则非物理的数值扩散可能导致背离物理图景的结果。这就表明,流域水文模型是否成功,除了必须结构合理和参数富有物理意义外,还应采用合适的离散化格式和有效的计算方法。现有流域水文模型大多采用显式格式,对其数值计算上的稳定性一般都未作过研究,这是一个值得注意的问题。

#### 第十四节 人类活动对产汇流的影响

广义的人类活动是指人类为生存与发展所进行的对自然条件产生影响的经济、社会活动,但在研究人类活动对流域产流与汇流的影响时,人们只涉及到狭义的人类活动,即仅指通过改变下垫面状况而对流域产流与汇流产生影响的那些经济、社会活动,这些活动主要有造林与森林砍伐、农业及水土保持措施、水利工程以及城市化等。

森林对降雨有一定影响,但不同的研究结论却截然不同。如法国学者 Garczynski 研究指出,对于超过  $10\,000\text{km}^2$  的森林流域,森林率增加 10%,降雨量将增加 3%;森林率增加 50%,降雨量将增加 14%。但 Penman 根据亚、非、欧和北美 11 个实验站的资料分析,得出了森林没有明显增加降雨作用的结论。中国学者则认为,由于森林抑制白天温度升高,削弱对流,结果反而可能使降雨减少。

森林将通过截留增加降雨损失。截留是植物枝叶在其表面吸着力、承托力和水分重力、表面张力等作用下储存雨水的现象。截留与植物本身的特征,如树的种类、树龄、林冠厚度、茂密度等有关,也与气象和气候因素(如降雨量、降雨强度、气温、风速、前期枝叶湿度等)有关。尽管某些地区的某种森林的截留可能损失掉年

降雨量中可观的一部分,但截留对大暴雨的影响一般是不重要的。

森林地区的蒸发量由截留蒸发、植物散发和林间地面蒸发组成。森林增加了截留蒸发和植物散发,但将减少林间地面蒸发,两者的综合就是森林对蒸散发的影响。许多对比观测表明,森林地区的蒸散发量一般大于同气象条件下裸土的蒸发量。例如,中国姜湾径流试验站 1957—1961 年的观测资料表明(表 3-1),森林地区的年蒸散发量平均比裸土的年蒸发量大 1.23 倍。

表 3-1 姜湾径流试验站林地蒸散发与裸土蒸发比较

项 目	年 份				
	1957	1958	1959	1960	1961
流域平均雨量(mm)	1504	1512	1813	1868	2070
径流深(mm)	678	829	980	1184	1116
土壤蒸发量(mm)	341	398	329	380	356
林地蒸散发量(mm)	900	727	910	731	590

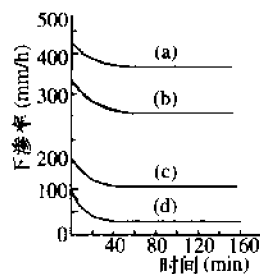


图 3-30 火山灰地带  
不同植被对下渗的影响

(a) 阔叶林; (b) 针叶林(赤松); (c) 草地; (d) 裸土。

森林地区,由于深而密的根系活动、枯枝落叶层的复盖,腐殖质使土壤团粒化以及林冠和枯枝落叶层有效地减小雨滴对土壤的击实,使得有利于下渗运动,以致森林地的稳定下渗率比裸土的稳定下渗率大,如图 3-30 所示。此外,以上各项因素还会导致森林地涵养水分的能力要大于裸土。

上述各因素的综合就表现为森林对产流的影响,总的来说,当遇大暴雨时,森林具有减小洪量、减小地面径流的作用,但减小洪量的作用并不与暴雨强度相关,一般暴雨越大,减小洪量的相对作用越小。

森林对汇流的影响,主要表现为由于汇流速度的减小、地面径

流的减少及土层调蓄能力的增加,从而导致洪峰流量的削减和洪峰出现时间的延迟。但对连续暴雨洪水,这种削峰作用对第一场暴雨洪水最为明显,对后续暴雨洪水则会越来越不明显。

农业及水土保持措施主要从下列三方面来影响流域的产流和汇流。一是由天然状态转变为农业用地,如变森林为耕地;二是农业耕作方式的改变,如旱地深耕;三是建造水土保持工程,如坡地改梯田、修鱼鳞坑等。森林地转变为农业用地后,一般下渗能力有所降低,地面径流有所增加。旱地深耕可使下渗能力增加,地面径流减少。坡地改梯田、挖鱼鳞坑等,不仅可增加地面填洼量,增加下渗和蒸发,而且也使地面径流减少。

流域上兴建蓄水工程对产流和汇流的影响主要表现为削减了洪峰流量。图 3-31 是水库面积占流域面积比重与洪峰削减率之间的关系,可以看出,随着水库面积占流域面积比重的增加,洪峰削减率也增加,但两者并非线性相关,而且与暴雨大小有关。当发生垮坝,尤其是发生连锁反应的垮坝事件时,洪峰流量将反而大大增加。

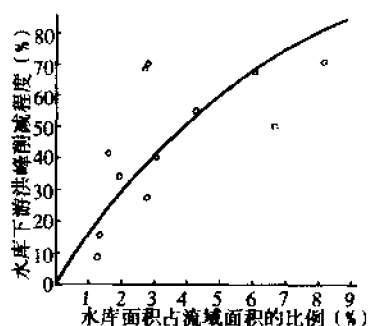


图 3-31 水库面积比重  
与洪峰削减率的关系

城市化对产流和汇流的影响是近二十年来受到十分关注的问题。城市化的基本标志是人口密度的增加和建筑物密度的增加。

城市化可导致降雨量增加和大强度暴雨发生频次的增多。这几乎已成定论。原因是城市化导致了有利于降雨的热岛效应、阻碍效应和凝结核效应。热岛效应是指由于城市上空二氧化碳及其他微粒含量明显高于周围,加上大量人工热源存在其中,以致城市气温明显高于郊区的现象。它使得城市大气层结构不稳定而利于

产生热对流,当城市上空水汽充足时,就容易形成对流云或对流性降雨。城市中建筑物高低不一,相差悬殊,使得城市下垫面的粗糙度一般远大于郊区,这不仅可以引起湍流,而且对稳定缓变的降水系统,如静止锋、静止切变线和缓进冷锋等有阻碍效应,使它们的移动速度变慢,增加它们在城市上空滞留的时间,从而导致城区降雨强度增大和降雨历时延长。城市上空的各种微粒的含量一般较高,它通常有促进降雨增多的作用,这就是所谓城市凝结核效应。

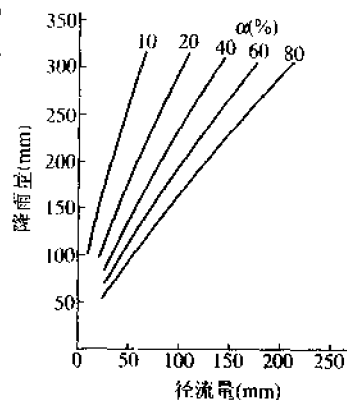


图 3-32 北京市城区近郊区降雨—径流相关图

城市化使得城市区域内不透水面积比例增大,这是城市流域径流系数较大的主要原因,也是城市流域地面径流比重较大、地下水径流比重较小的主要原因。表 3-2 是根据北京市资料分析的结果。由表可见,随着不透水面积比例的增大,地面径流系数明显增大。对于城市化程度较高的流域,不透水面积比例甚至可能成为影响降雨—径流关系的主要因素(图 3-32)。

表 3-2 北京市不同区域的地面径流系数

站 名	控制面积 (km <sup>2</sup> )	不透水面积比例 $\alpha$ (%)	分析的雨洪场次	地面径流系数
右安门	13.85	81~85	5	0.57~0.60
乐家花园	94.05	77	11	0.40~0.55
玉渊潭进口	33.56	16	6	0.01~0.29
五孔桥	48.42	12	4	0.02~0.04

城市化不仅改善了排水系统,使得改善后的水系和兴建的管

网系统更加有利于城市的排水排洪,而且整修或铺砌后的坡面与河道的糙率明显减小。因此,对于一场相同时空分布的净雨,由于流域汇流速度加快,城市流域所形成的洪水过程线则比较尖瘦,峰现时间也将提前。图 3-33 为四川峨眉径流实验站根据保宁小溪 1960 年和 1984 年实测降雨径流资料分析求得的不同时期的流域单位线。1960 年以前不透水面积比例很小,1984 年则达到 25%,因此,1984 年的流域单位线不仅峰值比 1960 年增加近 1 倍,而且历时缩短,洪峰出现时间提前。图 3-34 为北京市通榆河乐家花园站 1963 年 8 月和 1983 年 8 月两次暴雨的实测洪水过程线,这两次暴雨的总降雨量、最大 1h 雨量十分接近,但 1983 年 8 月的洪峰流量是 1963 年 8 月的两倍多,主要原因就是因为 1983 年该流域的不透水面积比例比 1963 年增加了 19%。

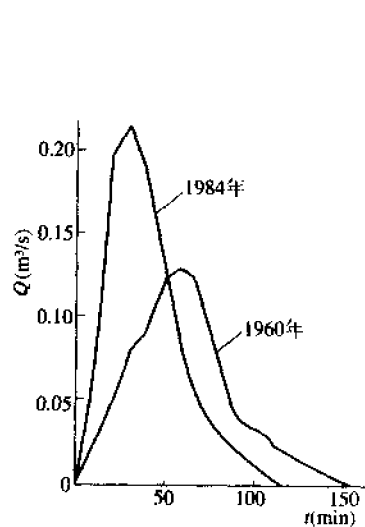


图 3-33 峨眉径流实验站  
保宁小溪的流域单位线的变化

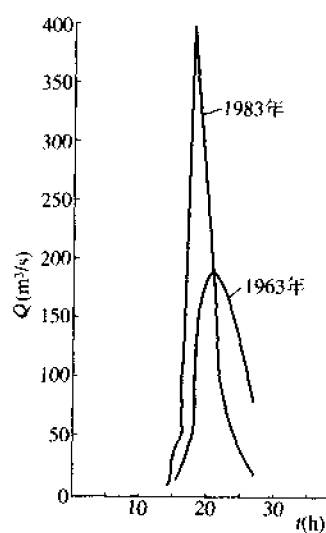


图 3-34 北京市通榆河乐家  
花园站两次洪水过程线的比较

人类活动对流域产流、汇流的总影响,一般并不等于各单项因素影响的叠加,有些单项因素的影响也不一定是线性的。这些都使得人类活动对流域产流与汇流影响的定量分析变得复杂,在这种情况下,开展以实验流域为代表的物理模型研究和以流域水文模型为代表的数学模型研究,是十分必要的。

## 第四章 河流洪水与枯水

### 第一节 河流洪水形成及洪水波运动

水力要素不随时间变化的水流称为稳定流。水力要素随时间变化的水流称为不稳定流。如果河流初始状态为稳定流,则加进某种干扰后就成为不稳定流。如果这种干扰为流域降雨径流注入,就形成河流洪水。因此,河流洪水是一种不稳定流。由暴雨洪水造成的洪涝灾害是人类面临的主要自然灾害之一,故探讨河流洪水的基本规律是十分重要的。

形成河流洪水的干扰称为波流量,它是由于外因,例如降雨径流突然注入或闸坝放水等而在河道原来的稳定流流量  $Q_0$  之上增加的附加流量  $\Delta Q$ (图 4-1(a))。波流量在重力、摩阻力、压力等作用下沿河道传播,就产生了河道洪水波运动。可见,波流量的存在是河道洪水波运动的基本物理表征。

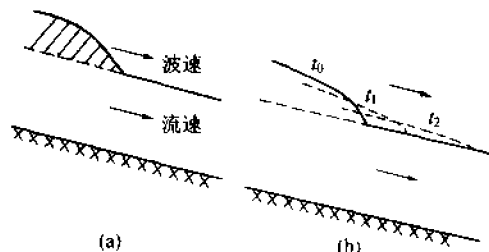


图 4-1 洪水波的形成与传播

(a)波流量;(b)波流量传播

人们研究河流洪水运动是从观测洪水波的基本特征开始的。这些基本特征包括波体、波高、波长、波峰、波锋、附加比降、相应流

量和波速等,参见图 4-2。初始稳定流水面以上的附加部分称为波体,即图 4-2 中 ABCDA 部分。波体相对于稳定流水面的垂直距离称为波高,它沿河长而变,其中最大值就是波峰,即图 4-2 中 BD,以波峰为界,波体的 BCD 部分为波前,BAD 部分为波后。波体与稳定流水面交界面在水流方向上的长度称为波长,即图 4-2 中 AC。波前的前锋界面称为波锋,即图 4-2 中 BC。波体水面线相对于原来稳定流水面的比降称为附加比降,波前即涨洪段,附加比降为正,波后即落洪段,附加比降为负。洪水波上同位相的流量(水位)称为相应流量(水位)。相应流量(水位)沿河道的传播速度称为波速。

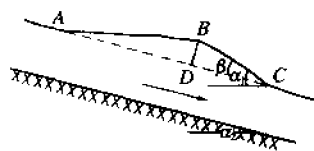
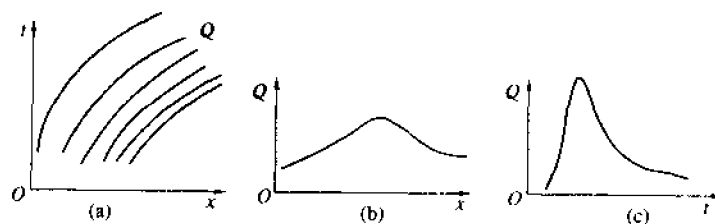


图 4-2 洪水波的基本特征

洪水波的运动状况可用流量(水位)的时空变化来描述。设想在河流发生洪水期间,已测得不同地点、不同时间的流量(或水位),那么在  $x-t$  坐标系内就可以给出流量(或水位)为参变量的散布图和以流量(或水位)为参变量的等值线图(图 4-3(a))。如果相应流量(或水位)在传播过程中不变,则该等值线的分布就反映了流量(或水位)的时空变化。事实上,在该图上作平行于  $x$  轴的剖面,就可得出某一时刻流量(或水位)沿河长的变化

图 4-3 作为  $x$  和  $t$  函数的相应流量

(a) 流量等值线图; (b) 平行于  $x$  轴的剖面; (c) 平行于  $t$  轴的剖面



(图 4-3(b));而作平行于  $t$  轴的剖面,则可得出某一位置的流量(或水位)随时间的变化(图 4-3(c)),即流量过程线。此外,容易证明,该图中每条等流量(或水位)线的斜率  $\frac{dx}{dt}$  即为该相应流量(或水位)的波速。

但大量的实际观测表明,当河段中无旁侧入流时,河段上、下断面流量过程线一般有下列差别:相应流量在河段下断面出现的时间要迟于其在河段上断面出现的时间,时差即为该相应流量在河段中的传播时间;河段下断面的流量过程线在形状上一般要比河段上断面的矮胖低平。前者称为洪水波的传播,后者称为洪水波的坦化。洪水波的传播和坦化是同时发生的现象,它们不仅与河段长度、河段底坡、河段糙率和断面形状有关,而且与洪水波本身的特征有关。

## 第二节 洪水波运动的数学描述

河道中由暴雨径流注入而形成的洪水波属于明渠缓变不稳定流,因此,可用法国科学家 St. Venant 于 1871 年导出的明渠缓变不稳定流基本微分方程来描写河道洪水波运动规律。河道洪水波运动一般可看作一维问题。一维 St. Venant 方程组的基本形式为

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = q \quad (4-1)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial x} - (s_0 - s_f) - \left( \frac{qv_{q_x} - qv_{q_y}}{gA} \right) = 0 \quad (4-2)$$

式中:  $Q$  为流量;  $A$  为过水断面面积;  $q$  为单宽旁侧入流量;  $v$  为断面平均流速;  $y$  为水深;  $s_0$  为河底比降;  $s_f$  为摩阻比降;  $g$  为重力加速度;  $v_{q_x}$  为旁侧人流的平均流速;  $v_{q_y}$  为  $v_{q_x}$  在河道水流方向上的分量;  $r$

为沿水流方向的距离坐标,向下游方向为正; $t$  为时间坐标。

式(4-1)称为连续性方程,它反映了洪水波运动必须满足的连续性条件,实质上就是质量守恒定律的体现。式(4-2)称为动力方程,也称为动量方程或能量方程,它反映了洪水波运动必须满足的动力平衡条件、动量平衡条件和能量平衡条件,实质上就是牛顿第二定律、动量守恒定律和能量守恒定律的体现。按动力平衡的观点,式(4-2)中各项的具体意义是: $s_0$  为重力项; $\partial y/\partial x$  为压力项; $s_f$  为摩阻力项; $(v/g)(\partial v/\partial x)$  为空间惯性力项, $(1/g)(\partial v/\partial t)$  为时间惯性力项,二者合起来称为惯性力项; $(qu_q - qv_q)/gA$  为旁侧入流产生的惯性力项。

当无旁侧入流时,式(4-1)和(4-2)分别变为

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (4-3)$$

$$\frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial x} - (s_0 - s_f) = 0 \quad (4-4)$$

当旁侧入流产生的惯性力项可以忽略不计时,式(4-1)和(4-2)可写为

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = q \quad (4-2)$$

$$\frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial x} - (s_0 - s_f) = 0 \quad (4-4)$$

在 St. Venant 方程组中,看上去包含有四个未知函数: $Q$ 、 $A$ 、 $v$  和  $y$ 。但若考虑到  $Q=vA$  和  $y$  与  $A$  呈单值函数关系,故实际上只包含有两个未知函数,它们是流量  $Q$  和水位  $Z$ ,或  $v$  和  $y$ 。由于在河流洪水研究中最关心的是  $Q$  和  $Z$  两个水文要素,因此,下列以  $Q$  和  $Z$  作为未知函数的 St. Venant 方程组得到了广泛的应用:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial Z}{\partial t} = q \quad (4-5)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + 2v \frac{\partial Q}{\partial x} + (gA - Bv^2) - v^2 \frac{\partial A}{\partial t} \Big|_{\cdot} + g \frac{nQ |Q|}{AR^{4/3}} = 0 \quad (4-6)$$

式中:  $Z$  为水位;  $\left. \frac{\partial A}{\partial x} \right|_Z$  为水位沿河长不变时, 过水断面面积对河长的变化率;  $n$  为河道糙率;  $R$  为水力半径; 其他符号的意义与前述相同。

式(4-5)和(4-6)虽已构成了一个闭合方程组, 但仅给出了河流洪水波运动所必须遵循的控制方程, 要描写特定情况下的洪水波运动, 还必须给定初始条件和边界条件。初始条件指的是洪水波运动开始时  $Q$  和  $Z$  沿河长的变化情况。对于由式(4-5)和(4-6)描述的一维洪水波运动问题, 边界条件必须包括上边界条件和下边界条件。上边界条件通常取  $x=0$  处的流量过程  $Q(0, t)$  或水位过程  $Z(0, t)$ ; 下边界条件除了可用  $Q(L, t)$  或  $Z(L, t)$  外 ( $L$  为上、下边界之间的河长), 还可以用水位流量关系方程。作为一个特殊情况, 当下游不受回水顶托影响, 即为自由下边界时, 下边界条件可写成  $Q(\infty, t) = Q_0$ , 这就是说, 在这种情况下, 在  $x \rightarrow \infty$  时, 河道水流将恢复到稳定流状态。

容易证明, 若将连续性方程式(4-3)对河长进行积分, 则可导出下列无区间入流的河段水量平衡方程式:

$$I(t) - O(t) = \frac{dW(t)}{dt} \quad (4-7)$$

式中:  $I(t)$ 、 $O(t)$  分别为河段上、下断面流量过程;  $W(t)$  为河段槽蓄量过程。式(4-7)是一个不闭合的常微分方程式, 因为其中包含了  $O(t)$  和  $W(t)$  两个未知函数。

河槽蓄量一般取决于流量沿程分布, 后者又可借助于河段上、下断面流量及其各阶导数来表达。因此, 河槽蓄量与河段上、下断面流量之间的关系可表达为

$$W = f(I, O; \frac{dI}{dt}, \frac{d^2I}{dt^2}, \dots, \frac{dO}{dt}, \frac{d^2O}{dt^2}, \dots) \quad (4-8)$$

式(4-8)称为槽蓄方程, 它也包含  $O(t)$  和  $W(t)$  两个未知函数。

因此, 式(4-7)和(4-8)构成了一个闭合的常微分方程组, 再

考虑一定的初始条件,这个方程组也可作为河道洪水波运动的一种数学描述。

若流量沿程呈直线变化,则式(4-8)可简化为

$$W = f(L, Q) \quad (4-9)$$

式(4-9)的另一个特例是如果河段长等于特征河长 $l$ ,则有

$$W = f(Q) \quad (4-10)$$

特征河长是一个其槽蓄量正好与其出流量呈单值关系的特殊河段。可以证明,特征河长 $l$ 的表达式为

$$l \approx \frac{Q_0}{i_0} \left( \frac{\partial Z}{\partial Q} \right)_0 \quad (4-11)$$

式中: $Q_0$ 为稳定流量; $i_0$ 为稳定流比降; $(\partial Z / \partial Q)_0$ 为稳定流水位流量关系的坡度。特征河长的存在是具有水力学根据的。

### 第三节 洪水波的分类及其特点

人们对洪水波运动的认识是逐步深入的。早在1858年,Kleitz认为洪水波是一种简单的单斜上升波,并导出了波速公式,但Kleitz的工作在当时并未引起人们的注意。直到1900年Sedden在一篇题为“河流水力学”的论文中再次独立地提出上述概念后,才引起了人们的重视。1951年,Hayani发现了扩散波。1955年,Lighthill发现了运动波。1963年,Handerson在前人工作的基础上指出应按St. Venant方程组中的动力方程式(4-4)的各项的对比关系来认识洪水波的特性。1977年,Ponce据此基本上完成了对洪水波的分类。Ponce把洪水波分成下列5类:

(1)运动波 若在式(4-4)中可以忽略惯性力项和压力项,例如对底坡 $s_0$ 陡峻的河流,则称为运动波,其动力方程式为

$$s_f = s_0 \quad (4-12)$$

(2)扩散波 若在式(4-4)中只忽略惯性力项,例如对底坡 $s_0$

中等的河流,则称为扩散波,其动力方程式为

$$\frac{\partial y}{\partial x} (s_0 - s_f) = 0 \quad (4-13)$$

(3) 恒定动力波 若在式(4-4)中只忽略时间惯性力项,则称为恒定动力波,其动力方程式为

$$\frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} (s_0 - s_f) = 0 \quad (4-14)$$

(4) 惯性波 若在式(4-4)中重力项和摩阻力项相抵消,例如在水库中,则称为惯性波,其动力方程式为

$$\frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad (4-15)$$

(5) 动力波 若在洪水运动中,式(4-4)中各项均不可忽略,则称为动力波,其动力方程式就是式(4-4)。

现将以上 5 种洪水波的特点论述如下。

**运动波的特点** 由前述分析可知,描述无旁侧入流情况下运动波运动规律的偏微分方程组显然为

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (4-3)$$

$$s_f = s_0 \quad (4-12)$$

若采用 Chezy 公式表达  $s_f$ , 有

$$s_f = \frac{Q^2}{C^2 A^3 R} \quad (4-16)$$

式中:  $C$  为 Chezy 系数;  $R$  为水力半径; 其余符号的意义与前述相同。

将式(4-16)代入式(4-12)得知运动波的水位流量关系为单一线,如再与式(4-3)合并,消去变量  $A$ , 则得

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{dQ}{dA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \text{ 或 } \frac{\partial Q}{\partial t} + C_* \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (4-17)$$

式(4-17)为一阶双曲线型偏微分方程。按特征线理论,它与

下列一组常微分方程等价,即

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dQ}{dA} = C_k \quad (4-18)$$

$$\frac{dQ}{dt} = 0 \quad (4-19)$$

式(4-18)称为特征线方程,不难得知 $\frac{dQ}{dA}$ 即为运动波波速 $C_k$ 。

由于 $\frac{dQ}{dA}$ 总是正值,故运动波总以波速 $C_k = \frac{dQ}{dA}$ 自河道上断面向下断面传播。式(4-19)称为特征方程,它表明如果人们以速度 $C_k$ 在运动中观察相应流量,则其不发生改变,就是说运动波是一种不发生坦化现象的洪水波(图4-4)。但运动波可能是一种发生扭曲现象的洪水波,这取决于运动波波速是否随流量或水位而变。如果 $C_k$ 为常数,则不发生扭曲现象(图4-4(a));反之,如果 $C_k$ 是流量或水位的函数,则发生扭曲现象(图4-4(b))。扭曲现象使运动波的波前越来越陡峻,最后导致其倾覆破碎。

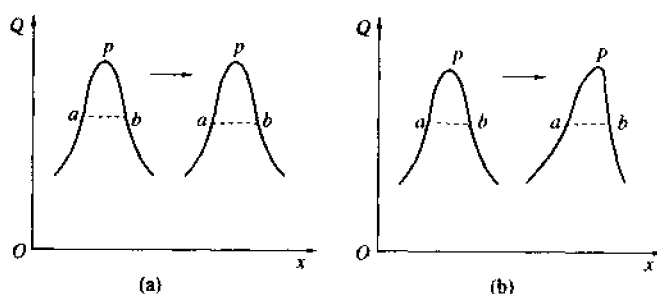


图 4-4 运动波在传播中的变化  
(a) $C_k$  为常数的情况; (b) $C_k$  为流量或水位函数的情况

如果将式(4-16)代入式(4-12),再与式(4-3)合并,不是消去变量 $A$ ,而是消去变量 $Q$ ,则可得以 $A$ 为未知变量的运动波方程:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{dQ}{dA} \frac{\partial A}{\partial x} = 0$$

或写成

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{dQ}{dA} \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad \text{或} \quad \frac{\partial y}{\partial t} + C_k \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad (4-20)$$

式(4-20)是以水深  $y$  为未知变量的运动波方程。

运动波波速一般大于同流量时的断面平均流速。证明这一结论是很容易的。因为  $Q = Av$ , 所以

$$C_k = v \left( 1 + \frac{A}{v} \frac{\partial v}{\partial A} \right) = \eta v \quad (4-21)$$

式中:  $\eta$  为波速系数, 它取决于断面形状和阻力公式。相应于几种简单断面形状和常见阻力公式的波速系数值见表 4-1。一般说来, 在天然河道中  $\partial v / \partial A$  为正值, 即  $\eta > 1$ , 故得  $C_k > v$ 。若断面的水位流量关系和水位面积关系均为幂函数, 则它们的幂指数之比值就是波速系数。但当过水断面面积与流量呈直线关系时, 可得  $C_k = v$ 。

表 4-1 波速系数表

断面形状	阻力公式	
	Manning 公式	Chezy 公式
三角形	1.33	1.25
宽浅矩形	1.67	1.50
宽浅抛物线形	1.44	1.33

天然河道中运动波波速随流量或水位虽呈单值变化, 但一般并非单调的(图 4-5), 其中第一个转折点相当于漫滩开始, 也就是相当于满槽(平槽)流量时的运动波波速; 第二个转折点相当于漫滩以后某一临界流量, 自此临界流量开始, 运动波波速又随流量或水位呈递增趋势。

**扩散波的特点** 描写无旁侧入流情况下扩散波运动规律的偏微分方程组为

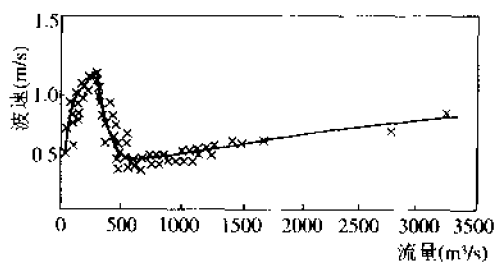


图 4-5 天然河道中运动波波速与流量的关系

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (4-3)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = s_0 - s_f \quad (4-13)$$

将式(4-16)代入式(4-13),然后解出  $Q$ ,得

$$Q = Q_0 \sqrt{1 - \frac{1}{s_0} \frac{\partial y}{\partial x}} \quad (4-22)$$

式中: $Q_0$  为稳定流量,其表达式  $Q_0 = CA \sqrt{R s_0}$ ;其余符号的意义同前。式(4-22)表明,扩散波的动力方程是一个绳套形的水位流量关系(图 4-6)。绳套的大小取决于  $\partial y / \partial x$  与  $s_0$  的比值。当  $\partial y / \partial x \ll s_0$  时,绳套趋于消失;随着  $\partial y / \partial x$  与  $s_0$  比值的增大,绳套也要增大。

若采用 Manning 公式表示 Chezy 系数,则式(4-13)变为

$$\frac{\partial y}{\partial x} = s_0 - \frac{n^2 Q^2}{A^2 R^{4/3}} \quad (4-23)$$

式中: $n$  为糙率;其余符号的意义同前。

对宽浅矩形河道,式(4-3)可写为

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad (4-24)$$

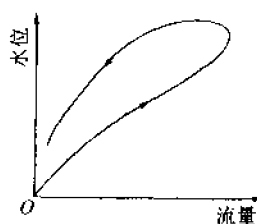


图 4-6 扩散波的水位流量关系



式中,  $B$  为矩形河道河宽。

假设  $s_0$  和  $n$  为常数, 则在式(4-23)和式(4-24)中消去  $y$ , 得

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + C_d \frac{\partial Q}{\partial x} \quad (4-25)$$

其中

$$D = \frac{A^2 y^{\frac{1}{3}}}{2n^2 Q B} \quad (4-26)$$

$$C_d = \frac{5}{3} \frac{Q}{A} \quad (4-27)$$

式(4-25)是以  $Q$  为未知函数的扩散波方程, 其中  $D$  称为扩散系数;  $C_d$  称为扩散波波速, 当水位流量关系的绳套不大时, 它近似等于运动波波速  $C_k$ 。

式(4-25)为二阶抛物线型偏微分方程, 按特征线理论, 它的特征线方程和特征方程分别为

$$\frac{dx}{dt} = C_d \quad (4-28)$$

$$\frac{dQ}{dt} = D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (4-29)$$

由式(4-27)可知,  $C_d$  一般为正值, 故扩散波总是自河道上断面向下断面传播。若人们以速度  $C_d$  顺流而下观察扩散波的变化, 则相应流量的变化与  $D$  和  $\partial^2 Q / \partial x^2$  的乘积有关, 这就是式(4-28)和(4-29)的物理意义。但由式(4-26)可知,  $D$  为正值, 因此, 扩散波在传播中的变化取决于  $\partial^2 Q / \partial x^2$  的取值。若  $\partial^2 Q / \partial x^2$  为负值, 则相应流量衰减; 若  $\partial^2 Q / \partial x^2$  为正, 则相应流量增值; 若  $\partial^2 Q / \partial x^2$  等于零, 则在扩散波拐点处的相应流量不发生变化(图4-7)。这就是扩散波在传播中发生坦化变形的原因。

如果在式(4-23)和(4-24)中不是消去  $y$ , 而是消去  $Q$ , 则可以得到以  $y$  为未知函数的扩散波方程:

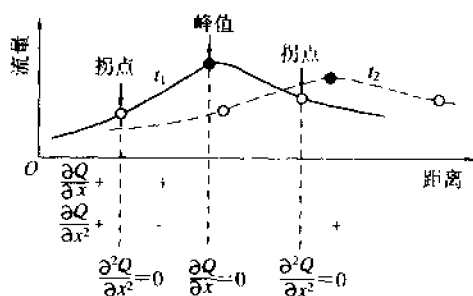


图 4-7 扩散波在传播中的变化

$$\frac{\partial y}{\partial t} = D \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - C_d \frac{\partial y}{\partial x} \quad (4-30)$$

式中:  $D$  和  $C_d$  的表达式分别与式(4-26)和(4-27)相同。

**恒定动力波的特点** 描述无旁侧入流情况下恒定动力波运动规律的偏微分方程组为

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (4-3)$$

$$\frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} - (s_0 - s_f) = 0 \quad (4-14)$$

对于棱柱形矩形断面河道,式(4-3)变为

$$y \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad (4-31)$$

从式(4-31)和(4-14)中消去  $\partial v / \partial x$  项,得到以水深  $y$  为未知函数的恒定动力波方程为

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \left( v - \frac{vg}{v} \right) \frac{\partial y}{\partial x} = - \frac{vg}{v} (s_0 - s_f) \quad (4-32)$$

式(4-32)是一阶双曲线型偏微分方程,其特征线方程和特征方程分别为

$$\frac{dx}{dt} = \left( v - \frac{vg}{v} \right) = v \left( 1 - \frac{1}{Fr^2} \right) \quad (4-33)$$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{gy}{v}(s_0 - s_f) \quad (4-34)$$

式中:  $Fr$  为 Froude 数,  $Fr = v / \sqrt{gy_0}$ 。

由式(4-33)可知, 恒定动力波的波速大小及传播方向与  $Fr$  有关, 当  $Fr=1$  时,  $\frac{dx}{dt}=0$ , 表示此时恒定动力波不存在; 当  $Fr<1$  时,  $\frac{dx}{dt}<0$ , 表示此时恒定动力波仅向上游传播; 当  $Fr>1$  时,  $\frac{dx}{dt}>0$ , 表示此时恒定动力波仅向下游传播。

由式(4-34)可知, 恒定动力波在传播中的衰减程度与底坡  $s_0$  和摩阻坡度  $s_f$  的对比有关。当  $s_0=s_f$  时, 恒定动力波在传播中不发生衰减; 当  $s_0>s_f$  时, 恒定动力波在传播中发生衰减; 当  $s_0<s_f$  时, 恒定动力波在传播中反而会有所增强。

**动力波的特点** 描述无旁侧入流情况下动力波运动规律的偏微分方程组为

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (4-3)$$

$$\frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial x} - (s_0 - s_f) = 0 \quad (4-4)$$

对于棱柱形矩形断面河道, 式(4-3)变为

$$y \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad (4-31)$$

式(4-31)和式(4-4)构成了以  $v$  和  $y$  为未知函数的二阶双曲线型偏微分方程组, 按照特征线理论, 它与下列两个常微分方程组等价, 即

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v \left( 1 + \frac{1}{Fr} \right) \end{cases} \quad (4-35)$$

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = \sqrt{\frac{y}{g}} [(s_0 - s_f) - \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t}] \end{cases} \quad (4-36)$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v \left( 1 - \frac{1}{Fr} \right) \end{cases} \quad (4-37)$$

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = -\sqrt{\frac{y}{g}} \left[ (s_0 - s_f) - \frac{1}{Fr} \frac{\partial v}{\partial t} \right] \end{cases} \quad (4-38)$$

由式(4-35)和式(4-37)可知,动力波有两个波速,其大小及方向取决于 Froude 数  $Fr$ (图 4-8)。式(4-35)表达的特征线称为顺特征线;式(4-37)表达的特征线称为逆特征线。当  $Fr < 1$  时,动力波波速一正一负、一大一小,表明存在一个指向下游的快速波和一个指向上游的慢速波。当  $Fr > 1$  时,虽然动力波也存在一大一小两个波速,但方向均指向下游。当  $Fr = 1$  时,动力波只有一个指向下游的波速,且波速为断面平均流速的两倍。

由式(4-36)和式(4-38)可知,动力波在传播过程中的衰减变化比较复杂,它与底波和摩阻坡度的对比、断面平均流速随时间的变化率等有关。

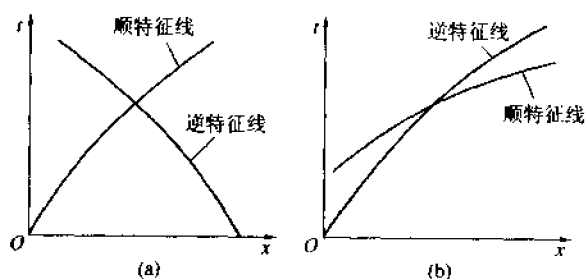


图 4-8 动力波传播与  $Fr$  的关系

(a)  $Fr < 1$ ; (b)  $Fr > 1$

**惯性波的特点** 描述无旁侧入流情况下惯性波运动规律的偏微分方程组为

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (4-3)$$

$$\frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad (4-15)$$

对于棱柱形矩形断面河道, 式(4-13)变为

$$y \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad (4-31)$$

式(4-31)和式(4-15)构成了以  $v$  和  $y$  为未知函数的一阶双曲线型偏微分方程组, 按特征线理论, 它与下列两个常微分方程组等价, 即

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v \left( 1 + \frac{1}{Fr} \right) \end{aligned} \right. \quad (4-39)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= -\sqrt{\frac{y}{g}} \frac{dv}{dt} \end{aligned} \right. \quad (4-40)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v \left( 1 - \frac{1}{Fr} \right) \end{aligned} \right. \quad (4-41)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= \sqrt{\frac{y}{g}} \frac{dv}{dt} \end{aligned} \right. \quad (4-42)$$

由式(4-39)和式(4-41)可以看出, 惯性波与动力波有相同的波速和类似的传播特征。由式(4-40)和式(4-42)可知, 惯性波的衰减特征主要取决于  $\frac{dv}{dt}$ 。

#### 第四节 洪水波的小扰动分析

由于描述河道洪水波运动规律的 St. Venant 方程组是一阶拟线性双曲线型偏微分方程组, 在数学上至今尚无法求得解析解, 因此, 对前节提及的各类洪水波的特性难以作进一步的定量分析, 对动力波和惯性波尤其如此。1977 年, Ponce 提出应用小扰动理论, 将 St. Venant 方程组化为线性方程组, 然后对线性情况下各类洪水波的特性进行讨论。这在一定程度上克服了这个困难。

**St. Venant 方程组的线性化** 对于棱柱形矩形断面河道, St. Venant 方程组式(4-3)和式(4-1)变为

$$v \frac{\partial y}{\partial x} + y \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad (4-31)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} - (s_b - s_f) = 0 \quad (4-4)$$

根据摩擦力的定义,式(4-4)中的摩阻坡度项可表示为

$$s_f = \frac{\tau}{\rho g y} \quad (4-43)$$

式中:  $\tau$  为河槽断面周边界的切应力;  $\rho$  为水的密度;  $g$  为重力加速度;  $y$  为水深。

由于河道洪水波运动属于缓变不稳定流,所以其水力要素可视为在稳定流水力要素之上附加一扰动量,即

$$v = v_0 + v', \quad y = y_0 + y', \quad \tau = \tau_0 + \tau' \quad (4-44)$$

式中:  $v_0, y_0, \tau_0$  分别为稳定流的断面平均流速、平均水深和河槽周边界切应力;  $v', y', \tau'$  分别为断面平均流速、平均水深和河槽周边界切应力的扰动量。

所谓“小扰动”是指扰动量  $v', y', \tau'$  相对于其稳定流的量是很小的,以致它们的二次和二次以上的高阶项都是微小量,可以忽略不计。引入这种小扰动概念后,式(4-31)和式(4-4)可变成下列线性偏微分方程组:

$$\frac{\partial y'}{\partial t} + y_0 \frac{\partial v'}{\partial x} + v_0 \frac{\partial y'}{\partial x} = 0 \quad (4-45)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v'}{\partial t} + \frac{v_0}{g} \frac{\partial v'}{\partial x} + \frac{\partial y'}{\partial x} + s_{b_0} \left( 2 \frac{v'}{v_0} - \frac{y'}{y_0} \right) = 0 \quad (4-46)$$

为便于后面的分析,把式(4-46)改写成

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v'}{\partial t} + \frac{av_0}{g} \frac{\partial v'}{\partial x} + p \frac{\partial y'}{\partial x} + ks_{b_0} \left( 2 \frac{v'}{v_0} - \frac{y'}{y_0} \right) = 0 \quad (4-47)$$

式中:  $l, a, p, k$  为指示系数,仅取 0 或 1 两个值之一。

令式(4-45)和式(4-47)的水深和流速的小扰动分析解分别为

$$\frac{y'}{y_0} = \hat{y} \exp[i(\hat{\alpha}\hat{x} - \hat{\beta}\hat{t})] \quad (4-48)$$

$$\frac{v'}{v_0} = \hat{v} \exp[i(\hat{\alpha}\hat{x} - \hat{\beta}\hat{t})] \quad (4-49)$$

其中

$$\hat{\sigma} = \left(\frac{2\pi}{L}\right)L_0 \quad (4-50)$$

$$\hat{\beta}_R = \left(\frac{2\pi}{T}\right)\frac{L_0}{v_0} \quad (4-51)$$

以上四式中: $\hat{y}$ 为无因次水深振幅; $\hat{v}$ 为无因次流速振幅; $\hat{\sigma}$ 为无因次波数; $\hat{\beta}$ 为传播因子,是一个复数; $\hat{\beta}_R$ 为 $\hat{\beta}$ 的实部; $i$ 为虚数单位, $i=\sqrt{-1}$ ; $\hat{x}$ 为无因次距离坐标, $\hat{x}=x/L_0$ ; $\hat{t}$ 为无因次时间坐标, $\hat{t}=tv_0/L_0$ ; $L$ 为波长; $L_0$ 为 $y_0$ 与 $s_0$ 之比;  $T$ 为周期; $\pi$ 为圆周率;其余符号的意义同前。

由波速的定义可知,小扰动波的无因次波速 $\hat{C}$ 为

$$\hat{C} = \frac{L}{T} \frac{1}{v_0} = \frac{\hat{\beta}_R}{\hat{\sigma}} \quad (4-52)$$

又知小扰动波的对数衰减值 $\delta$ 为

$$\delta = \frac{2\pi\hat{\beta}_I}{\hat{\beta}_R} \quad (4-53)$$

式中: $\hat{\beta}_I$ 为 $\hat{\beta}$ 的虚部;其余符号的意义同前。 $\delta$ 为负值表示波衰减,为正值表示波增强。

将式(4-48)和式(4-49)代入式(4-45)和式(4-46),得

$$\hat{\sigma}\hat{v} + (\hat{\sigma} - \hat{\beta})\hat{y} = 0 \quad (4-54)$$

$$[2k + i Fr_0^2(a\hat{\sigma} - l\hat{\beta})]\hat{v} + (ip\hat{\sigma} - k)\hat{y} = 0 \quad (4-55)$$

式中:  $Fr_0$  为稳定流的 Froude 数,  $Fr_0 = v_0 / \sqrt{g y_0}$ ; 其余符号的意义同前。

式(4-54)和式(4-55)构成了一个以  $\hat{y}$  和  $\hat{v}$  为未知数的齐次线性代数方程组, 要使其有解, 必要的条件是该方程组的系数行列式等于零, 即

$$il\hat{\beta}^2 Fr_0^2 - i\hat{\sigma}^2(p - a Fr_0^2) + 3k\hat{\sigma} - 2k\hat{\beta} - i\hat{\sigma}\hat{\beta}(l + a) Fr_0^2 = 0 \quad (4-56)$$

式(4-56)称为小扰动波传播的特征方程, 它是讨论各类线性洪水波定量特征的基础。

**运动波的小扰动分析** 在运动波情况下, 因为在式(4-56)中,  $l = a = p = 0, k = 1$ , 故得

$$3\hat{\sigma} - 2\hat{\beta} = 0 \quad (4-57)$$

此外, 由于  $\hat{\sigma}$  总是一个实数, 所以由式(4-57)可知, 在运动波情况下,  $\hat{\beta}$  的虚部为零, 即  $\hat{\beta}_i = 0$ , 而  $\hat{\beta}_r = \hat{\beta}$ 。这就表明, 运动波的无因次波速和对数衰减值分别为

$$\hat{C}_k = \frac{\hat{\beta}_r}{\hat{\sigma}} = \frac{3}{2} \quad (4-58)$$

$$\delta_k = 2\pi \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{\beta}_r} = 0 \quad (4-59)$$

由此得到的结论是, 运动波仅向河道下游方向传播; 运动波波速与  $Fr_0$  和  $\hat{\sigma}$  无关; 运动波在传播中不发生衰减。这些结论与前节是完全一致的。

**扩散波的小扰动分析** 对于扩散波, 由于  $l = a = 0, p = k = 1$ , 故式(4-56)变为



$$\text{即} \quad -i\hat{\sigma}^2 + 3\hat{\sigma} - 2\hat{\beta} = 0 \quad (4-60)$$

$$\hat{\beta} = \frac{3\hat{\sigma} - i\hat{\sigma}^2}{2}$$

由式(4-60)可知,扩散波的无因次波速和对数衰减值分别为

$$\hat{C}_d = \frac{3}{2} \quad (4-61)$$

$$\delta_d = -2\pi \left( \frac{\hat{\sigma}}{3} \right) \quad (4-62)$$

由此得到的结论是,扩散波仅向河道下游传播;扩散波的波速不依赖于  $Fr_o$  和  $\hat{\sigma}$ ;扩散波是洪峰衰减波,其衰减程度与  $\hat{\sigma}$  有关,  $\hat{\sigma}$  越大,衰减也越大。这些结论与前节也是完全一致的。

**恒定动力波的小扰动分析** 对于恒定动力波,由于  $l=0$ ,  $a=p=k=1$ ,故式(4-56)变为

$$-i\hat{\sigma}^2(1 - Fr_o^2) + 3\hat{\sigma} - 2\hat{\beta} - i\hat{\sigma}\hat{\beta}Fr_o^2 = 0$$

从式(4-63)中解出  $\hat{\beta}$ ,得

$$\hat{\beta} = \frac{3\hat{\sigma} - i\hat{\sigma}^2(1 - Fr_o^2)}{2 + i\hat{\sigma}Fr_o^2}$$

或变换成

$$\hat{\beta} = \frac{\hat{\sigma}[6 - \hat{\sigma}^2 Fr_o^2(1 - Fr_o^2)] - i\hat{\sigma}^2(2 + Fr_o^2)}{4 + \hat{\sigma}^2 Fr_o^2} \quad (4-63)$$

由式(4-63)可见,恒定动力波的无因次波速和对数衰减值分别为

$$\hat{C}_s = 1 + \frac{2 - \hat{\sigma}^2 Fr_o^2}{4 + \hat{\sigma}^2 Fr_o^2} \quad (4-64)$$

$$\delta_s = -2\pi \frac{\hat{\sigma}(2 + Fr_o^2)}{6 - \hat{\sigma}^2 Fr_o^2(1 - Fr_o^2)} \quad (4-65)$$

由此得到的结论是,在线性情况下,恒定动力波只向一个方向传播,其波速和洪峰衰减值均与  $Fr_o$  和  $\hat{\sigma}$  有关

**动力波的小扰动分析** 对于动力波,由于动力方程式中各项均应考虑,故  $l=a=p=k=1$ 。此时式(4-56)变为

$$Fr_0^2 \hat{\beta}^2 - 2(\hat{\sigma} Fr_0^2 - i) \hat{\beta} - [\hat{\sigma}^2 (1 - Fr_0^2) + 3\hat{\sigma}i] = 0$$

从式(4-66)中解出  $\hat{\beta}$ , 得

$$\hat{\beta} = \hat{\sigma}(1 - iS) \pm \hat{\sigma} \left[ \left( \frac{1}{Fr_0^2} - S^2 \right) + iS \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4-66)$$

其中

$$S = \frac{1}{\hat{\sigma} Fr_0^2} \quad (4-67)$$

为了求得动力波的无因次波速和对数衰减值,须利用 de Moivre 定律计算式(4-66)中复数的平方根。经推导整理,最终有

$$\hat{\beta}_1 = \hat{\sigma} \left[ 1 + \left( \frac{M+A}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] - i\hat{\sigma} \left[ S - \left( \frac{M-A}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (4-68)$$

$$\text{和} \quad \hat{\beta}_2 = \hat{\sigma} \left[ 1 - \left( \frac{M+A}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] - i\hat{\sigma} \left[ S + \left( \frac{M-A}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (4-69)$$

其中

$$A = \frac{1}{Fr_0^2} - S^2 \quad (4-70)$$

$$M = \left[ \left( \frac{1}{Fr_0^2} - S^2 \right)^2 + S^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4-71)$$

式(4-68)和式(4-69)即为一元二次方程式(4-66)的两个复根。这表明动力波要沿着两条特征线传播,其方向或为异向,即分别指向河道的上、下游;或为同向,即均指向河道下游。在异向传播情况下,定义向下游传播的为“主要波”,向上游传播的为“次要波”。在同向传播的情况下,定义快速波为“主要波”,慢速波为“次要波”。

由式(4-68)求得动力波的次要波的无因次波速和对数衰减

值为

$$\hat{C}_r = 1 + D \quad (4-72)$$

$$\delta_r = -2\pi \frac{S+E}{|1+D|} \quad (4-73)$$

由式(4-69)求得动力波的次要波的无因次波速和对数衰减值为

$$\hat{C}_s = 1 - D \quad (4-74)$$

$$\delta_s = -2\pi \frac{S+E}{|1+D|} \quad (4-75)$$

在式(4-72)~式(4-75)中

$$D = \left( \frac{M+A}{2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$E = \left( \frac{M-A}{2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

由式(4-72)和式(4-74)可知,动力波的传播速度与 $Fr_0$ 和 $\hat{\sigma}$ 有关(图4-9),并且可得到如下结论:

(1)按波数 $\hat{\sigma}$ 的大小,可把动力波的传播分为三种情况:当 $\hat{\sigma}$ 较小时, $\hat{C}_r$ 几乎与 $Fr_0$ 和 $\hat{\sigma}$ 无关;当 $\hat{\sigma}$ 较大时, $\hat{C}_r$ 仅与 $Fr_0$ 有关;当 $\hat{\sigma}$ 介乎以上两种情况之间时, $\hat{C}_r$ 才明显地表现出是 $\hat{\sigma}$ 和 $Fr_0$ 两者的

的函数。

(2)当 $Fr_0=2$ 时,不论 $\hat{\sigma}$ 为何值, $\hat{C}_r$ 几乎不变,且等于0.5。

由式(4-73)和式(4-75)可知,动力波在传播中表现出的衰减特征可归纳为:

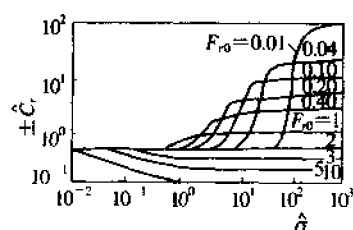


图4-9 动力波的 $\hat{C}_r \sim Fr_0 \sim \hat{\sigma}$ 关系

(1) 当  $Fr_o < 2$  时, 主要波向河道下游传播并衰减; 当  $Fr_o > 2$  时, 主要波向河道下游传播并增强; 当  $Fr_o = 2$  时, 主要波向河道下游传播, 不衰减也不增强。

(2) 当  $Fr_o < 1$  时, 次要波向上游传播或向下游传播; 当  $Fr_o > 1$  时, 次要波仅向下游传播; 当  $Fr_o = 1$  时, 次要波或者不存在, 或者向下游传播。但不论何种情况, 次要波在传播中总是衰减的。

**惯性波的小扰动分析** 在惯性波情况下, 式(4-56)中  $l = a = p = 1, k = 0$ , 故该式变为

$$\hat{\beta}^2 Fr_o^2 - 2\hat{\sigma}\hat{\beta} Fr_o^2 - \hat{\sigma}^2(1 - Fr_o^2) = 0$$

它是一个关于  $\hat{\beta}$  的一元二次方程式, 其两个根为

$$\hat{\beta} = \hat{\sigma} \left( 1 \pm \frac{1}{Fr_o} \right) \quad (4-76)$$

由于  $\hat{\sigma}$  和  $Fr_o$  均为实数, 所以由式(4-76)可得

$$\hat{\beta}_R = \hat{\sigma} \left( 1 \pm \frac{1}{Fr_o} \right)$$

$$\hat{\beta}_I = 0$$

据此求得线性惯性波的无因次波速和对数衰减值分别为

$$\hat{C}_R = \frac{\hat{\beta}_R}{\hat{\sigma}} = 1 \pm \frac{1}{Fr_o} \quad (4-77)$$

$$\hat{\delta}_R = 0 \quad (4-78)$$

由式(4-77)可见, 当  $Fr_o < 1$  时, 惯性波有两个波速, 并分别指向下游和上游; 当  $Fr_o = 1$  时, 惯性波只向下游传播; 当  $Fr_o > 1$  时, 惯性波虽有两个波速, 但均指向下游。由式(4-78)可见, 线性惯性波在传播中既不衰减, 也不增强。

## 第五节 水文学洪水演算方法之进展

洪水演算旨在根据河段上断面的洪水过程推求河段下断面未来

的洪水过程,可分为流量演算和水位演算两种情况。洪水演算的理论依据是洪水波在河道中的传播规律。正如前述,描述洪水波在河道中传播规律的途径主要有两类:一是 St. Venant 方程组;二是由河段水量平衡方程和槽蓄方程构成的方程组。基于前者的洪水演算方法称为水力学法;基于后者的洪水演算方法称为水文学法。本节论述水文学洪水演算方法,下节再论述水力学洪水演算方法。

水文学洪水演算方法旨在寻找求解由式(4-7)和式(4-8)所组成的方程组的方法,而要做到这一点,首先必须给出槽蓄方程式(4-8)的具体函数形式。由于给定槽蓄方程式(4-8)的具体函数形式的途径和方法不同,水文学洪水演算方法中又包含了许多具体方法。

**Muskingum 方法** 1934—1935 年期间,McCarthy 在研究美国 Muskingum 河洪水演算时,建议式(4-8)为以下形式:

$$W = K[xI + (1-x)O] \quad (4-79)$$

式中:  $K$  为槽蓄系数,以后可以证明,它就是洪水波在河段中的传播时间;  $x$  称为流量比重因子;其余符号的意义同前。

式(4-79)的意义是在一定条件下河槽蓄量  $W$  与该河段上、下断面流量的加权平均值呈单值关系。 $K$  就是这种关系线的坡度,而  $x$  则是其中的权重。

将式(4-8)化为有限差分形式,然后与式(4-79)联立求解,得 Muskingum 洪水演算法的基本计算公式为

$$O_2 = C_0 I_2 + C_1 I_1 + C_2 O_1 \quad (4-80)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= \frac{0.5\Delta t - Kx}{K - Kx + 0.5\Delta t} \\ C_1 &= \frac{Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t} \\ C_2 &= \frac{K - Kx - 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t} \end{aligned} \right\} \quad (4-81)$$

式中:  $\Delta t$  为计算时段长; 下标为 1 的变量是其时段初值; 下标为 2 的变量是其时段末值。可以证明, 对于无旁侧入流的情况,  $C_0 + C_1 + C_2 = 1$ 。

原 Muskingum 法采用试错法确定其中的参数  $x$  和  $K$ 。根据河段上、下断面实测流量资料 and 一组假定的  $x$  值, 计算并点绘  $W$  与  $[xI + (1-x)O]$  关系, 则相应于  $W$  与  $[xI + (1-x)O]$  最接近单值关系的  $x$  即为所求, 而此时该关系曲线的坡度即为所求的  $K$  (图 4-10)。除此以外, 确定 Muskingum 法参数的方法还有最优化方法和水力学方法。

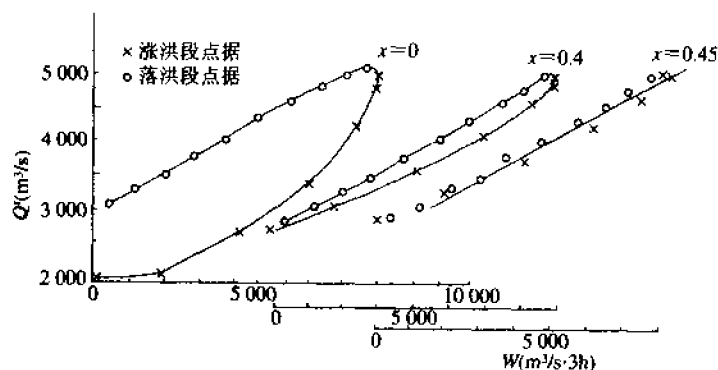


图 4-10 不同  $x$  值的  $W \sim [xI + (1-x)O]$  关系

**特征河长法** 该法由苏联 Kalinin 和 Milyukov 于 1957 年提出。显然, 对一个特征河长段, 其洪水波运动可用式 (4-7) 和式 (4-10) 来描述, 但此时必须给出式 (4-10) 的具体函数形式。Kalinin 和 Milyukov 令

$$W = \tau_l O \quad (4-82)$$

式中:  $\tau_l$  为洪水波在一个特征河长内的传播时间。因此, 将式 (4-7) 和式 (4-82) 合并, 就可得到描写一个特征河长段的洪水波运动的基本微分方程式为

$$\tau_l \frac{dQ}{dt} + Q = I \quad (4-83)$$

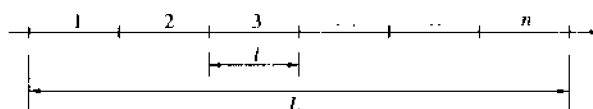


图 4-11 按特征河长划分一个河段

如果一个河段可划分为  $n$  个特征河长段(图 4-11),且其中每个特征河长段的洪水波传播时间均为  $\tau_l$ ,则可以用下列  $n$  阶常微分方程来描写该河段中洪水波运动规律:

$$Q + n\tau_l \frac{dQ}{dt} + \frac{n(n-1)}{2!} \tau_l^2 \frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} \tau_l^3 \frac{d^3Q}{dt^3} + \dots + \tau_l^n \frac{d^n Q}{dt^n} = I \quad (4-84)$$

当  $\tau_l$  为常数时,式(4-84)成为线性常系数常微分方程。取零初始条件,则当上断面入流  $I(t)$  为单位瞬时脉冲,即 delta 函数  $\delta(t)$  时,河段下断面的响应函数或瞬时单位线为

$$u(t) = \frac{1}{\tau_l(n-1)!} \left( \frac{t}{\tau_l} \right)^{n-1} e^{-t/\tau_l} \quad (4-85)$$

式(4-85)包含有  $n$  和  $\tau_l$  两个参数,根据各自的物理意义,它们可以分别用下列公式确定

$$n = \frac{L}{l} \quad (4-86)$$

$$\tau_l = \frac{l}{C} \quad (4-87)$$

式中:  $L$  为河段长;  $l$  为特征河长,按式(4-11)计算;  $C$  为洪水波速。

**$x$  与  $l$  的关系** 令河段长为  $L$ ,相应的洪水波传播时间为  $K$ ; 又令它的特征河长为  $l$ ,相应的洪水波传播时间为  $\tau_l$ 。这样就有  $n$

$=L/l, \tau_l = K/n = Kl/L$ 。假设在河段长  $L$  内, 流量沿程呈直线变化, 则其中任一个特征河长段的下断面流量为(图 4-12)。

$$O_i = O + \frac{I-O}{L}(n-i)l, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4-88)$$

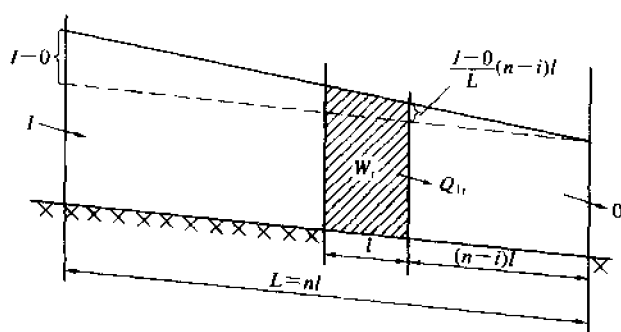


图 4-12 推导  $x$  与  $l$  关系的图

根据式(4-82), 相应的槽蓄量应为

$$\begin{aligned} W_i &= \tau_l O_i = \frac{Kl}{L} \left[ O + \frac{I-O}{L} \left( \frac{L}{l} - i \right) l \right] \\ &= \frac{l}{L} KO + \frac{l}{L} K(I-O) - \frac{l^2}{L^2} K(I-O)i \end{aligned} \quad (4-89)$$

由此可见, 可以有两种方法来计算某时刻河段长  $L$  的槽蓄量: 按 Muskingum 法

$$W = K[xI + (1-x)O] \quad (4-79)$$

按特征河长法

$$\begin{aligned} W &= \sum_{i=1}^n W_i = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{l}{L} KO + \frac{l}{L} K(I-O) - \frac{l^2}{L^2} K(I-O)i \right] \\ &= K \left[ O + \left( 1 - \frac{L+l}{2L} \right) (I-O) \right] \end{aligned} \quad (4-90)$$

因为由式(4-79)求得的  $W$  与由式(4-90)求得的  $W$  相等, 故得



$$x = \frac{1}{2} - \frac{l}{2L} \quad (4-91)$$

式(4-91)即为  $x$  与  $l$  和  $L$  的关系式。

**Muskingum 分段连续演算** 若将式(4-79)代入式(4-8),则可得下列常微分方程:

$$O + K(1-x) \frac{dO}{dt} = I - Kx \frac{dI}{dt} \quad (4-92)$$

再假设  $x$ 、 $K$  均为常数,则式(4-92)便成为常系数常微分方程。对于零初始条件,可求得上断面入流为单位瞬时脉冲时,下断面的瞬时单位线公式为

$$u(t) = \frac{1}{K(1-x)} \exp\left[-\frac{t}{K(1-x)}\right] - \frac{x}{1-x} \delta(t) \quad (4-93)$$

由于式(4-93)中第二项的存在,有时会得出负的下断面流量的不合理结果。在有限差分解式(4-80)中,实际上也有这个问题。产生这个问题原因有二:一是式(4-79)成立的条件是河段内流量沿程呈线性变化,如果河段较长,即  $K$  较大,而计算时段  $\Delta t$  取得很小,则难以保证河段内流量沿程呈线性变化;二是取有限差分时分要求计算时段  $\Delta t$  内流量呈线性变化,如果  $\Delta t$  太大,这个条件也难以满足。Muskingum 法解析解即式(4-93)就是因为上述第一个原因而导致不合理的结果,而 Muskingum 法有限差分解式(4-80)对长河段演算可能出现不合理结果的原因可归结为以上两个方面。

由此可知,虽然式(4-80)是一个简便的洪水演算方法,但对于长河段,如不进行分段,则会影响计算精度。针对以上产生不合理结果的两方面原因,为了提高 Muskingum 法有限差分解式(4-80)用于长河段洪水演算的计算精度,对长河段洪水演算方法应作如下处理:首先,根据时段内流量呈线性变化的要求定出计算时段长  $\Delta t$ ;然后,将长河段划分为若干个子河段,子河段的数目大体为  $n \approx K/\Delta t$ ,这里  $K$  为长河段的洪水波传播时间,这样可使子

河段的洪水波传播时间与  $\Delta t$  接近;第三,利用式(4-91)来确定子河段的流量比重因子  $x_r$ :

$$x_r = \frac{1}{2} - \frac{l}{2\Delta L} \quad (4-94)$$

式中:  $\Delta L$  为子河段长;  $l$  为特征河长;第四,按下式确定子河段的槽蓄方程系数  $K_r$ :

$$K_r \approx \frac{K}{n} \quad (4-95)$$

最后,代入式(4-81)就可求得子河段的演算系数  $C_0$ 、 $C_1$  和  $C_2$ 。

Muskingum 分段连续演算就是从河段上游开始向下游逐个子河段应用式(4-80)进行洪水演算。河段上断面流量过程为第 1 个子河段的人流过程,运用式(4-80)就可求得第 1 个子河段的出流过程;第 1 个子河段的出流过程即为第 2 个子河段的人流过程,再应用式(4-80)又可求得第 2 个子河段的出流过程……如此逐个子河段进行下去,最终便可求得河段的下断面流量过程。

由于当 Muskingum 法参数为常数时,式(4-80)是一个线性常系数差分方程,故它服从倍比原理和叠加原理。为此人们可以先求得 Muskingum 分段连续演算时的汇流系数,然后根据倍比原理和叠加原理计算河段上断面任意形状流量过程所产生的下断面流量过程。河段上断面某时刻单位流量所产生的下断面的流量序列称为汇流系数。根据汇流系数定义,可得 Muskingum 分段连续演算的汇流系数为

$$\begin{cases} P_{0n} = (C_0)^n, & m = 0 \\ P_{mn} = B_1(C_0)^{n-1}(C_2)^{m-1}A + B_2(C_0)^{n-2}(C_2)^{m-2}A^2 \\ \quad + \cdots + B_n(C_2)^{m-n}A^n, & m > 0 \end{cases} \quad (4-96)$$

其中

$$A = C_1 + C_0 C_2$$

$$B_1 = n$$

$$B_2 = \frac{n(n-1)(m-1)}{2!}$$

$$B_3 = \frac{n(n-1)(n-2)(m-1)(m-2)}{3!2!}$$

.....

$$B_i = \frac{n!(m-1)!}{i!(i-1)!(n-i)!(m-i)!}$$

.....

$$B_n = \frac{(m-1)!}{(n-1)!(m-n)!}$$

式中:  $n$  为子河段数;  $m$  为流量序列的时段数。

**多支流河段洪水演算** 多支流河段洪水波运动,与单一河段洪水波运动相比,主要的差别是在交汇处存在洪水波的相互干扰作用。如图 4-13 所示,如果支流②洪水很大,无疑会抬高交汇点 B 附近的河流水位,从而对支流①洪水产生顶托,使支流①的洪水波发生更大的变形,甚至发生倒灌,反过来影响支流②的洪水波运动。

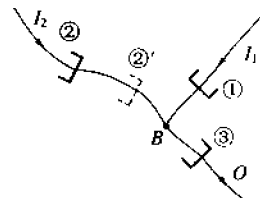


图 4-13 多支流组成的河流

用水文学洪水演算方法处理多支流河段洪水演算问题,原则上有以下两种做法:

(1)“先演后加法” 当各支流洪水波之间没有顶托干扰作用,或顶托干扰作用可以忽略不计时,可先将各支流的洪水分别演算至下断面,然后同时刻相加得下断面流量过程。

(2)“先加后演法” 如果各支流洪水波的相互干扰作用明显,则上述“先演后加法”不适用。此时应将干支流组成的河系作为一

个整体来考虑。用水文学方法进行洪水演算关键是处理好此时的槽蓄方程。仍参见图 4-13。如果②~③之间的传播时间大于①~③之间的传播时间,那么即使满足 Muskingum 法建立槽蓄方程的条件,对一定的  $\sum_{i=1}^2 I_i$  及  $O$ ,该河系的槽蓄量  $W$  也不是唯一的,因为虽然  $\sum_{i=1}^2 I_i$  一定,但  $I_1$  和  $I_2$  的比例是不同的,所以  $W$  也不同。为克服这个问题,可在②的下游虚设一断面②',使②'~③之间传播时间等于①~③之间的传播时间,并先将断面②的流量过程按单河段洪水演算法演至断面②',然后再与断面①的流量过程同时刻相加后演至下断面③,从而求得下断面③的流量过程。“先加后演法”又称“虚设断面法”。

## 第六节 水力学洪水演算方法之进展

水力学洪水演算方法旨在寻找求解 St. Venant 方程组的方法。对于通过线性化处理或忽略一些次要项而得到的简化 St. Venant 方程组,有时可以求得其解析解。对于完全 St. Venant 方程组,目前只能采用数值解法,其解题思路见图 4-14。首先将偏微分方程离散化成代数方程组,然后求解该代数方程组得水位和流量的离散时空分布值。计算数学发展到今天,可用于离散 St. Venant 方程组的方法有有限差分法、有限单元法和有限体积法等三类,但在河流洪水演算中主要采用有限差分法。有限差分法又分为显式格式和隐式格式两大

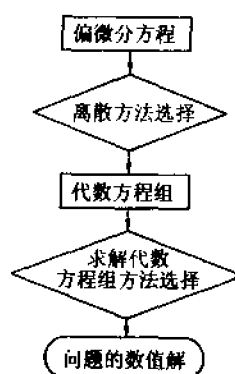


图 4-14 St. Venant 方程组数值解步骤框图

类。不同的离散化方法形成的代数方程组不完全相同,稳定性条件也有区别。例如,显式差分格式形成的代数方程组不是耦合的,其中每个方程式可以独立求解,但解法是条件稳定的;隐式差分格式形成的代数方程组则是耦合的,必须联立求解,但解法是无条件稳定的。以处理离散数学问题见长的计算机计算方法,对 St. Venant 方程组数值解的研究起到了极大的推动作用。国际上一些有识之士,如法国的 Cunge 等人,早在 20 世纪 80 年代初就将计算机技术与 St. Venant 方程组数值解法结合在一起创立了一门新兴的交叉学科——计算河流水力学。

**自由下边界的线性扩散波演算** 如果河段中运动的洪水波属于线性扩散波,且河段下断面不受回水顶托影响,则洪水演算的定解问题可表述为

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial t} = D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} - C_d \frac{\partial Q}{\partial x} & (x \geq 0, t \geq 0) \\ Q(x, 0) = 0 & (x \geq 0) \\ Q(0, t) = I(t) & (t \geq 0) \\ \lim_{x \rightarrow \infty} Q(x, t) = 0 \end{cases} \quad (4-97)$$

式中:  $Q(x, 0)$  为初始条件,不失一般性,可写成  $Q(x, 0) = 0$ ;  $Q(0, t)$  为上边界条件;  $I(t)$  为河段上断面流量过程;  $\lim_{x \rightarrow \infty} Q(x, t) = 0$  表示自由下边界条件,即在自由下边界情况下,洪水波要在距离上边界很远的下游处才会衰减至初始状态;其余符号的意义同前。

由于线性偏微分方程也满足均匀性和叠加性条件,所以,对于式(4-97)所表述的定解问题,欲求任意形状上断面流量过程  $I(t)$  形成的河段下断面流量过程,只须先求出其瞬时单位线。在式(4-97)中,令  $I(t) = \delta(t)$ , 利用 Laplace 变换法,可求得自由下边界情况下线扩散波演算的瞬时单位线公式为

$$u(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi D t}} \frac{x}{t} \exp\left[-\frac{(C_d t - x)^2}{4Dt}\right] \quad (4-98)$$

式中:  $\pi$  为圆周率; 其余符号的意义同前。

式(4-98)中仅包含扩散波波速  $C_d$  和扩散系数  $D$  两个参数。如果河道断面具有规则几何形状, 且用 Manning 公式表示阻力规律, 则可按下列方法确定  $C_d$  和  $D$ :

对于宽浅矩形断面河道

$$\begin{cases} C_d = \frac{5}{3} v_0 \\ D = \frac{Q_0}{2S_0 B_0} \end{cases} \quad (4-99)$$

对于梯形断面河道

$$\begin{cases} C_d = \frac{5}{3} v_0 \left[ 1 - \frac{4}{5} \left( \frac{R_0}{B_0} \right) \sqrt{1+m^2} \right] \\ D = \frac{Q_0}{2S_0 B_0} \left\{ 1 - \frac{4}{9} Fr_0 \left[ 1 - 2 \left( \frac{R_0}{B_0} \right) \sqrt{1+m^2} \right]^2 \right\} \end{cases} \quad (4-100)$$

式(4-99)和式(4-100)中:  $Q_0$  为参考流量;  $v_0$ 、 $R_0$ 、 $B_0$  和  $Fr_0$  分别为相应于参考流量的断面平均流速、水力半径、水面宽和 Froude 数;  $S_0$  为河底坡度;  $m$  为梯形断面边坡系数。

当河段上、下断面的稳定流水位流量关系比较容易确定时, 确定  $C_d$  和  $D$  的公式为

$$\begin{cases} C_d = \frac{L}{\tau} \\ D = \frac{1}{2} C_d l \end{cases} \quad (4-101)$$

式中:  $L$  为河段长;  $\tau$  为洪水波在河段中的传播时间;  $l$  为特征河长。

当河段上、下断面的稳定流水位流量关系不易确定时, 可用最优化方法确定  $C_d$  和  $D$ 。

下边界有回水顶托的线性扩散波演算 如果河段中洪水波运

动受到下游水位变化或旁侧入流所造成的回水顶托影响,则对于以水深为未知函数的线性扩散波方程,可用下式表述其定解问题:

$$\begin{cases} \frac{\partial y}{\partial t} + C_d \frac{\partial y}{\partial x} - D \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + q(x, t) \\ y(x, 0) = H \\ y(0, t) = H + U(t) \\ y(L, t) = H + D(t) \end{cases} \quad (4-102)$$

式中:  $q(x, t)$  为单宽旁侧入流;  $H$  为稳定均匀流水深;  $U(t)$ 、 $D(t)$  分别为上、下断面在稳定均匀流水深以上的水位变化;  $L$  为河段长。

1985 年, Tingsanchali 等人应用 Laplace 变换法, 求得了式 (4-102) 的解析解:

$$y(x, t) = H + \phi_1(x, t) + \phi_2(x, t) + \phi_3(x, t) \quad (4-103)$$

其中

$$\phi_1(x, t) = u_1 R_1(x, t) + \sum_{j=1}^{m_1-1} R_1(x, t-j)(u_{j+1} - u_j) \quad (4-104)$$

$$\phi_2(x, t) = d_1 R_2(x, t) + \sum_{j=1}^{m_2-1} R_2(x, t-j)(d_{j+1} - d_j) \quad (4-105)$$

$$\phi_3(x, t) = q_1 R_3(x, t) + \sum_{j=1}^{m_3-1} R_3(x, t-j)(q_{j+1} - q_j) \quad (4-106)$$

$$R_1(x, t) = \exp\left(\frac{C_d x}{2D}\right) B(x, t) \quad (4-107)$$

$$R_2(x, t) = \exp\left[-\frac{C_d(L-x)}{2D}\right] B(L-x, t) \quad (4-108)$$

$$R_3(x, t) = \frac{\exp\left(\frac{C_d x}{2D}\right)}{2D\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{m_1}} \left[ \exp\left(-\frac{C_d p^2}{16D^2}\right) \int_{x_1}^{x_2} I(x, \zeta, p) d\zeta \right] dp \quad (4-109)$$

$$B(p, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ S\left(p, \frac{2nL}{p} + 1, t\right) \cdot S\left(p, \frac{2(n+1)L}{p} - 1, t\right) \right\} \quad (4-110)$$

$$I(x, \zeta, p) = \exp\left(-\frac{C_d \zeta}{2D}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ I'(2nL + x - \zeta, p) - I'(2nL + x + \zeta, p) - I'[2(n+1)L - x + \zeta, p] + I'[2(n+1)L - x - \zeta, p] \right\} \quad (4-111)$$

$$S(p, b, t) = \exp\left(-\frac{C_d p b}{2D}\right) - \frac{2b}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{p}{2}\sqrt{m_1}} \exp\left(-b^2 \zeta^2 - \frac{C_d p^2}{16D^2} \zeta^2\right) d\zeta \quad (4-112)$$

$$I'(b, p) = \exp\left(-\frac{b^2}{p^2}\right) \quad (4-113)$$

以上各式中:  $u_j$  为  $U(t)$  中第  $j$  个时段的平均值,  $j=1, 2, \dots, m_1$ ;  $m_1$  为  $U(t)$  总历时的时段数;  $d_j$  为  $D(t)$  中第  $j$  个时段的平均值,  $j=1, 2, \dots, m_2$ ;  $m_2$  为  $D(t)$  总历时的时段数;  $q_j$  为单宽旁侧入流的第  $j$  个时段的平均值,  $j=1, 2, \dots, m_3$ ;  $m_3$  为单宽旁侧入流总历时的时段数;  $x_1, x_2$  为旁侧入流沿河长的起止距离; 其余符号的意义同前。

由式(4-103)~(4-113)不难看出,在下游有回水顶托和线性扩散波情况下,河段中任一断面的水位变化由三部分叠加而成:一是上边界水位变化对其产生的影响量;二是下边界回水顶托对其产生的影响量;三是旁侧入流对其产生的影响量。每一种影响量都可通过各自的响应函数,即  $R_1(x, t)$ 、 $R_2(x, t)$  和  $R_3(x, t)$  来确定。 $R_1$



$(x, t)$  和  $R_0(x, t)$  是无因次的,  $R_3(x, t)$  则具有时间因次。对于给定的  $C_d$  和  $D$ , 当  $t \rightarrow \infty$ , 它们均以某一常数为极限(图 4-15)。

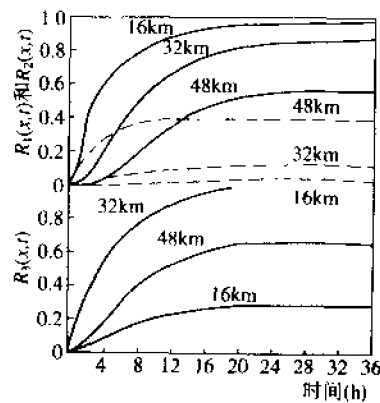


图 4-15  $R_1(x, t)$ 、 $R_2(x, t)$  和  $R_3(x, t)$  的图形

$C_d = 0.75 \text{ m/s}$ ,  $D = 10600 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $L = 60 \text{ km}$  旁侧入流汇入点离上断面 30 km;  
线旁注字为离上断面公里数;虚线为  $R_2(x, t)$

**线性运动波方程的数值扩散** 前已述及, 线性运动波是一种在传播过程中不衰减、不变形的洪水波, 因此, 线性运动波方程式(4-17)的精确解必然要反映这一特点。但如以差商代替微商, 将式(4-17)离散成差分方程, 就只能得到近似解, 并且会出现多种情况。现以一种简单的差分格来讨论之。若在  $x$  方向

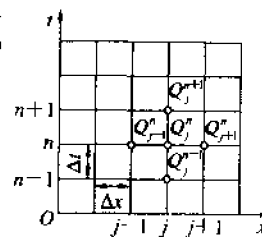


图 4-16 差分网格图

上使用向后差分格式, 而在  $t$  方向上使用向前差分格式(图 4-16), 则式(4-17)变为

$$\frac{Q_j^{n+1} - Q_j^n}{\Delta t} + C_* \frac{Q_j^n - Q_{j-1}^n}{\Delta x} = 0 \quad (4-114)$$

式中:  $\Delta t$ 、 $\Delta x$  分别为差分的时间步长和距离步长;  $Q_{j-1}^n$ 、 $Q_j^n$  和

$Q_j^{n+1}$  的含义见图 4-16; 其余符号的意义同前。

从式(4-114)中解出未知量  $Q_j^{n+1}$ , 得

$$Q_j^{n+1} = (1-r)Q_j^n + rQ_{j-1}^n \quad (4-115)$$

式中:  $r = C_k \Delta t / \Delta x$ , 称为 Courant 数。由式(4-115)可见, 对于这里所采用的差分格式, 当  $r$  取不同值时, 将会得到不同的近似解:

(1) 若  $r=0.5$ , 有

$$Q_j^{n+1} = \frac{Q_j^n + Q_{j-1}^n}{2} \quad (4-116)$$

(2) 若  $r=1.0$ , 有

$$Q_j^{n+1} = Q_{j-1}^n \quad (4-117)$$

(3) 若  $r=2.0$ , 有

$$Q_j^{n+1} = -Q_j^n + 2Q_{j-1}^n \quad (4-118)$$

图 4-17 给出了一个算例。  $t=0$  时刻洪水波为一等腰三角形, 即图中④线。用式(4-116)~式(4-118)演算所得的结果分别为图中①、②和③线。可以看出, 当  $r < 1.0$  (例如  $r=0.5$ ) 时, 洪水波在传播中发生衰减; 当  $r > 1.0$  (例如  $r=2.0$ ) 时, 解不稳定, 结果无意义; 当  $r=1.0$  时, 解是精确的。

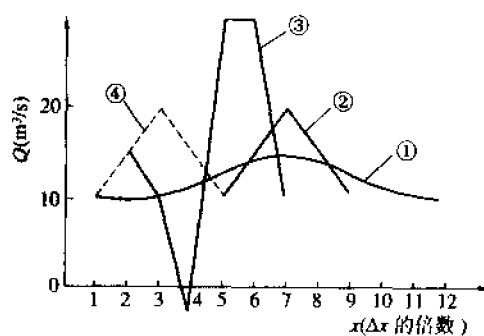
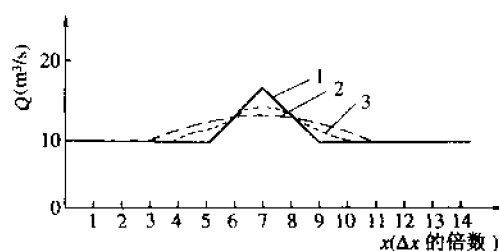


图 4-17 不同  $r$  值时线性运动波演算结果

①  $r=0.5$ ; ②  $r=1.0$ ; ③  $r=2.0$ ; ④  $t=0$  时的洪水波

图 4-18  $r=0.5$  时不同  $\Delta t$  和  $\Delta x$  组合的演算结果

1—精确解; 2— $C_k=1, \Delta t=1, \Delta x=\frac{1}{2}$ ; 3— $C_k=1, \Delta t=\frac{1}{2}, \Delta x=\frac{1}{4}$

在上述分析中,人们感兴趣的显然是  $r < 1.0$  的情况,因为这时洪水演算结果能反映出洪水波衰减现象。进一步分析表明,在  $r < 1.0$  的情况下,对不同的  $\Delta t$  和  $\Delta x$  的组合,所得到的洪水波的衰减程度并不一样(图 4-18)。因此,线性运动波方程式(4-17)的数值解,在某些情况下具有洪水波衰减的效果。这种由于数值解的误差引起的洪水波衰减与扩散波物理意义上的衰减不同,故称为数值扩散。

因此,若能寻找到一种线性运动波方程的数值解,其所引起的数值扩散在数值上正好与扩散波的物理扩散一致,则该数值解法就可作为一个能用于线性扩散波演算的洪水演算法。这类洪水演算法称为线性运动波演算法。

**Muskingum—Cunge 演算法** 该法是 Cunge 于 1969 年提出的方法,是历史上出现最早的一个线性运动波演算法。Cunge 采用下列偏心带权差分格式(图 4-19)来离散化线性运动波方程式(4-17),即

$$\frac{\partial Q}{\partial t} \approx \frac{X(Q_i^{n+1} - Q_j^n) + (1-X)(Q_{j+1}^{n+1} - Q_{i+1}^n)}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} \approx \frac{Y(Q_{j+1}^{n+1} - Q_i^{n+1}) + (1-Y)(Q_{j+1}^n - Q_i^n)}{\Delta x}$$

将以上两式代入式(4-17),得差分方程:

$$\begin{aligned} & \frac{X(Q_j^{n+1} - Q_j^n) + (1-X)(Q_{j+1}^{n+1} - Q_{j+1}^n)}{\Delta t} + \\ & \frac{1}{C_k} \frac{Y(Q_{j+1}^{n+1} - Q_j^{n+1}) + (1-Y)(Q_{j+1}^n - Q_j^n)}{\Delta x} = 0 \end{aligned} \quad (4-119)$$

式中:  $X$  为时间差分的权重;  $Y$  为空间差分的权重; 其余符号的意义同前或参见图 4-19。

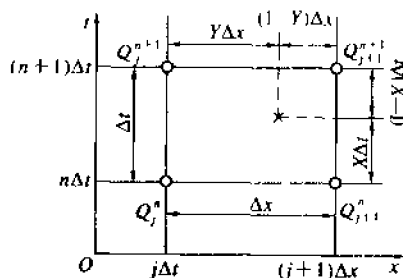


图 4-19 偏心差分格式

应用 Taylor 级数展开, 可估计出用式(4-119)代替式(4-17)所产生的一阶截断误差为

$$\epsilon_1 = C_k \Delta x \left[ \left( X - \frac{1}{2} \right) + \frac{C_k \Delta t}{\Delta x} \left( Y - \frac{1}{2} \right) \right] \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (4-120)$$

如果在式(4-119)中考虑一阶截断误差式(4-120), 以提高其近似式(4-17)的精度, 并通过选择  $X$  和  $Y$  使式(4-120)中  $\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$  的系数等于扩散系数  $D$ , 即

$$C_k \Delta x \left[ \left( X - \frac{1}{2} \right) + \frac{C_k \Delta t}{\Delta x} \left( Y - \frac{1}{2} \right) \right] = D \quad (4-121)$$

则可得, 差分方程式(4-119)的解虽然只是式(4-17)的一阶精

度解。但却是线性扩散波方程式(4-25)的二阶精度解。这就是说,在满足式(4-121)的条件下,差分方程式(4-119)的解就可成为一种实用的洪水演算方法。

例如,若取  $Y = \frac{1}{2}$ , 则式(4-121)变为

$$X = \frac{1}{2} + \frac{D}{C_k \Delta x} \quad (4-122)$$

因此,当式(4-119)中之  $X$  满足式(4-122)及  $Y = \frac{1}{2}$  时,其解为

$$Q_{j+1}^{n+1} = C_0 Q_j^n + C_1 Q_j^{n+1} + C_2 Q_{j+1}^n \quad (4-123)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= \frac{X \Delta x / C_k + 0.5 \Delta t}{(1-X) \Delta x / C_k + 0.5 \Delta t} \\ C_1 &= \frac{0.5 \Delta t - X \Delta x / C_k}{(1-X) \Delta x / C_k + 0.5 \Delta t} \\ C_2 &= \frac{(1-X) \Delta x / C_k - 0.5 \Delta t}{(1-X) \Delta x / C_k + 0.5 \Delta t} \end{aligned} \right\} \quad (4-124)$$

在式(4-124)中,  $\Delta x / C_k$  为洪水波在河段长  $\Delta x$  中的传播时间,即  $\Delta x / C_k = K$ ; 而式(4-124)中之  $X$  即为 Muskingum 法中之  $x$ , 考虑到这一点,式(4-123)和式(4-124)与 Muskingum 法洪水演算公式的形式完全一致。但也有不同之处:一是这里没有引入槽蓄方程的概念,二是这里应用式(4-122)确定  $X$ 。有鉴于此,称由式(4-122)~式(4-124)构成的洪水演算方法为 Muskingum-Cunge 法。

**有预见期的洪水演算法** 对于线性运动波方程式(4-17),若采用差分格式(图 4-20):

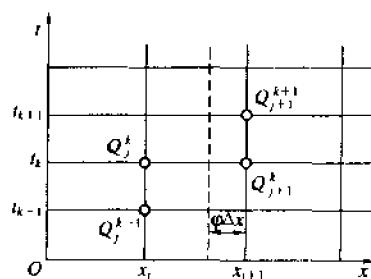


图 4-20 具有预见期的差分格式

$$\frac{\partial Q}{\partial x} \approx \frac{Q_{j+1}^n - Q_j^n}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} \approx \varphi \frac{Q_j^n - Q_j^{n-1}}{\Delta t} + (1 - \varphi) \frac{Q_{j+1}^{n+1} - Q_{j+1}^n}{\Delta t}$$

则可导得下列差分解：

$$Q_{j+1}^{n+1} = b_1 Q_j^n + b_2 Q_j^{n-1} + b_3 Q_{j+1}^n \quad (4-125)$$

其中

$$b_1 = \frac{(C_k \Delta t / \Delta x - \varphi)}{1 - \varphi}$$

$$b_2 = \frac{\varphi}{1 - \varphi}$$

$$b_3 = 1 - \frac{C_k \Delta t / \Delta x}{1 - \varphi}$$

式中： $\varphi$  为时间差分权重；其余符号意义同前。

式(4-125)显然具有一个计算时段  $\Delta t$  的预见期，但它是线性运动波方程的数值解，将它作为扩散波演算方法是有条件的。根据 Taylor 级数展开理论可以证明，式(4-125)仅是线性运动波方程式(4-17)的一阶精度解，但如果时间差分权重  $\varphi$  满足

$$\varphi = \frac{2/p + r - 1}{2/p + 2r - 2} \quad (4-126)$$

式中:

$$p = \frac{C_k \Delta x}{D}$$

$$r = \frac{C_k \Delta t}{\Delta x}$$

则式(4-125)将变成线性扩散波方程式(4-25)的二阶精度解,并且可以证明解的稳定性条件为

$$\left. \begin{aligned} \varphi &\leq 0.5 \\ \varphi &\leq r < 1 \\ r &\leq 1 - \varphi \end{aligned} \right\} \quad (4-127)$$

**动力波演算** 基于完全 St. Venant 方程组式(4-5)和式(4-6)的数值解法统称为动力波演算,其中比较常用的、有代表性的是建立在 Preissmann 四点带权隐式差分格式基础上的方法。1960年,Preissmann 提出了下列差分格式(图4-21):

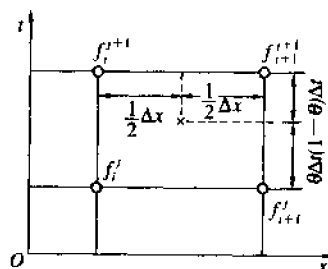


图 4-21 Preissmann 差分格式

$$\left. \begin{aligned} f &\approx \frac{\theta}{2}(f_{i-1}^{n+1} + f_{i+1}^{n+1}) + \frac{(1-\theta)}{2}(f_{i-1}^n + f_{i+1}^n) \\ \frac{\partial f}{\partial x} &\approx \theta \left( \frac{f_{i+1}^{n+1} - f_{i-1}^{n+1}}{\Delta x} \right) + (1-\theta) \left( \frac{f_{i+1}^n - f_{i-1}^n}{\Delta x} \right) \\ \frac{\partial f}{\partial t} &\approx \frac{f_{i+1}^{n+1} + f_{i-1}^{n+1} - f_{i+1}^n - f_{i-1}^n}{2\Delta t} \end{aligned} \right\} \quad (4-128)$$

式中:  $f$  代表流量  $Q$  或水位  $Z$  或断面平均流速  $v$  或过水断面面积  $A$ 。其下角标表示沿河长的位置, 上角标表示时间;  $\theta$  为对距离差分的权重; 其余符号意义同前。

将式(4-128)代入式(4-5)和式(4-6), 并以时段初( $n$ 时刻)的系数值作为时段平均系数值, 则可得到线性代数方程组:

$$-Q_{j-1}^{n+1} + Q_j^{n+1} + C_j Z_{j-1}^{n+1} + G_j Z_j^{n+1} = D_j \quad (4-129)$$

$$E_j Q_j^{n+1} + G_j Q_j^{n+1} - F_j Z_{j-1}^{n+1} + F_j Z_j^{n+1} = \varphi_j \quad (4-130)$$

其中

$$\begin{aligned} C_j &= \frac{\Delta x_j B_{j+\frac{1}{2}}}{2\theta\Delta t} \\ D_j &= \frac{1-\theta}{\theta}(Q_{j-1}^n - Q_j^n) + C_j(Z_{j-1}^n + Z_j^n) + \frac{\Delta x_j}{\theta}q \\ E_j &= \frac{\Delta x_j}{2\theta\Delta t} - 2v_{j-\frac{1}{2}}^n + \frac{g}{2\theta}\left(\frac{n^2}{R^{1.33}}\right)_{j-\frac{1}{2}}^n |v_{j-1}^n| \Delta x_j \\ G_j &= \frac{\Delta x_j}{2\theta\Delta t} + 2v_{j+\frac{1}{2}}^n + \frac{g}{2\theta}\left(\frac{n^2}{R^{1.33}}\right)_j^n |v_j^n| \Delta x_j \\ F_j &= (gA - Bv^2)_{j-\frac{1}{2}}^n \\ \varphi_j &= \frac{\Delta x_j}{2\theta\Delta t}(Q_{j-1}^n + Q_j^n) + \frac{2(1-\theta)}{\theta}v_{j-\frac{1}{2}}^n(Q_{j-1}^n - Q_j^n) + \\ &\quad \frac{1-\theta}{\theta}(gA - Bv^2)_{j-\frac{1}{2}}^n(Z_{j-1}^n + Z_j^n) + \frac{\Delta x_j}{\theta}\left(v^2 \frac{\partial A}{\partial x}\right)_{j-\frac{1}{2}}^n \end{aligned} \quad (4-131)$$

如果河段中无支流交汇, 也无分洪口门、坝闸等, 则称为单一河道。将单一河道划分为  $N$  个单元河段, 单元河段长即为距离步长, 单元河段长可以不相等(图 4-22)。对每一单元河段, 均可按式(4-129)和式(4-130)列出相应的线性代数方程组。这样对整个河段就可写出包含  $2(N+1)$  个未知量的  $2N$  个线性代数方程式。若再加入河段的上、下边界条件, 则就可构成一个闭合的线性代数方程组, 即



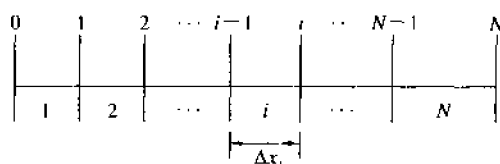


图 4-22 单元河段的划分及编号

$$\begin{cases}
 Z_0 = Z_0(t), \text{ 或 } Q_0 = Q_0(t) \cdots \text{上边界条件} \\
 \left. \begin{aligned}
 -Q_0 + Q_1 + C_1 Z_0 + C_1 Z_1 &= D_1 \\
 E_1 Q_0 + G_1 Q_1 - F_1 Z_0 + F_1 Z_1 &= \varphi_1
 \end{aligned} \right\} \text{第 1 单元河段} \\
 \left. \begin{aligned}
 -Q_1 + Q_2 + C_2 Z_1 + C_2 Z_2 &= D_2 \\
 E_2 Q_1 + G_2 Q_2 - F_2 Z_1 + F_2 Z_2 &= \varphi_2
 \end{aligned} \right\} \text{第 2 单元河段} \\
 \cdots \cdots \\
 \left. \begin{aligned}
 -Q_{N-1} + Q_N + C_N Z_{N-1} + C_N Z_N &= D_N \\
 E_N Q_{N-1} + G_N Q_N - F_N Z_{N-1} + F_N Z_N &= \varphi_N
 \end{aligned} \right\} \text{第 } N \text{ 单元河段} \\
 Q_N = Q_N(t), \text{ 或 } Z_N = Z_N(t), \text{ 或 } Q_N = f(Z_N) \cdots \text{下边界条件}
 \end{cases}
 \quad (4-132)$$

式中:各未知变量均为时段末值,为书写方便,其上标均已省略。

线性代数方程组式(4-132)显然有惟一解。但考察其系数矩阵可知,它是一个仅在平行于主对角线的狭长条带上具有非零元素的大型稀疏矩阵。因此,把线性代数方程组式(4-132)化为追赶方程组,采用双扫法求解,就会十分方便。

当上边界条件为流量过程、下边界条件为水位过程或水位流量关系时,追赶方程组为

$$\begin{cases}
 Q_0 = P_0 + R_0 Z_0 \cdots \text{上边界条件} \\
 \left. \begin{aligned}
 Z_0 &= L_1 + M_1 Z_1 \\
 Q_1 &= P_1 + R_1 Z_1
 \end{aligned} \right\} \text{第 1 单元河段} \\
 \left. \begin{aligned}
 Z_1 &= L_2 + M_2 Z_2 \\
 Q_2 &= P_2 + R_2 Z_2
 \end{aligned} \right\} \text{第 2 单元河段} \\
 \cdots \cdots \\
 \left. \begin{aligned}
 Z_{N-1} &= L_N + M_N Z_N \\
 Q_N &= P_N + R_N Z_N
 \end{aligned} \right\} \text{第 } N \text{ 单元河段} \\
 Z_N = Z_N(t), \text{ 或 } Q_N = f(Z_N) \cdots \text{下边界条件}
 \end{cases}
 \quad (4-133)$$

式中:  $P_0, R_0$  为取决于上边界条件的追赶系数;  $P_j, R_j, L_j, M_j$  为第  $j$  单元河段的追赶系数,  $j=1, 2, \cdots, N$ ; 其余符号意义同前。这些追赶系数可通过下列递推关系确定:

$$\begin{cases}
 P_0 = Q_0(t) \text{ (河段上游端的流量过程)} \\
 R_0 = 0 \\
 P_j = \frac{(x_1 y_2 - y_1 x_3 - x_2 y_3) P_{j-1} + x_1 y_2 R_{j-1} - y_1 x_2 R_{j-1} + x_3 y_2 P_{j-1}}{(y_2 R_{j-1} + y_3)} \\
 \left. \begin{aligned}
 R_j &= \frac{(x_2 R_{j-1} + x_3)}{(y_2 R_{j-1} + y_3)} \\
 L_j &= \frac{(y_1 - y_2 P_{j-1})}{(y_2 R_{j-1} + y_3)} \\
 M_j &= \frac{1.0}{(y_2 R_{j-1} + y_3)}
 \end{aligned} \right\} \\
 (j = 1, 2, \cdots, N)
 \end{cases}
 \quad (4-134)$$

其中

$$\begin{cases}
 x_1 = -\frac{(\varphi_i C_i - D_i E_i)}{(F_i - C_i G_i)} \\
 x_2 = \frac{(E_i C_i + F_i)}{(F_i - C_i G_i)} \\
 x_3 = \frac{2F_i C_i}{(F_i - C_i \varphi_i)} \\
 y_1 = \frac{(\varphi_i - D_i G_i)}{(F_i - C_i G_i)} \\
 y_2 = \frac{(E_i + G_i)}{(F_i - C_i \varphi_i)} \\
 y_3 = -\frac{(F_i + C_i G_i)}{(F_i - C_i G_i)} \\
 (j = 1, 2, \dots, N)
 \end{cases}
 \quad (4-135)$$

当上边界条件为水位过程、下边界条件为流量过程或水位流量关系时,追赶方程组为

$$\begin{cases}
 Z_0 = P'_0 + R'_0 Q_0 \cdots \text{上边界条件} \\
 \left. \begin{aligned} Q_0 &= L'_1 + M'_1 Q_1 \\ Z_1 &= P'_1 + R'_1 Q_1 \end{aligned} \right\} \text{第 1 单元河段} \\
 \left. \begin{aligned} Q_1 &= L'_2 + M'_2 Q_2 \\ Z_2 &= P'_2 + R'_2 Q_2 \end{aligned} \right\} \text{第 2 单元河段} \\
 \cdots \cdots \\
 \left. \begin{aligned} Q_{N-1} &= L'_N + M'_N Q_N \\ Z_N &= P'_N + R'_N Q_N \end{aligned} \right\} \text{第 } N \text{ 单元河段} \\
 Q_N = Q_N(t), \text{ 或 } Q_N = f(Z_N) \cdots \text{下边界条件}
 \end{cases}
 \quad (4-136)$$

式中追赶系数可按下列递推公式计算:

$$\begin{cases}
 P_n' = Z_n(t) \text{ (河段上游端水位过程)} \\
 P_n' = 0 \\
 P_j' = y_1 + y_3 P_{j-1}' - (y_2 + y_3 R_{j-1}') L_j' \\
 R_j' = -(y_2 + y_3 R_{j-1}') M_j' \\
 L_j' = \frac{(x_1 - x_3 P_{j-1}')}{(x_2 + x_3 R_{j-1}')} \\
 M_j' = \frac{1.0}{(x_2 + x_3 R_{j-1}')} \\
 (j = 1, 2, \dots, N)
 \end{cases} \quad (4-137)$$

式中:  $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3$  等仍按式(4-135)计算。

由上述可知,单一河道动力波演算的步骤是:把河段划分成  $N$  个单元河段后,对任一计算时段就可列出线性代数方程组式(4-132);将其化为追赶方程组,就可从已知的下边界条件开始,逐个单元河段地向上游回代,求得各断面时段末水位和流量值;一个时段的计算完成后,就可转入下一个时段计算,直至最终。这样逐时段、逐单元河段地求解,就可得出河段中每个断面的水位和流量过程。

**虚设单元河段法的应用** 当单元河段中出现支流交汇、分洪口门、闸坝控制运用等情况时,在支流交汇处,以及分洪口门和闸坝所在地,St. Venant 方程组不再适用,因而上述追赶系数计算公式(4-134)或式(4-137)不能使用,必须根据流量连续性和能量守恒(或动量守恒)两个相容条件重新导出相应的追赶系数,此时采用虚设单元河段法是有效而简便的。下面给出的结论是上边界条件为流量过程的情况,对于上边界条件为水位过程的结论可仿此进行。

(1) 支流交汇 如果在  $j$  断面处有支流交汇,则可在该处虚设一单元河段。所谓虚设单元河段是指其河段长  $\Delta x_j \rightarrow 0$  的河段。根据支流的资料条件,这时可分三种情况来讨论。

① 在交汇处支流具有流量资料。这时可把支流汇入当作对

干流的集中旁侧入流  $Q_i$  来处理(图 4-23)。约定汇入干流  $Q_i$  为正,反之为负。显然,对该虚设单元河段,有

$$\begin{aligned} Q_j &= Q_{j-1} + Q_i \\ Z_{j-1} &= Z_j \end{aligned}$$

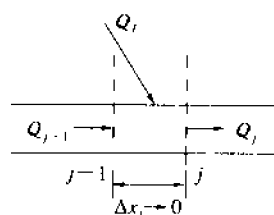


图 4-23 集中旁侧入流

据此,可求得该虚设单元河段的追赶系数为

$$\begin{cases} P_j = P_{j-1} + Q_i \\ R_j = R_{j-1} \\ L_j = 0 \\ M_j = 1 \end{cases} \quad (4-138)$$

② 支流上游端的水位过程已知。如图 4-24 所示。约定支流汇入干流为正,从干流分流为负。设支流在汇合处的断面编号为  $kk$  (编号顺序自支流上游端指向下游)。因为支流的上边界条件为水位过程,故由式(4-136)知,支流第  $kk$  单元河段的追赶方程为

$$Z_{kk} = P'_{kk} + R'_{kk} Q_{kk}$$

又知,在干支流汇合处,有

$$\begin{aligned} Q_j &= Q_{j-1} + Q_{kk} \\ Z_{j-1} &= Z_j = Z_{kk} \end{aligned}$$

据此,可求得该虚设单元河段的追赶系数为

$$\begin{cases} P_j = P_{j-1} + \frac{P'_{kk}}{R'_{kk}} \\ R_j = R_{j-1} + \frac{1}{R'_{kk}} \\ L_j = 0 \\ M_j = 0 \end{cases} \quad (4-139)$$

③ 支流上游端的流量过程已知(图 4-24)。此时由式(4-133)可知支流  $kk$  单元河段的追赶方程为

$$Q_{kk} = P_{kk} + R_{kk}Z_{kk}$$

又知,在干支流汇合处,有

$$Q_j = Q_{j-1} + Q_{kk}$$

$$Z_{j-1} = Z_j = Z_{kk}$$

据此,可求得该虚设单元河段的追赶系数为

$$\begin{cases} P_j = P_{j-1} + P_{kk} \\ R_j = R_{j-1} + R_{kk} \\ L_j = 0 \\ M_j = 1 \end{cases} \quad (4-140)$$

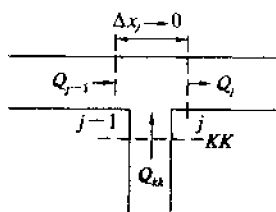


图 4-24 干支流汇合

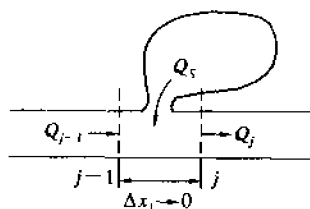


图 4-25 分洪及蓄滞洪区

(2) 分洪 当河段中有分洪情况时(图 4-25),应在分洪口门处虚设单元河段。约定水流由蓄滞区流入河道为正,反之则为负。易知

$$Q_{j-1} + Q_s = Q_j$$

$$Z_{j-1} = Z_j$$

其中  $Q_s$  为蓄滞洪区的出流或入流量。假设蓄滞洪区在运用期间水面水平,且其蓄水位与河水位相同,则可写出蓄滞洪区的水量平衡方程式为

$$Q_s^{n+1} = \left( Q_s^n + \frac{2AZ_s^n}{\Delta t} \right) - \frac{2A}{\Delta t} Z_s^{n+1}$$

式中:  $Q_s^s, Q_s^{s+1}$  分别为时段初、末蓄滞洪区的出流或入流量;  
 $Z_{j-1}^s, Z_{j-1}^{s+1}$  分别为河道第  $(j-1)$  断面处时段初、末水位, 即为蓄滞  
 洪区时段初、末水位;  $A$  为蓄滞洪区水面面积;  $\Delta t$  为水量平衡计算  
 所取的计算时段长。

由以上三式可导出有分洪口门时单元河段的追赶系数为

$$\begin{cases} P_j = \left( \frac{2A}{\Delta t} Z_{j-1}^s - Q_s^s \right) + P_{j-1} \\ R_j = R_{j-1} - \frac{2A}{\Delta t} \\ L_j = 0 \\ M_j = 1 \end{cases} \quad (4-141)$$

(3) 闸坝控制 当河道上建有闸坝  
 时(图 4-26), 就必须考虑其控制运用对  
 河道洪水波运动的影响。关闸时, 因  
 $Q_{j-1} = Q_j = 0$ , 故可对闸上、下河道分别  
 予以处理。对闸上河道, 以  $Q_{j-1} = 0$  为下  
 边界条件; 对闸下河道, 以  $Q_j = 0$  为上边

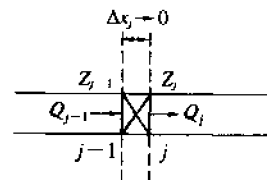


图 4-26 闸坝控制

界条件。开闸但为自由出流时, 由于  $Q_{j-1}$  仅取决于  $Z_{j-1}$  而与  $Z_j$   
 无关, 故也可以对闸上、下河道分别予以处理。对闸上河道, 可以  
 $Z_{j-1}$  与  $Q_{j-1}$  的关系作为下边界条件; 对闸下河道, 则应以  $Q_j =$   
 $Q_{j-1}$  作为上边界条件。开闸但为淹没出流的情况较为复杂, 这时,  
 应在闸址虚设单元河段。淹没出流时过闸流量可表达为

$$Q_j = \mu(Z_{j-1} - Z_j)$$

式中:  $\mu$  为综合流量系数, 一般与堰型, 闸上、下水位及闸门开启高  
 度等因素有关。在计算时, 若所采用的计算时段不大, 则对一定的  
 堰型和闸门开启高度, 可近似地按闸上、下初始水位来确定  $\mu$  值。  
 考虑到水流连续性条件  $Q_j = Q_{j-1}$ , 同时利用上式和由上边界条件  
 为流量过程的追赶方程组, 即式(4-133)导得的干流上第  $(j-1)$

单元河段的追赶方程  $Q_{j-1} = P_{j-1} + R_{j-1} Z_{j-1}$ , 可求得该虚设单元河段的追赶系数为

$$\begin{cases} P_j = \frac{\mu P_{j-1}}{(\mu - R_{j-1})} \\ R_j = \frac{\mu R_{j-1}}{(\mu - R_{j-1})} \\ L_j = \frac{P_{j-1}}{(\mu - R_{j-1})} \\ M_j = \frac{\mu}{(\mu - R_{j-1})} \end{cases} \quad (4-142)$$

**汉道的考虑** 在大江大河的中、下游, 有时存在河道分汉现象, 它必然对河道洪水波运动产生影响。建立分汉河段追赶系数公式比较复杂, 兹分述如下:

(1) 汉道的差分方程 左、右汉道均须划分成单元河段 (图 4-27), 然后分别导出左、右汉道的差分方程组。按式 (4-129) 和式 (4-130) 可列出左汉道的差分方程组为

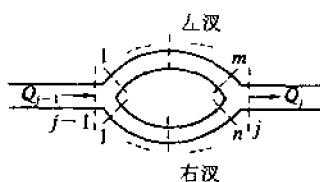


图 4-27 汉道及其单元河段的划分

$$\begin{aligned} -Q'_0 + Q'_1 + C'_1 Z'_0 + C'_1 Z'_1 &= D'_1 \\ E'_1 Q'_0 + G'_1 Q'_1 - F'_1 Z'_0 + F'_1 Z'_1 &= \phi'_1 \\ -Q'_1 + Q'_2 + C'_2 Z'_1 + C'_2 Z'_2 &= D'_2 \\ E'_2 Q'_1 + G'_2 Q'_2 - F'_2 Z'_1 + F'_2 Z'_2 &= \phi'_2 \\ &\dots\dots \\ -Q'_{m-1} + Q'_m - C'_m Z'_{m-1} + C'_m Z'_m &= D'_m \\ E'_m Q'_{m-1} + G'_m Q'_m - F'_m Z'_{m-1} + F'_m Z'_m &= \phi'_m \end{aligned}$$

式中: 上角标有“'”的变量和系数均属于左汉道的;  $m$  为左汉道的单元河段数。同理可列出右汉道的差分方程组。



上述汉道的差分方程组与前述主河道的差分方程组式(4-132)的区别是汉道的上、下边界条件是未知的,故不能直接求解。

(2)汉道的水流方程 为解决上述汉道差分方程组中上、下边界条件未知的问题,设法将汉道差分方程组中的流量表达成本断面水位和汉道首断面水位的线性函数。

用顺推法可把汉道中任一断面的流量表达成本断面水位和汉道首断面水位的线性函数。例如,对于左汉道,有

$$Q'_k = \theta'_k + \eta'_k Z'_k + \gamma'_k Z'_0 \quad (k = 1, 2, \dots, m) \quad (4-143)$$

式中:  $Z'_0$  为左汉道的首断面水位;  $\theta'$ 、 $\eta'$ 、 $\gamma'$  为左汉道的顺推法系数,可通过下列一组递推公式求得:

$$\begin{aligned} \theta'_1 &= \frac{E'_1 D'_1 - \phi'_1}{E'_1 + G'_1} \\ \eta'_1 &= \frac{-(F'_1 - E'_1 C'_1)}{E'_1 + G'_1} \\ \gamma'_1 &= \frac{F'_1 - E'_1 C'_1}{E'_1 + G'_1} \\ Q'_k &= \frac{W_1 \phi'_k - W_2 D'_k - (W_1 E'_k + W_2) \theta'_{k-1}}{W_1 G'_k - W_2} \\ \eta'_k &= \frac{(W_1 F'_k - W_2 C'_k)}{W_1 G'_k - W_2} \\ \gamma'_k &= \frac{-(W_1 E'_k + W_2) \gamma'_{k-1}}{W_1 G'_k - W_2} \\ W_1 &= G'_k - \eta'_{k-1} \\ W_2 &= E'_k \eta'_{k-1} - F'_k \\ k &= 2, 3, \dots, m \end{aligned}$$

对于右汉道,可进行与上述完全类似的推导。

用逆推法可把汉道中任一断面的流量表达成本断面水位和汉

道末断面水位的线性函数。例如,对于左汊道,有

$$Q'_k = \alpha'_k + 1 + \beta'_{k+1} Z'_k + \delta'_{k+1} Z'_n \quad (k = 0, 1, 2, \dots, m-1) \quad (4-144)$$

式中:  $Z'_n$  为左汊道末断面水位;  $\alpha'$ 、 $\beta'$ 、 $\delta'$  为左汊道的逆推法系数, 可通过下列一组递推公式求得:

$$\begin{aligned} \alpha'_m &= \frac{-G'_m D'_m + \varphi'_m}{E'_m + G'_m} \\ \beta'_m &= \frac{F'_m + G'_m C'_m}{E'_m + G'_m} \\ \delta'_m &= \frac{-(F'_m + G'_m)}{E'_m + G'_m} \\ \alpha'_k &= \frac{W_3 \varphi'_k - W_4 D'_k - (W_3 G'_k - W_4) \alpha'_{k+1}}{W_3 E'_k + W_4} \\ \beta'_k &= \frac{W_3 F'_k + W_4 C'_k}{W_3 E'_k + W_4} \\ \delta'_k &= \frac{(W_3 G'_k - W_4) \delta'_{k+1}}{W_3 E'_k - W_4} \\ W_3 &= \beta'_k + 1 + C'_k \\ W_4 &= G'_k \beta'_{k+1} + F'_k \\ k &= 2, 3, \dots, m-1 \end{aligned}$$

对于右汊道,可进行与上述完全类似的推导。

由以上两方面分析可得左汊道中任一断面的流量的表达式即为式(4-143)和式(4-144)。同理可得右汊道中任一断面的流量的表达式为

$$Q''_k = \theta''_k + \eta''_k Z''_k + \gamma''_k Z''_n \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (4-145)$$

$$Q''_k = \alpha''_{k+1} + \beta''_{k+1} Z''_k + \delta''_{k+1} Z''_n \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n-1) \quad (4-146)$$

式中:上角标有“''”的变量和系数均属于右汊道的; $n$  为右汊道的单元河段数。

(3)节点方程 节点包括分汊点和汇合点。在节点处可近似地认为干流和汉道水位相同,并且流量满足连续性条件。这样,在节点 $(j-1)$ 和 $j$ 处(图4-27)便存在下述关系。

对节点 $(j-1)$ :

$$\left. \begin{aligned} Q_{j-1} &= Q'_{j-1} + Q''_{j-1} \\ Z_{j-1} &= Z'_{j-1} = Z''_{j-1} \\ Q'_{j-1} &= \alpha'_{j-1} + \beta'_{j-1} Z'_{j-1} + \delta'_{j-1} Z'_{j-1} \\ Q''_{j-1} &= \alpha''_{j-1} + \beta''_{j-1} Z''_{j-1} + \delta''_{j-1} Z''_{j-1} \end{aligned} \right\} \quad (4-117)$$

对节点 $j$ :

$$\left. \begin{aligned} Q_j &= Q'_m + Q''_m \\ Z_j &= Z'_m = Z''_m \\ Q'_m &= \theta'_m + \eta'_m Z'_m + \gamma'_m Z'_{j-1} \\ Q''_m &= \theta''_m + \eta''_m Z''_m + \gamma''_m Z''_{j-1} \end{aligned} \right\} \quad (4-148)$$

由式(4-147)和式(4-148),可得节点 $(j-1)$ 和 $j$ 处的流量方程为

$$\left. \begin{aligned} Q_{j-1} &= \alpha_{j-1} + \beta_{j-1} Z_{j-1} + \delta_{j-1} Z_j \\ Q_j &= \theta_j + \eta_j Z_j + \gamma_j Z_{j-1} \end{aligned} \right\} \quad (4-149)$$

其中

$$\begin{aligned} \alpha_{j-1} &= \alpha'_{j-1} + \alpha''_{j-1}, \beta_{j-1} = \beta'_{j-1} + \beta''_{j-1}, \delta_{j-1} = \delta'_{j-1} + \delta''_{j-1} \\ \theta_j &= \theta'_m + \theta''_m, \eta_j = \eta'_m + \eta''_m, \gamma_j = \gamma'_m + \gamma''_m \end{aligned}$$

(4)分汊河段的追赶系数 由主河道上第 $(j-1)$ 个单元河段的追赶方程知

$$Q_{j-1} = P_{j-1} + R_{j-1} Z_{j-1}$$

将此式与式(4-149)中第一式联立解出 $Z_{j-1}$

$$Z_{j-1} = \frac{\alpha_{j-1} - P_{j-1}}{R_{j-1} - \beta_{j-1}} - \frac{\delta_{j-1}}{R_{j-1} - \beta_{j-1}} Z_j \quad (4-150)$$

再由主河道上第 $j$ 个单元河段的追赶方程知

$$Z_{j-1} = L_j + M_j Z_j$$

将此式与式(4-149)中第二式联立解出  $Q_j$  :

$$Q_j = (\theta_j + \gamma_j M_j) + (\eta_j + \gamma_j M_j) Z_j \quad (4-151)$$

式(4-150)和式(4-151)就是分汊河段  $j$  的追赶方程式,且追赶系数的计算公式为

$$\left. \begin{aligned} P_j &= \theta_j + \gamma_j I_{j-1} \\ R_j &= \eta_j + \gamma_j M_j \\ I_j &= \frac{\alpha_{j-1} - P_{j-1}}{R_{j-1} - \beta_{j-1}} \\ M_j &= \frac{\delta_{j-1}}{R_{j-1} - \beta_{j-1}} \end{aligned} \right\} \quad (4-152)$$

(5) 汊道中各断面水位和流量的确定 将式(4-150)和式(4-151)加入式(4-133),就构成了能考虑汊道影响的追赶方程组。据此可解得分汊河段上、下两个节点的水位和流量。然后按下述求出汊道中每一断面的水位和流量。

对于左汊道,由式(4-143)和式(4-144),并考虑到  $Z'_0 = Z_{j-1}$  和  $Z'_m = Z_j$ ,得

$$\left. \begin{aligned} Z'_k &= \frac{\theta'_k - \alpha'_{k+1}}{\beta'_{k+1} - \eta'_k} + \frac{\gamma'_k}{\beta'_{k+1} - \eta'_k} Z'_{k-1} - \frac{\delta'_{k+1}}{\beta'_{k+1} - \eta'_k} Z'_j \\ Q'_k &= \frac{\beta'_{k+1} \theta'_k - \eta'_k \alpha'_{k+1}}{\beta'_{k+1} - \eta'_k} + \frac{\beta'_{k+1} \gamma'_k}{\beta'_{k+1} - \eta'_k} Z'_{k-1} - \frac{\eta'_k \delta'_{k+1}}{\beta'_{k+1} - \eta'_k} Z'_j \\ k &= 1, 2, \dots, m-1 \end{aligned} \right\} \quad (4-153)$$

对于右汊道,由式(4-145)和式(4-146),并考虑到  $Z''_0 = Z_{j-1}$  和  $Z''_n = Z_j$ ,得

$$\left. \begin{aligned} Z''_k &= \frac{\theta''_k - \alpha''_{k+1}}{\beta''_{k+1} - \eta''_k} + \frac{\gamma''_k}{\beta''_{k+1} - \eta''_k} Z''_{k-1} - \frac{\delta''_{k+1}}{\beta''_{k+1} - \eta''_k} Z''_j \\ Q''_k &= \frac{\beta''_{k+1} \theta''_k - \eta''_k \alpha''_{k+1}}{\beta''_{k+1} - \eta''_k} + \frac{\beta''_{k+1} \gamma''_k}{\beta''_{k+1} - \eta''_k} Z''_{k-1} - \frac{\eta''_k \delta''_{k+1}}{\beta''_{k+1} - \eta''_k} Z''_j \\ k &= 1, 2, \dots, n-1 \end{aligned} \right\} \quad (4-154)$$

**河网洪水演算** 河网一般分为树状河系和环状河网两种结构(图4-28),后者多出现在平原水网区和河口三角洲地区。树状河系结构的基本单元是两条河流交汇。故前面讨论的干支流交汇的计算方法是按 St. Venant 方程组进行树状河系洪水演算的理论基础。例如,对图4-28(a)所示的树状河系,根据第1、2条河流的上游端点①、②给定的上边界条件,可求得第3条河流首断面③的追赶方程;根据第4、5条河流的上游端点④、⑤给定的上边界条件,可求得第6条河流首断面⑥的追赶方程;由断面③和⑥的追赶方程求得第7条河流首断面⑦的追赶方程;第7条河流为单一河道,可按单一河道的计算方法求解,然后通过逐步回代就可求得河系中各断面的水位和流量。

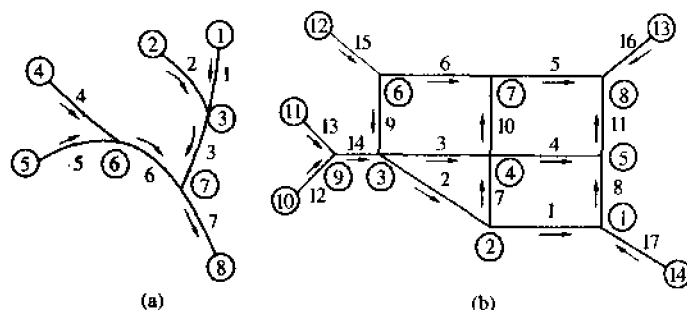


图4-28 河网的结构

(a)树状河系;(b)环状河网

环状河网结构的基本单元是单个汉道结构,因此,若用 St. Venant 方程组进行环状河网洪水演算,则前面讨论的汉道的计算方法就是其理论基础,从历史发展来看,这是三级解法的基本思想。早期对于小型环状河网,曾采用直接求解由内、外河道的河段方程及边界条件组成的方程组的方法。但这种直接解法对于大型环状河网,由于所形成的系数矩阵过于庞大,故实际上难于应用。1976年 Dronkors 提出了分级解法,该法的基本思想是设法

将未知数往各条河流的端点集中,特求出端点的未知数后,再将每条河流作为单一河道求解。上述直接解法又称为一级解法。在此基础上,如果对河道中间断面未知量形成的子矩阵先行求解,消去中间断面未知量,表达成基本未知量的函数,从而使方程组的系数矩阵降阶。这就成为二级解法。如果对二级解法的基本未知量再进一步消去,便可形成以节点水位为基本未知量的三级解法。三级解法对求解大型河网十分适用,已在实际中得到广泛应用。

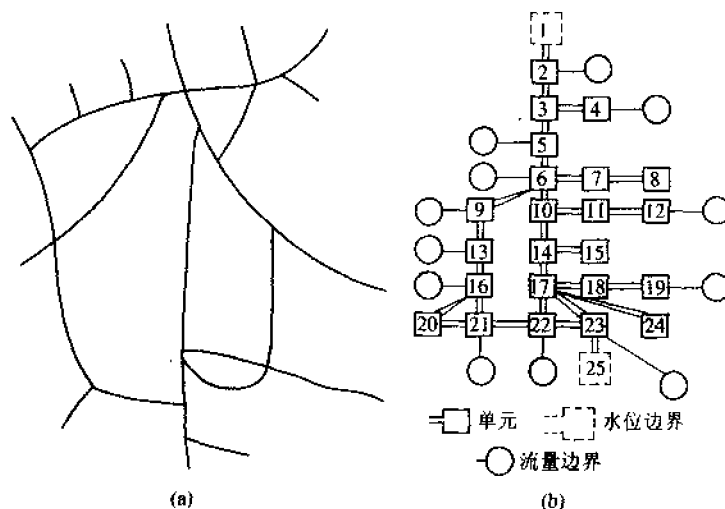


图 4-29 河网单元划分

1975年,Cunge在研究湄公河三角洲河网洪水演算时,提出另一种称之为河网单元划分法的环状河网洪水演算方法。该法要点是:在河网地区,将水力和下垫面特性基本一致、水位差变化不大的某一片水体,概化为一个单元。取其几何中心处的水位为代表水位,并给出单元的水位—水面面积关系曲线。将河网区域按上述原则划分成若干个单元后(图4-29),再确定单元之间水流连接方式:河型连接或堰型连接。河型连接在不存在局部水头损

失时采用;堰型连接则用于存在局部水头损失的情况。然后对单元进行分组并对每一组单元导出微分形式的水量平衡方程式。用有限差分法将这些微分方程式离散,考虑边界条件后,就可构成一个以代表水位为未知量、以单元间流量系数为参数的闭合代数方程组,求解该代数方程组就得到河网单元划分法的洪水演算结果。河网单元划分法可认为是一个准二维的洪水演算方法,现在已被推广用于行蓄洪区和洪泛区的洪水演算。

### 第七节 河流洪水的变化

河流洪水的变化十分复杂,由于受到诸多已知或未知因素的影响,既表现为有确定性的一面,又表现为有不确定性的一面。

**季节性变化** 河流洪水具有季节性变化规律。若以年最大流量或年最高水位为纵坐标,以其出现的时间作为横坐标,点绘散布图,则可据此分析这种变化规律。图 4-30 是根据长江南京下关水位站 1912 年以来的实测年最高水位资料点绘的最高水位出现时间散布图。长江南京下关年最高水位发生期一般为 5 月~9 月,其中 7 月中旬出现年最高水位的机率最大,为 18.8%。其次是 7 月下旬和上旬,分别为 15.9%和 11.6%,7 月份出现年最高水位的机率达到 46.3%,7、8 两个月出现年最高水位的机率超过 80%,年最高水位超过 9.00m 的也出现在 7、8 两个月中。因此,7、8 两月是主汛期。这与长江中下游地区暴雨、大潮汛和台风暴雨等发生的季节是一致的。

**趋势性变化** 河流洪水的趋势性变化是指年最大洪水随时间呈现单增或单减的变化。如果河流洪水存在趋势性变化,则可通过年最大洪峰流量或年最高水位的滑动平均变换显示出来,这是因为滑动平均变换可以在一定程度上消除随机成分对洪水趋势性变化的干扰。令  $x_i (i=1,2,\dots)$  为年最大流量或年最高水位序列,

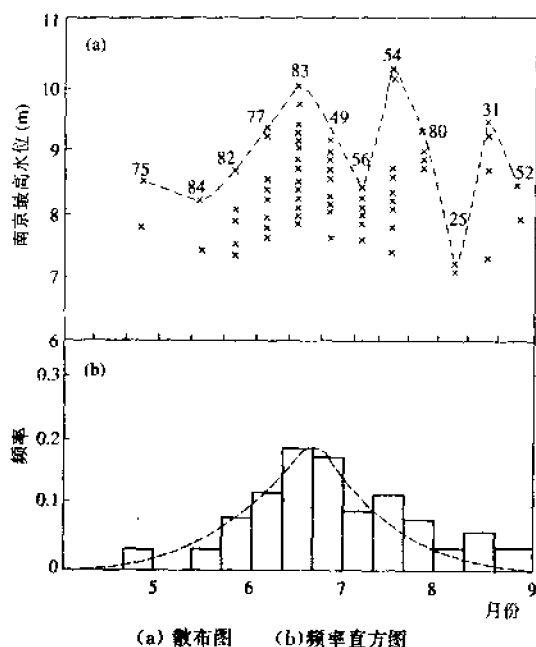


图 4-30 长江南京下关站年最高水位出现时间散布图

则其  $n$  年滑动平均序列为

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=j-n}^j x_i \quad (j \geq n) \quad (4-155)$$

图 4-31 是长江汉口站年最大流量和年最高水位的 20 年滑动平均过程。可以发现,自 20 世纪 70 年代中期以来,长江汉口站年最大洪峰流量和年最高洪峰水位均具有单调增加的趋势。

**周期性变化** 河流洪水是否存在周期性变化,一般可通过谱分析来揭示。设  $x'_i (i=1,2,\dots)$  为中心化的年最大流量或年最高水位序列,按下式可求得谱的估计量:

$$S(k) = \frac{1}{n} \left[ r(0) + 2 \sum_{\tau=1}^{n-1} r(\tau) \cos \frac{\pi k}{n} \tau + (-1)^k r(n) \right] \quad (4-156)$$



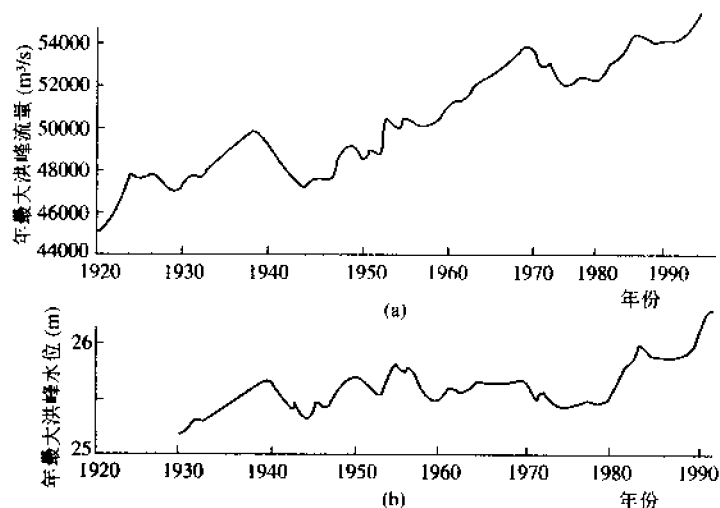


图 4-31 长江汉口站年最大洪峰流量(a)和  
年最高洪峰水位(b)20 年滑动平均过程

式中:  $S(k)$  为序列  $x_i'$  的谱估计值;  $r(\tau)$  为序列  $x_i'$  的相关函数估计值;  $\tau$  为序列自相关滞时;  $n$  为序列长度。对式(4-156)求得的谱估计值还须用“窗函数”来平滑。

由于周期与频率是相对应的,因此,通过谱分析能够确定序列中是否存在周期项及周期的长短。若对某一  $k$  值,根据显著性检验,可证明序列中存在显著的周期,则周期  $T$  和周期内的序列  $P_i$  可分别按下式计算:

$$T = \frac{2n}{k} \quad (4-157)$$

$$P_i = \frac{\sum_{j=0}^I x'_i + kT}{J+1} \quad (4-158)$$

式中:  $J = \text{Int}\left(\frac{n-i}{T}\right)$ ,  $\text{Int}(\cdot)$  表示对括号中的数取整数。

年最大流量或最高水位  $x_i$  可能含有多种周期, 因此, 在分析出一个周期以后, 应将该周期波从  $x_i$  中滤去, 然后对余下部分再作谱分析, 以求得第二种周期, 余类推, 直至不再分析出周期项为止。

**大洪水出现的持续性** 大洪水和特大洪水有时会连续出现, 即第一年出现大洪水或特大洪水, 第二年, 甚至第三年、第四年也可能出现量级相当的洪水。如图 4-32 所示, 这是根据实测、调查和历史文献考证之后得出的近五百年来中国若干河流大洪水和特大洪水发生年份的时序图。可以看出, 许多河流都存在大洪水和特大洪水连续出现的现象。这种现象俗称“姐妹洪水”现象。当然, 从图 4-32 中也可以看到连续多年不发生大洪水和特大洪水的现象。

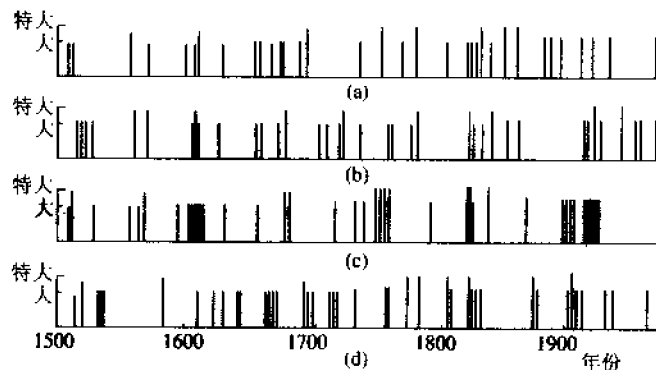


图 4-32 一些河流近五百年来大洪水和特大洪水发生年份时序图  
(a) 长江宜昌; (b) 长江汉口; (c) 沅水沅陵; (d) 西江梧州

**洪水年际变化的地区性分布** 洪水的年际变化一般用离均系数  $C_v$  值表示:

$$C_v = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \times \frac{1}{\bar{x}} \quad (4-159)$$

式中:  $x_i$  为第  $i$  年年最大洪峰流量,  $i=1, 2, \dots, n$ ;  $n$  为年数;  $\bar{x}$  为年

最大洪峰流量均值,  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ 。

$C_v$  大表示洪水年际变化大;反之,洪水年际变化小。 $C_v$  值的大小与流域气候、地形地貌、土壤植被等有关,也受到流域面积大小的影响。因此,它有明显的地区性分布态势。图 4-33 给出了中国东、中部集水面积为 5 000~100 000 km<sup>2</sup> 的流域年最大洪峰流量  $C_v$  值的地区分布。由图 4-33 可见,江南丘陵、珠江、浙闽沿海区  $C_v$  值较小,在 0.30~0.50 之间,并由此往北逐渐增大,黄河、海滦河、辽河流域  $C_v$  最大,在 1.0~1.5 之间。

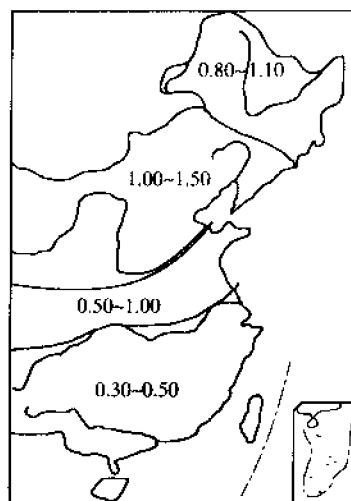


图 4-33 中国东、中部地区集水面积为 5 000 km<sup>2</sup>~100 000 km<sup>2</sup> 的流域年最大洪峰流量  $C_v$  值分布

#### 特大洪水与气候异常 特

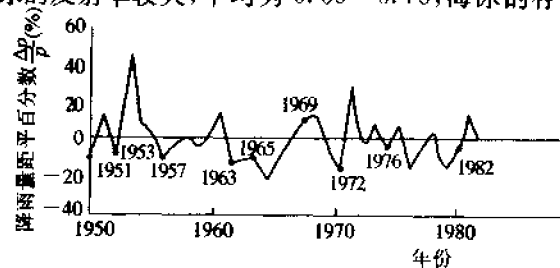
大洪水往往酿成严重洪涝灾害,因此,它的变化规律受到人们的特别关注。特大洪水的发生与气候异常有关。近代气候学认为,气候系统由大气圈、水圈、冰雪圈、岩石圈和生物圈 5 个子系统组成,海面温度、极地海冰、大陆冰川积雪和土壤温度等是气候变化的内因。太阳活动、地球物理现象和人类活动等则是气候变化的外因。外因通过内因起作用。

研究表明,太平洋黑潮区海温变化与中国许多地区的降水有显著关系。冬季海温与长江流域和华北平原 6、7 月份降水呈正变关系,8 月份海温则与西南地区降水呈正变关系,而与黄淮下游地区降水呈反变关系。印度洋海温变化影响到中国长江上游地区的

旱涝和西南季风的活动。

El Nino 现象是指发生在南美洲秘鲁和厄瓜多尔沿岸至赤道太平洋一带大范围的海水持续增温现象,持续时间可达 1~2 年,周期常为 2~7 年,与它紧密联系在一起的另一个现象是存在于全球热带东西方向的气压反相振荡,称为南方涛动现象。两者合称为 ENSO。当 El Nino 现象发生时,南方涛动指数达最低值,即印度尼西亚和西太平洋地区气压升高,东太平洋气压降低,赤道对流区东移。这种强烈的海洋大气相互作用现象称为一次 ENSO 事件。研究表明,ENSO 事件的爆发与某些地区的气候异常有关。例如,1982~1983 年,赤道太平洋出现了 20 世纪最强的一次 ENSO 事件,海面温度比常年偏高最大达到  $7^{\circ}\text{C}$ ,南方涛动指数达到有记录以来的最低值。在这次 ENSO 事件中,厄瓜多尔沿岸 1983 年 6 月份雨量为多年平均该月雨量的 30 倍,秘鲁北部 1983 年 5 月份雨量竟为多年平均该月雨量的 340 倍,因而导致了拉丁美洲一些国家出现了前所未有的特大洪水。图 4-34 显示了中国长江中下游汛期降水量与 ENSO 爆发之间的关系。可以看出,在 ENSO 事件爆发的次年夏季,长江中下游出现多雨的机会较多。长江流域 1954 年、1983 年和 1998 年的特大洪水都发生在 ENSO 事件爆发的次年夏季。

海冰的反射率较大,平均为 0.60~0.70,海冰的存在显然可



4-34 长江中下游汛期降水的年际变化及 ENSO 暴雨年  
(• 为 ENSO 爆发年)

以减少海洋对太阳辐射的吸收,从而抑制了海洋与大气的热量和水汽交换。因此,极地海冰的范围与厚度的变化将直接影响到区域的能量收支平衡,进而影响区域上空的大气环流,并对其他有关地区的气候变化产生影响。研究表明,南极和北极海冰面积变化对中国长江上、中游汛期水量丰枯有显著影响。

积雪与海冰一样,也具有很高的反射率,从而大大减少积雪地表对太阳辐射的吸收,成为大气的冷源。因此,大范围持久的雪盖的变化能使其上空的大气环流发生异常变化。研究表明,若冬季欧亚大陆积雪增多,雪盖范围扩大,则来年夏季中国北方的降水就偏多。中国青藏高原中部冬春积雪增加,华南南岭一带6月份降水将增多;青藏高原东部冬春积雪增加,长江上、中游夏季的水量就增多。

由于土壤的热容量比空气大,因此,长时间、大范围的地温异常会造成陆地表面与大气热量交换的异常,进而使大气环流发生异常变化。研究发现,若前期土壤深层(0.8~3.2m)的温度偏高,则后期降水会偏多。

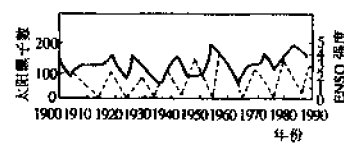


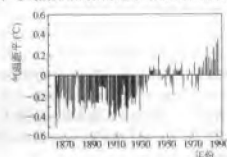
图 4-35 1900~1990 年太阳黑子数与 ENSO 强度的变化过程  
实线——太阳黑子数  
虚线—— ENSO 强度

太阳是地球热量的主要来源,因此,上述地球上各种表面的温度变化必然与太阳活动情况有关。太阳活动情况一般用太阳相对黑子数来标志。太阳黑子数大,表示太阳能量较弱;反之,太阳能量增强。研究表明,太阳黑子数与 ENSO 强度呈反变关系(图 4-35),即当太阳黑子数出现低谷时,ENSO 现象加强。可见,太阳活动情况是气候异常的重要原因之一。

人类活动对地球上各种表面的温度变化也有重要影响。由于人类活动导致 CO<sub>2</sub> 等温室气体的增加,全球气候变暖已成为不争的事实。图 4-36 表明,自 1850 年以来,全球平均地面气温呈缓慢上升趋势,近一百五十年来,全球平均地面气温上升了 0.45℃

$\pm 0.15^{\circ}\text{C}$ 。但在空间上的分布是不均匀的,以全球增温明显的近十年(1981—1990年)为例,主要增温区域是欧亚大陆、北美大陆和南大西洋大部分地区,但北大西洋高纬度地区、北太平洋及其他一些区域则有明显的降温。全球气候变暖与气候异常的关系目前尚未充分揭示,有待于进一步研究。

此外,日地关系、行星相对位置、地幔移动和火山爆发等宇宙地球物理因子与气候异常的关系也是有必要研究的。



4-36 1850年以来全球平均地面气温变化

**洪水变化的不确定性** 洪水变化不确定性的基本特点是已知其初始状态不能确切地预知其未来状态。但不确定性是一个大的范畴,就目前所知,随机性、模糊性、灰性和混沌性等都属于不确定性。随机性的特点是现象具有一个概率分布关系,只要能给出这个概率分布关系,人们就可以对现象的未来出现情况作出概率预估。模糊性是精确性的反面,凡不能精确表达的现象都具有模糊性。例如“小洪水、中等洪水、大洪水、特大洪水”就是一个模糊概念。描述模糊性的是隶属函数。根据现象的隶属函数,人们就可对其未来出现的情况作出隶属度预估。灰性的特点是现象虽有一个确知的变化范围,但对其未来出现的具体数值不能确切地预知。混沌性的特点是现象为无周期的有序态,具有无限层次的相似结构。混沌是由现象的内随机性引起的。对于洪水的长期变化,主

要是属于哪一种不确定性？随机性、模糊性、灰性和混沌性四者之间有无联系？是如何联系的？这些都是必须深入研究的。

### 第八节 中国河流洪水

中国位于欧亚大陆的东南部，东南濒临太平洋，西北深入欧亚大陆腹地，西南与南亚次大陆接壤，南北跨越纬度 50 度，东西经度相差 62 度。陆地国土面积达 960 万  $\text{km}^2$ 。中国江河众多，流域面积大于  $100\text{km}^2$  的有 5 万多条，其中流域面积大于  $1000\text{km}^2$  的有 1500 多条、大于  $10000\text{km}^2$  有 79 条。绝大多数河流分布在东部和南部。中国主要河流的长度和流域面积见表 4-2。由于中国疆域辽阔，各地气候、地形、土壤和植被等自然条件千差万别，不同水系和河流的洪水具有不同的特点。因此，对中国河流洪水的认识，一般只能一条河一条河地进行。下面论述中国主要河流的洪水特性。

**长江洪水** 长江洪水主要由暴雨形成，流域各支流大洪水出现时间，最早始于 4 月上旬，最晚至 10 月上旬，7、8 两月最为集中。流域大洪水可分为全江性和区域性两类。全江性洪水是由连续多次大范围暴雨或自西向东移动的大暴雨，流域上、中、下游普遍发生大洪水，干支流洪水遭遇所造成。这类洪水发生的机会较少，但洪水峰高量大，历时长，对沿江范围的威胁大。如 1931 年、1954 年和 1998 年洪水。区域性洪水一般由一次集中的大面积暴雨造成，这类洪水出现机会较多，上、中、下游都可以发生，其发生的范围仅限于某些支流或干流的某些河段。如 1870 年和 1981 年长江上游特大洪水，1935 年、1983 年和 1999 年长江中下游特大洪水等。长江干支流主要控制站洪水特征见表 4-3。由表可见，长江洪水还具有峰高量大、历时长和年际变化比较稳定的特点。

表 4-2 中国主要水系和河流特征

水 系	河 名	河长(km)	流域面积(km <sup>2</sup> )	注 入 地
长 江	长 江	6 300	1 808 500	东海
黄 河	黄 河	5 464	752 443	渤海
黑 龙 江	黑 龙 江	3 120	1 620 170*	鞑靼海峡(经俄罗斯)
松 花 江	松 花 江	2 308	557 180	黑龙江
珠 江	珠 江	2 211	453 690	南海
雅鲁藏布江	雅鲁藏布江	2 057	240 480	孟加拉湾(经印度)
塔里木河	塔里木河	2 046	194 210	台特马湖
澜 沧 江	澜 沧 江	1 826	167 486	南海(经老挝、柬埔寨)
怒 江	怒 江	1 659	137 818	安达曼海(经缅甸)
辽 河	辽 河	1 390	228 960	渤海湾
海 河	海 河	1 090	263 631	渤海湾
淮 河	淮 河	1 000	269 283	长江
滦 河	滦 河	877	44 100	渤海湾
鸭 绿 江	鸭 绿 江	790	61 889*	黄海(中朝界河)
额尔齐斯河	额尔齐斯河	633	57 290	喀拉海(经俄罗斯)
伊 犁 河	伊 犁 河	601	61 640	巴尔喀什湖(经俄罗斯)
元 江	元 江	565	39 768	北部湾(经越南)
闽 江	闽 江	541	60 992	东海
钱塘江	钱塘江	428	42 156	东海
南 渡 江	南 渡 江	311	7 176	琼州海峡
浊水溪	浊水溪	136	3 155	台湾海峡

\* 在中国境内:黑龙江为 903 418km<sup>2</sup>,鸭绿江为 32 466km<sup>2</sup>



表 4-3 长江干支流主要控制站洪水特征

河名	站名	统计 年数	实测最大 洪峰流量		调查最大 洪峰流量		年最大 洪峰流量		年最大 15 天洪量		年最大 30 天洪量		年最大 60 天洪量	
			流量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	发生 年份	流量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	发生 年份	均值 ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	$C_v$	均值 ( $\text{亿 m}^3$ )	$C_v$	均值 ( $\text{亿 m}^3$ )	$C_v$	均值 ( $\text{亿 m}^3$ )	$C_v$
金沙江	屏山	44	29 000	1966	36 900	1924	17 500	0.23	182	0.23	321	0.22	562	0.22
长江	寸滩	92	85 700	1981	100 000	1870	51 700	0.23	443	0.19	187	0.17	1 370	0.17
长江	宜昌	107	71 100	1896	105 000	1870	51 800	0.16	517	0.16	923	0.16	1 620	0.15
长江	汉口	117	76 100	1954			50 200	0.12	628	0.11	1210	0.12	2 280	0.12
长江	大通	53	92 600	1954			57 000	0.17	718	0.17	1380	0.17	2 610	0.17
岷江	高扬	45	34 100	1961	51 000	1917	19 800	0.27	117	0.23	200	0.21	435	0.19
沱江	李家湾	33	15 200	1981	18 600	1898	6 480	0.43	27.2	0.33	41.5	0.32	65.4	0.30
嘉陵江	北碚	45	44 800	1981	57 300	1870	23 400	0.31	128	0.34	195	0.35	300	0.32
乌江	武隆	33	21 000	1964	31 000	1830	13 200	0.29	84.9	0.35	129	0.30	203	0.29
清江	长阳	33	18 900	1969	18 700	1883	8 260	0.38	26.3	0.42	36.5	0.42	53.5	0.36
湘江	湘潭	33	20 300	1968	21 900	1926	13 300	0.28	109	0.32	174	0.30		
洞庭湖	城陵矶	33	44 500	1954			28 800	0.21	330	0.23	584	0.23	1 020	0.22
汉江	碾盘山	34	41 500	1983	57 900	1935	18 400	0.41	99.7	0.39	148	0.41	221	0.45
赣江	外洲	34	20 900	1962	26 100	1876	12 300	0.33	111	0.32	183	0.29		
鄱阳湖	湖口	34	38 800	1955			16 300	0.26	176	0.25	313	0.25	538	0.26

注:水表引自《长江流域综合利用规划要点报告(1988年修订)》,水利部长江流域规划办公室

**黄河洪水** 黄河洪水主要由暴雨形成。暴雨洪水发生在7、8两月的称“伏汛”,发生在9、10两月的称“秋汛”,“伏秋大汛”是黄河的主汛期。黄河暴雨洪水来源于3个地区:兰州以上地区、托克托至三门峡区间和三门峡至花园口区间。这三个地区的洪水一般不会遭遇。兰州以上地区的洪水是指洮河、湟水、大通河流域内暴雨产生的洪水。由于这个地区的雨区面积大,降雨历时长,强度

小,加之有湖泊、沼泽的滞蓄,故洪水过程涨落平缓。洪水发生时间为7月~9月,以9月居多。托克托至三门峡区间中的托克托至龙门区间是黄河流域主要暴雨区,暴雨强度大,历时短,干、支流坡度大,常形成陡涨陡落的峰高量小的洪水过程,发生时间为7月中旬至9月上旬。同时挟带大量泥沙,为黄河泥沙主要来源。而龙门至潼关河段,河道宽阔,河槽调蓄作用大,对尖瘦的洪水过程有明显的削峰作用。当托克托至三门峡区间发生西南—东北向分布的大面积暴雨时,干流龙门洪水有可能与渭河洪水遭遇,形成三门峡洪峰和洪量均大的洪水过程。三门峡至花园口区间是黄河流域另一个主要暴雨区,暴雨强度大,洪水涨势猛,洪峰高,含沙量较小,多发生在7月中旬至8月中旬。黄河下游河道多为“地上河”,仅为输送洪水的通道。如果黄河下游洪水主要来自三门峡以上,则称为“上大型”洪水,如1933年和1948年洪水。如果黄河下游洪水主要来自三门峡至花园口区间,则为“下大型”洪水,如1958年和1976年洪水。表4-4给出了典型的“上大型”和“下大型”洪水的洪水组成。此外,黄河下游洪水还具有峰高量小,含沙量大、年际变化大的特点。研究黄河洪水,必须考虑到泥沙和冰凌的影响。

表4-4 “上大型”和“下大型”洪水的花园口洪水组成

洪水类型	洪水发生年份	花园口		三门峡			二花区间			三门峡占花园口比重(%)	
		洪峰流量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	12天洪量 ( $\text{亿m}^3$ )	洪峰流量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	相应洪水流量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	12天洪量 ( $\text{亿m}^3$ )	洪峰流量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	相应洪水流量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	12天洪量 ( $\text{亿m}^3$ )	洪峰流量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	12天洪量 ( $\text{亿m}^3$ )
“上大型”	1933	20400	100.50	22000		91.90		1900	8.60	90.7	91.4
“下大型”	1958	22300	88.85		6520	50.79	15780		38.06	29.2	57.2

\* 相应洪水流量系指组成花园口洪峰量的各区相应来水流量

**淮河洪水** 淮河流域包括淮河水系和沂沭泗水系两部分。淮

河水系洪水主要来自上游伏牛山区和淮南山区,一般可发生全局性和局地性两种洪水。全局性洪水由梅雨期大范围连续多次暴雨造成。当中、上游山区各支流普遍发生洪水后,洪峰接踵出现,中游左岸平原支流洪水相继汇入干流,所以全局性洪水消退缓慢,洪水过程可长达2个月以上。如1921年、1931年、1954年和1991年洪水等就是20世纪发生的著名的全局性特大洪水。局地性洪水一般由台风或者涡切变天气系统暴雨形成,暴雨强度大,洪水过程峰高量小。如1975年8月淮河支流洪汝河、沙颍河发生特大洪水,控制面积仅 $768\text{km}^2$ 的板桥水库最大入库洪峰流量竟达 $13\,000\text{m}^3/\text{s}$ ;1968年7月淮河干流上游发生特大洪水,王家坝站最大洪峰流量达 $17\,600\text{m}^3/\text{s}$ 。淮河水系王家坝以下干流河道纵坡平缓,洪水宣泄缓慢。

沂沭泗水系发源于沂蒙山区,也是暴雨比较集中的地区,加之其上、中游地面比降大,汇流快,所以洪水来势迅猛,如1957年7月洪水,集水面积为 $10\,315\text{km}^2$ 的临沂站,洪峰流量达 $15\,400\text{m}^3/\text{s}$ 。沂沭泗水系洪水出现时间略迟于淮河水系。

淮河流域洪水年际变化比长江流域大。

**海河洪水** 海河洪水来自夏季暴雨,暴雨主要集中在7、8两月,尤其是7月下旬至8月上旬。太行山和燕山的东南迎风坡为暴雨集中分布的地带,且暴雨强度大,历时长。背风山区和坝上高原也会出现大强度暴雨,但属短历时局地暴雨,不致形成大洪水。由于暴雨中心落区不同,海河流域大洪水可分为南系洪水和北系洪水两类。统计表明,当漳卫河、子牙河和大清河等南系河流发生大洪水时,北系各河流洪水较小;而当永定河、北运河、潮白河和蓟运河等北系河流发生大洪水时,南系各河流洪水一般不大。20世纪中,北系洪水以1939年为最大,潮白河尖岩村调查洪峰流量达 $11\,200\text{m}^3/\text{s}$ ,下游苏庄调查洪峰流量 $11\,000\text{m}^3/\text{s}\sim 15\,000\text{m}^3/\text{s}$ ;永定河卢沟桥洪峰流量 $4\,390\text{m}^3/\text{s}$ 。南系洪水以1963年为最大,暴

雨中心任丘县獐犛村 8 月 2 日~8 日 7 天降雨量达 2 050mm,洪水以子牙河支流滏阳河和大清河为最大。据调查估算,大清、子牙两河 8 月 7 日越过京广铁路的最大流量达 43 200m<sup>3</sup>/s。但对海河流域来说,20 世纪发生的几次特大洪水,主要还是由南系洪水组成的(表 1-5)。此外,大洪水发生时间集中,洪峰流量年际变化很大,也是海河洪水的特点。

表 4-5 海河流域 20 世纪几次特大洪水最大 30 天洪量的组成

河 系	流域面积 (km <sup>2</sup> )	1939		1956		1963	
		洪量 (亿 m <sup>3</sup> )	占全流洪量 百分比(%)	洪量 (亿 m <sup>3</sup> )	占全流域洪量 百分比(%)	洪量 (亿 m <sup>3</sup> )	占全流域洪量 百分比(%)
卫河称沟湾以上	37 200	37.29	19	43.12	21	52.18	20
子牙河献县以上	46 000	44.83	22	55.99	28	117.61	45
大清河新镇以上	32 700	57.43	28	57.43	29	80.21	30
小 计	115 900	139.55	69	156.54	78	250	95
永定河三家站以上	44 200	22.50	11	11.84	6	3.28	1
北运河通县以上	2 478	11.30	5	8.45	4	4.52	2
潮白河苏庄以上	17 600	27.62	14	17.10	9	5.77	2
蓟运河各支流	5 230	1.10	1	6.77	3	0.99	0
小 计	69 508	62.52	31	44.16	22	14.56	5
总 计	185 408	202.07	100	200.70	100	264.56	100

**辽河洪水** 辽河流域洪水主要集中在 7、8 月份。根据洪水发生的地区,辽河洪水分 3 种情况:一是西辽河洪水,它主要来自上游老哈河和西拉木伦河的山丘区,流经西辽河平原,由于平原水库、洼地和河槽的调蓄,洪峰削减较大,对辽河干流洪水影响不大。如 1962 年 7 月西辽河上游老哈河发生特大洪水,红山水库最大入库流量达 12 700m<sup>3</sup>/s,经水库调节后出库最大流量仅为 995m<sup>3</sup>/s,加上区间洪水至郑家电站为 1 760m<sup>3</sup>/s,到辽河干流铁岭站只有 1 610m<sup>3</sup>/s。二是辽河干流洪水,它主要来自东辽河和左岸清、柴、

泛等支流。这一地区是辽河流域的主要暴雨中心区,形成的洪水量级大。如 1951 年 8 月洪水,辽河干流铁岭站洪峰流量达  $14\,200\text{m}^3/\text{s}$ 。辽河中游右侧支流洪水一般不大,但水土流失比较严重。三是浑河、太子河洪水,它主要来自沈阳和辽阳以上山丘区的暴雨中心区。浑河、太子河两河相邻,洪水同步,量级很大。如 1960 年 8 月特大洪水,太子河辽阳站洪峰流量为  $18\,100\text{m}^3/\text{s}$ ,浑河大伙房水库的入库最大流量为  $7\,630\text{m}^3/\text{s}$ 。辽河洪水年际变化很大,干支流洪峰流量的  $C_v$  在 1.0~1.5 之间。

**松花江洪水** 松花江大洪水主要由暴雨形成。大洪水多发生在 7~9 月,松花江哈尔滨以上干流大洪水,一是由嫩江和第二松花江较大洪水遭遇所形成。嫩江流域面积约 28 万  $\text{km}^2$ ,除局地性暴雨外,一般降雨强度不大。嫩江河道坡度平缓,中游洪水期间水面宽广,河槽调蓄能力大。所以一般年份洪水涨落缓慢,洪水过程可长达 2 个月。第二松花江流域面积虽只有约 7 800  $\text{km}^2$ ,但暴雨强度大,洪水过程陡涨陡落,且大洪水主要出现在 7、8 两个月。因此,嫩江的矮胖洪水很容易与第二松花江和拉林河的尖瘦洪水发生遭遇,造成松花江干流大洪水。如 1957 年 8 月下旬,嫩江发生了大洪水,大赉站洪峰流量  $7\,790\text{m}^3/\text{s}$ 。与此同时,第二松花江也发生了大洪水,虽经丰满水库调洪,扶余站洪峰流量仍达  $5\,900\text{m}^3/\text{s}$ 。两者遭遇,遂形成哈尔滨洪峰流量为  $12\,000\text{m}^3/\text{s}$  的特大洪水。二是由嫩江流域连续大范围大暴雨形成。如 1998 年 8 月,松花江干流哈尔滨站出现的洪峰流量高达  $16\,600\text{m}^3/\text{s}$  的特大洪水,就是由嫩江流域特大暴雨洪水造成的。这年汛期,嫩江流域接连出现 3 次强降雨过程:第 1 次从 6 月 18 日~24 日,流域平均降雨量 107mm;第 2 次从 7 月 15 日~28 日,流域平均降雨量 202mm;第 3 次从 8 月 1 日~14 日,流域平均降雨量 240mm。因而导致 3 次连续洪水,洪峰流量一次比一次大,嫩江大赉站连续 3 次洪水的洪峰流量依次为  $5\,180\text{m}^3/\text{s}$ 、 $7\,850\text{m}^3/\text{s}$  和  $16\,100\text{m}^3/\text{s}$ 。

而这一年汛期第二松花江扶余站的洪峰流量只有  $780\text{m}^3/\text{s}$ , 其他支流洪水也很小。哈尔滨至佳木斯区间有呼兰河、牡丹江和汤旺河等重要支流汇入, 若松花江干流洪水与这些支流洪水遭遇, 则可形成松花江佳木斯以下干流洪水。如 1960 年, 牡丹江洪水(长江屯洪峰流量  $8\,580\text{m}^3/\text{s}$ )与干流洪水(哈尔滨洪峰流量  $9\,100\text{m}^3/\text{s}$ )在佳木斯遭遇, 形成了洪峰流量为  $18\,400\text{m}^3/\text{s}$  的大洪水。

据分析, 松花江干流哈尔滨站洪水组成的特点是: 长历时洪量主要来自嫩江, 而对洪峰流量的影响, 第二松花江和拉林河一般要大于嫩江。此外, 松花江的洪峰和洪量年际变化都比较大。例如, 哈尔滨站洪峰和 7 天洪量的  $C_v$  分别为 0.85 和 0.81, 嫩江富拉尔基站分别为 0.92 和 0.86。

**珠江洪水** 珠江流域属于湿热多雨的亚热带气候区, 雨季长, 雨量丰沛。珠江洪水主要来自锋面暴雨和热带气旋暴雨。暴雨主要分布在 4~9 月。4~6 月为前汛期, 冷暖空气正好在华南交会, 引发暴雨; 7~9 月为后汛期, 暴雨多由台风、东风波等天气系统造成。上游西江洪水是下游洪水的主要来源, 西江洪水则主要来自黔江以上, 历时较长。北江的支流呈叶脉状分布, 干支流洪水经常遭遇, 易发生大洪水。西江和北江洪水遭遇, 则会形成下游三角洲地区的严重洪水。珠江洪水的年际变化比北方河流小, 例如, 西江梧州站洪峰流量  $C_v$  为 0.22, 北江横石站和东江博罗站洪峰流量  $C_v$  分别为 0.34 和 0.42。

## 第九节 河流枯水

流域内降雨量较少、通过河流断面的流量过程低落而比较稳定的时期, 称为枯水季节或枯水期, 其间所呈现的河流水文情势叫做枯水。枯水期河流中流量主要由汛末滞留在流域中的蓄水量消退而形成, 其次来源于枯季降雨。流域蓄水量包括地面、地下蓄水量两部分。地面蓄水量存在于地面洼地、河网、水库、湖泊和沼泽

之中;地下蓄水量存在于土壤孔隙、岩石裂隙、溶隙和层间含水带之中。由于地下蓄水量的消退比地面蓄水量慢得多,故长期无雨后河流中水量几乎全由地下水补给。

枯水期流域的水量平衡方程式和蓄量方程式分别为

$$Q(t) = -\frac{dW(t)}{dt} \quad (4-160)$$

$$W(t) = f[Q(t)] \quad (4-161)$$

式中:  $Q(t)$  为枯水期  $t$  时刻河流某断面流量;  $W(t)$  为枯水期  $t$  时刻该河流断面以上流域的蓄水量。

由式(4-160)和(4-161)组成的方程组的解依赖于蓄量方程式(4-161)的具体形式。

当蓄量方程式(4-161)为线性形式时,则可写为

$$W(t) = KQ(t) \quad (4-162)$$

式中:  $K$  为蓄量常数。将式(4-162)代入式(4-160),得

$$K \frac{dQ(t)}{dt} + Q(t) = 0 \quad (4-163)$$

式(4-163)的解为

$$Q(t) = Q(0)e^{-\beta t} \quad (4-164)$$

式中:  $Q(0)$  为退水开始时,即  $t=0$  时河中流量;  $\beta = \frac{1}{K}$ , 称为退水指数。

当蓄量方程式(4-161)为非线性形式,例如为幂函数形式时,则可写为

$$W(t) = a[Q(t)]^b \quad (4-165)$$

式中:  $a$ 、 $b$  均为常数,且  $b \neq 1$ 。将式(4-165)代入式(4-160),得

$$ab[Q(t)]^{b-1} \frac{dQ(t)}{dt} + Q(t) = 0 \quad (4-166)$$

式(4-166)为简单非线性常系数常微分方程,其解为

$$Q(t) = Q(0) \left[ 1 + \frac{[(b-1)/b]}{a[Q(0)]^{b-1}} \right]^{-\frac{1}{b-1}} \quad (4-167)$$

或写成下列紧凑形式

$$Q(t) = Q(0)[1 + at]^\theta \quad (4-168)$$

其中

$$a = \frac{(b-1)Q(0)}{bW(0)}$$

$$\theta = \frac{1}{b-1}$$

式中:  $W(0)$  为退水开始时, 即  $t=0$  时的流域蓄水量, 且  $W(0) = a[Q(0)]^b$ 。

式(4-164)和(4-168)称为退水方程, 它反映了枯水期河流中流量随时间的消退过程, 而且可得到如下结论: 当蓄量方程式为线性时, 退水方程为指数函数, 而当蓄量方程为幂函数时, 退水方程仍为一个幂函数。

影响枯水期河流中流量消退快慢的主要因素: 一是退水开始时洪峰流量的大小。在以超渗产流为主的流域中, 由于几乎没有地下径流或地下径流很少, 枯水期退水主要是流域中地面蓄水量的消退。地面蓄水量的多寡与消退快慢可用洪峰流量来反映, 洪峰流量大, 相应的地面蓄水量多, 枯水期退水也比较缓慢, 反之则地面蓄水量少, 枯水期退水较快。二是潜水蒸发。潜水蒸发是影响地下水退水的主要因素。一般在潜水蒸发大的季节地下水退水快, 而在潜水蒸发小的季节地下水退水则慢。这种影响在流域地下水埋深较浅时更为明显。三是径流成分的比重。在湿润地区, 流域蓄水量一般包括地面蓄水量和地下蓄水量, 其比值与降雨强度有关, 降雨强度大, 地面蓄水量比重大, 因而枯水期流量消退快; 反之则地下蓄水量比重大, 以致枯水期流量消退慢。



## 第五章 河流泥沙及河床演变<sup>①</sup>

### 第一节 坡面侵蚀与产沙

坡面侵蚀是地表物质(包括土壤和成土母质等)在侵蚀营力作用下发生的分离和移位现象。被侵蚀的物质汇集于河网中,从上游向下游运动,一部分淤积下来,一部分则最终到达流域出口断面成为流域产沙。因此,坡面侵蚀和流域产沙原于同一过程。

侵蚀营力有自然动力和人为动力。水力侵蚀、重力侵蚀、风力侵蚀、冻融侵蚀和动物侵蚀均属于自然动力引起的侵蚀。人为动力引起的侵蚀包括直接侵蚀和间接侵蚀两类,前者指人为地挖掘和运移地表物质,后者指人为地破坏植被、松动地表物质等。表 5-1 汇总了中国黄土高原地区的侵蚀原因。由表可见,黄土高原地区的侵蚀原因是十分复杂多样的,除了常见的侵蚀方式外,常常会出现一些特殊的侵蚀方式,如潜蚀和流泥。黄土高原的潜蚀和岩溶地区的地下侵蚀不同,它不是以化学溶蚀为主,而是以机械侵蚀为主。据观测,潜蚀是黄土高原地区破坏地面完整、促进沟蚀发展的重要原因。黄土高原发生的泥流一般有稀释性流泥(流体容量在  $1.3\text{t}/\text{m}^3 \sim 1.5\text{t}/\text{m}^3$ )、粘性流泥(流体容重大于  $1.5\text{t}/\text{m}^3 \sim 1.6\text{t}/\text{m}^3$ )和塑性流泥(流体容重接近土的塑限)三种。按流体的力学性质,含沙量大于  $600\text{kg}/\text{m}^3$  的水流就具有流泥的特性了。

<sup>①</sup> 第一节由汤立群提供部分素材并参加了部分初稿编写工作;第一节~第六节均由陈界仁编写初稿。

表 5-1 中国黄土高原地区土壤侵蚀的类型、方式、形态和特点

侵蚀动力	侵蚀类型	侵蚀方式	侵蚀形态	侵蚀特点
自然动力	水力侵蚀	面状侵蚀	溅蚀坑、鳞片状斑痕、细沟或纹沟	雨滴击溅和片状水流侵蚀,地表不保留永久性侵蚀形态,仅造成土粒位移
		线状(沟状)侵蚀	浅沟(或条沟)、切沟、悬沟、冲沟	受股流和暴雨作用,有固定汇流空间和侵蚀形态,能将地面分割破碎
		洞穴侵蚀(潜蚀)	陷穴、盲沟、串洞、蜂窝状地等	地面径流沿黄土缝穴渗入地下,进行冲刷成淘刷,地面坍塌成洞穴
		流泥	流泥坡、流泥槽和流泥扇	为水力侵蚀和重力侵蚀共同作用的结果
	重力侵蚀	滑坡和崩塌、泻溜和剥蚀	重力侵蚀活动面和堆积物	坡地土体呈块状向下坡移动和停积
	风力侵蚀	吹蚀、磨蚀和蠕移	吹蚀条痕、吹蚀穴、吹蚀残丘、磨蚀面和沙丘移动等	强风在干燥裸露地面上吹扬的结果
	冻融侵蚀	胀裂和收缩	冻裂隙、蠕移土流等	土体和缝穴含水量较高时结冻和解冻作用的结果
	动物侵蚀	挖掘	洞穴、土堆和塌陷	啮齿类动物挖掘作用的结果
人为动力	人为侵蚀	直接侵蚀	挖掘和运移形成的坑、洞穴、沟和堆积体	随人口增加和生产力发展水平及人们的环保意识高低而变
		间接侵蚀	破坏植被、松动表土等	

早在 20 世纪初,人们就开始通过野外实验来观测坡面侵蚀和产沙过程,试图寻求坡面产沙量的定量计算方法,以阐明河流泥沙的来源。20 世纪 40 年代至 60 年代,主要使用由实验资料总结归

纳出的经验公式来估算坡面产沙量,其一般表达式为

$$W = f(F, K, RM, LS, C, P, OTH) \quad (5-1)$$

式中:  $W$  为产沙量或侵蚀模数;  $F$  为流域因子, 主要指流域面积;  $K$  为土壤特性因子;  $RM$  为降雨特性因子;  $LS$  为地形因子, 主要指坡面长度和坡度;  $C$  为植被因子;  $P$  为流域经营管理措施因子;  $OTH$  为影响侵蚀产沙的其他因子。

Wischmeier 等人基于美国八千多个试验小区的土壤侵蚀资料, 于 1958 年提出的通用土壤流失公式是比较著名的估算坡面侵蚀和产沙量的经验公式, 该公式的具体结构为

$$E = 0.224RKLS\overline{C}P \quad (5-2)$$

式中:  $E$  为单位面积土壤流失量;  $R$  为降雨侵蚀力因子;  $C$  为作物经营管理因子;  $P$  为土壤侵蚀控制措施因子;  $S$  为坡度;  $L$  为坡面长度;  $K$  为土壤可蚀性因子。

中国关于水土流失和产沙的实验研究工作已进行多年, 特别是在黄河中游黄土高原丘陵沟壑区, 早在 20 世纪 60 年代就设置若干处水土保持科学试验站。根据这些试验站的观测资料, 得到的产沙计算公式列于表 5-2 中, 表中  $M_s$  为侵蚀模数 ( $t/km^2$ );  $M$  为次洪量模数 ( $m^3/km^2$ );  $q$  为洪峰流量模数 ( $m^3/s \cdot km^2$ )。

表 5-2 中国黄河中游黄土高原地区产沙计算公式

站名	流域面积 ( $km^2$ )	资料年限	产沙计算公式	复相关系数
曹坪	187	1963—1967	$M_s = 0.269(M + 1000q)^{1.09}$	0.9797
西庄	49	1963—1967	$M_s = 0.262(M + 1000q)^{1.08}$	0.9712
杜家沟	96.1	1963—1967	$M_s = 0.26(M + 1000q)^{1.09}$	0.9836
驼耳巷	5.74	1963—1967	$M_s = 0.132(M + 1000q)^{1.11}$	0.9931
三川口	21	1963—1969	$M_s = 0.233(M + 100q)^{1.14}$	0.9744
蛇家沟	4.26	1963—1969	$M_s = 0.157(M + 100q)^{1.15}$	0.9923
团山沟	0.18	1963—1969	$M_s = 0.131(M + 100q)^{1.16}$	0.9849

坡面侵蚀和产沙数学模型的研制差不多与流域水文模型同步。Negcv 于 1967 年提出的产沙模型是这方面的早期成果,该模型的流域产汇流模拟采用 Stanford 模型,产汇沙模拟由雨滴溅蚀、坡面径流输沙、沟蚀、悬移质输沙和床沙质输沙等构成,具体定量表达式为

$$\left. \begin{aligned} E_s &= \alpha_1 \cdot I^{\beta_1} \\ SS &= \alpha_2 \cdot \sum E_s \cdot R^{\beta_2} \\ EG &= \alpha_3 \cdot q^{\beta_3} \\ SG &= \alpha_4 \cdot \sum EG \cdot Q^{\beta_4} \\ EG_b &= \alpha_5 \cdot Q^{\beta_5} \\ S &= SS + SG + EG_b \end{aligned} \right\} \quad (5-3)$$

式中:  $E_s$  为雨溅蚀量;  $I$  为雨强;  $SS$  为坡面径流输沙;  $R$  为坡面径流;  $EG$  为沟蚀量;  $q$  为沟道流量;  $SG$  为悬移质输沙;  $EG_b$  为床沙质输沙;  $Q$  为河道流量;  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$  和  $\beta_5$  为经验常数;  $S$  为总输沙量。

不难看出,虽然 Negev 在流域产汇流方面使用了流域水文模型,但在产汇沙方面仍采用了经验公式,这是早期的坡面侵蚀与产沙数学模型的主要不足之处。20 世纪 70 年代以后,人们开始致力于具有物理基础的坡面侵蚀与产沙概念性模型的研究,获得许多重要成果,择其主要者分述如下。

**CSU 模型** 20 世纪 70 年代末,由美国 Colorado 州立大学的 Ruh-Ming Li 等人提出。该模型产流量按下列原理计算:

$$R_s = \begin{cases} I - \bar{f}, & I > \bar{f} \\ 0, & I \leq \bar{f} \end{cases} \quad (5-4)$$

式中:  $R_s$  为流域地面产流量;  $I$  为时段平均降雨强度;  $\bar{f}$  为时段平均下渗率,它的计算公式为

$$\bar{f} = \frac{\Delta F}{\Delta t} \quad (5-5)$$

$$\text{而 } \Delta F = -\frac{(2F - K\Delta t)}{2} + \frac{[(2F - K\Delta t)^2 + 8K\Delta t(\delta + F)]^{\frac{1}{2}}}{2} \quad (5-6)$$

以上二式中： $\Delta t$  为计算时段长； $\Delta F$  为  $\Delta t$  时段内的下渗量； $F$  为下渗量； $K$  为水力传导度； $\delta$  为势头参数。坡面和沟道汇流均用下列一维运动波方程组来描述：

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = q_l \\ s_0 = f \frac{Q^2}{8gRA^3} \end{cases} \quad (5-7)$$

式中： $Q$  为流量； $A$  为过水断面面积； $q_l$  为旁侧入流量； $s_0$  为坡面或沟道坡度； $f$  为阻系数； $R$  为水力半径； $g$  为重力加速度。对式 (5-7) 的求解通常采用有限差分法。流域产沙量的计算原理为：若雨滴溅蚀量为  $Z_a$ ，供沙量为  $S_a$ ，且  $S_a = Z_a$ ，又水流挟沙能力为  $G_T$ ，径流冲刷量为  $D$ ，则流域产沙量  $W_r$  为

$$W_r = \begin{cases} G_T, & G_T \leq S_a \\ S_a + D, & G_T > S_a \end{cases} \quad (5-8)$$

其中

$$Z_a = D_r \Delta t \quad (5-9)$$

$$D_r = a_s I^{1.6} \left(1 - \frac{Z_w}{Z_m}\right) (1 - C_r) (1 - C_t) \quad (5-10)$$

$$D = D_f (\Delta Z_b + Z_a) \quad (5-11)$$

$$G_T = B(g_b + g_s) \quad (5-12)$$

$$g_b = a(\tau_o - \tau_c)^b \quad (5-13)$$

$$g_s = \frac{g_b}{11.6} \frac{A^{1/3}}{(1-A)^{1/3}} \left[ \left( \frac{v}{u_*} + 2.5 \right) I_1 + 2.5 I_2 \right] \quad (5-14)$$

式 (5-9)~(5-14) 中： $D_r$  为雨滴溅蚀率； $\Delta t$  为计算时段长； $I$  为雨强； $Z_w$  为水层厚度与松散土层厚度之和； $Z_m$  为 3 倍的雨滴中值粒径； $C_r$  为地面植被覆盖度； $C_t$  为树冠覆盖度； $\Delta Z_b$  为时段内径

流冲刷量;  $B$  为坡面或沟道宽度;  $g_b$  为推移质挟沙能力;  $g_s$  为悬移质挟沙能力;  $v$  为坡面或沟道平均流速;  $u_*$  为摩阻流速;  $z$  为悬浮指数;  $D_i$  为与土质有关的系数;  $A$  为无量纲系数;  $a_s, b_s, a, b$  为系数或指数;  $I_1, I_2$  为 Einstein 积分。

**HUM-1 模型** 20 世纪 80 年代中期, 中国河海大学以赵人俊教授提出的适用于干旱地区的流域水文模型——陕北模型为基础, 建立了适用于中国黄土高原地区的产沙模型, 称为 HUM-1 模型。该模型产流量计算部分与 CSU 模型之区别是考虑了下渗能力空间分布的不均匀性, 其计算公式为

$$R_s = \begin{cases} I - f + f \left( 1 - \frac{I}{A} \right)^{1+B} & I < A \\ I - f, & I \geq A \end{cases} \quad (5-15)$$

式中:  $R_s$  为时段平均地面产流强度;  $I$  为时段平均雨强;  $f$  为时段平均下渗强度;  $A$  为流域上最大的点下渗能力;  $B$  为下渗能力空间分布为抛物线时的指数。时段长的选取视雨强的时间变化情况而定, 若变化大, 则时段长应选得小些, 反之, 可适当选大些。坡面和沟道水流运动, 与 CSU 模型一样, 仍用运动波方程组描述, 但求解方法用 Pressmann 四点隐式差分格式, 这样可求得第  $j+1$  子段的差分方程为

$$\begin{aligned} & \theta \frac{Q_{j+1}^{i+1} - Q_j^{i+1}}{\Delta x_{j+1}} + (1-\theta) \frac{Q_{j+1}^i - Q_j^i}{\Delta x_{j+1}} + \\ & K^{\frac{1}{\alpha}} \frac{1}{\alpha} \left\{ \frac{\theta}{2} [(Q_{j+1}^{i+1})^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} + (Q_j^{i+1})^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}] + \right. \\ & \left. \frac{1-\theta}{2} [(Q_{j+1}^i)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} + (Q_j^i)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}] \right\} \frac{Q_{j+1}^{i+1} - Q_{j+1}^i - Q_j^i}{2\Delta t} = r(x, t) \end{aligned} \quad (5-16)$$

式中:  $Q$  为流量, 对坡面水流为单宽流量, 对沟道水流为流量, 其上标为时间步长数, 下标为空间步长数;  $r$  为入流过程, 对坡面水流为地面产流量过程, 对沟道水流为旁侧入流过程;  $\theta$  为差分格式权

重,在 $[0.6, 1]$ 中取值; $K$ 和 $\alpha$ 分别为水位流量关系的系数和指数; $\Delta x_{j+1}$ 为空间步长; $\Delta t$ 为时间步长。由于流域产沙来源于梁峁坡侵蚀、沟谷坡侵蚀和沟道侵蚀,所以必须先计算出梁峁坡土壤侵蚀率 $E_r$ 、沟谷坡土壤侵蚀率 $E_k$ 和沟道土壤侵蚀率 $E_c$ 。它们的计算公式分别为

$$E_r = A_r b_r \frac{\gamma_m}{\gamma_s - \gamma_m} (\tau_o - \tau'_c) v \quad (5-17)$$

$$E_k = A_k b_k \frac{\gamma_m}{\gamma_s - \gamma_m} (\tau_o - \tau'_c) v \quad (5-18)$$

$$E_c = B_c \frac{\sqrt{\gamma_m g}}{\gamma_s - \gamma_m} \tau^{3.2} v \quad (5-19)$$

以上三式中; $b_r$ 、 $b_k$ 分别为梁峁坡和沟谷坡的宽度; $\gamma_m$ 为浑水容重; $\gamma_s$ 为泥沙密实干容重(尊重历史,保留容重这一物理量,下同); $\tau_o$ 为坡面或沟道的切应力; $\tau'_c$ 为斜坡上泥沙起动切应力; $v$ 为坡面或沟道的平均流速; $A_r$ 、 $A_k$ 和 $B_c$ 均为系数; $g$ 为重力加速度。式(5-17)~(5-18)之和即为流域总的土壤侵蚀率。

**THU模型** 20世纪90年代初由中国清华大学学者提出。该模型与HUM-1模型一样,也主要适用于中国黄土高原地区。模型采用径流系数法计算产流量并考虑径流系数随降雨量、降雨强度和前期影响雨量而变化。具体计算公式为

$$R = \alpha \cdot P \quad (5-20)$$

$$\alpha = \begin{cases} 0.002693 P^{0.3814} I^{0.9023}, & I > 10 \text{ mm/h} \\ 0.0006017 P^{0.9051} I^{1.44} pa^{0.1442}, & I < 10 \text{ mm/h} \end{cases} \quad (5-21)$$

式中: $R$ 为时段产流量; $\alpha$ 为时段径流系数; $I$ 为时段平均降雨强度; $pa$ 为前期影响雨量。THU模型与CSU模型和HUM-1模型不同,没有设置汇流计算部分。时段内坡面产沙量 $W_{s,b}$ 和沟道产沙量 $W_{s,g}$ 分别采用下列二式计算

$$W_{s,b} = 0.8237 S_{Bb} C_A C_E (\alpha I)^{1.6755} L^{1.1755} s_{ob}^{1.2720} D_{50}^{-0.6580} \quad (5-22)$$

$$W_{sR} = 0.8237 S_{Bb} C_A C_E (aI)^{1.6/0.5} L^{1.1753} s_{ob}^{1.2720} D_{50}^{0.6380} \quad (5-23)$$

以上二式中:  $C_A$  为地表裸露率;  $C_E$  为侵蚀因子;  $D_{50}$  为土壤中性粒径;  $L$  为坡面或沟道的长度;  $s_{ob}$  为坡面平均比降;  $s_{oR}$  为沟道平均比降;  $S_{Bb}$  为某种土壤类型坡面所占的比例;  $S_{BR}$  为某种土壤类型沟道所占的比例。式(5-22)和(5-23)之和即为时段的流域产沙量。

以上3个模型基本上反映了近三十年来产沙模型的发展水平。应当说,这些产沙模型均在一定程度上考虑了产沙过程中水流与泥沙的耦合,与早先的计算产沙的经验公式比较,物理成因有所加强。但产沙与产流比较,产沙模型的物理概念仍欠缺些。此外,在现有产沙模型中均假设泥沙输移比(断面的实测输沙量与该断面以上流域的侵蚀产沙量的比值)为1是不合理的;只考虑产流对产沙的影响,而不考虑产沙对产流的影响也是欠妥的。产沙是一种比产流更为复杂的自然现象,要揭示其物理成因机制绝非易事。21世纪人们仍需花大力气改进产沙过程的观测方法和分析方法。

## 第二节 河流输沙机理

河流输沙机理涉及泥沙沉降、泥沙起动、推移质运动、挟沙水流流速分布、沙波运动、动床阻力、悬移质含沙量沿垂线分布、水流挟沙力和非平衡输沙等方面。

泥沙沉降特性是泥沙的物理特性之一,用沉速表示,它对泥沙挟沙力、悬沙分布和输沙率等均有影响。在许多实际问题中,如水库河道的冲淤计算、沉沙池设计和抛石筑坝设计等都会遇到沉速计算。人们首先对球体沉降机理进行了试验研究,球体颗粒在水中沉降时,水体绕颗粒作相对运动,对颗粒产生作用力,其中沿颗粒表面的切向应力在流动方向上的投影之和称为摩擦阻力,与颗



粒表面垂直的法向应力在流动方向上的投影之和称为压差阻力,摩擦阻力与压差阻力之和称为绕流阻力。当雷诺数较小时,绕流阻力以摩擦阻力为主,颗粒受力为有效重力和水流的绕流阻力,所得层流沉速公式即为著名的 Stokes 公式:

$$\omega = \frac{1}{18} \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} g \frac{d^2}{\nu} \quad (5-24)$$

式中:  $\gamma_s$ 、 $\gamma$  分别为泥沙容重及水容重;  $d$  为泥沙粒径;  $\nu$  为水流动力粘性系数。

当雷诺数增大时,进入过渡区和紊流区,压差阻力增大,摩擦阻力减小,此时影响沉速的因素较多,尚无法从理论上求得相应的沉速表达式,一般通过试验来分析绕流阻力系数随雷诺数的变化,但试验的绕流阻力系数与实测结果偏离较大。天然泥沙颗粒形状不同于球体,颗粒形状对沉速有影响。一般采用代表粒径,如等容粒径、平均粒径等来考虑沙粒形状影响。很多学者都提出了泥沙沉速公式,如张瑞瑾根据阻力叠加原则,将层流区与紊流区阻力线性叠加,得到可用于层流、紊流及过渡区的沉速公式为

$$\omega = \sqrt{\left(c_1 \frac{\nu}{d}\right)^2 + c_2 \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} g d} - c_1 \frac{\nu}{d} \quad (5-25)$$

式中的无量纲系数  $c_1$  及  $c_2$  需实测资料确定。窦国仁从颗粒沉降水流绕流分离出发,认为颗粒沉降时的绕流阻力  $C_D$  可由层流阻力和紊流阻力依雷诺数的大小按一定比例叠加求得

$$C_D = k \frac{24}{Re_d} \left(1 + \frac{3}{16} Re_d\right) \varphi_1 + 1.2 \varphi_2 \quad (5-26)$$

式中:  $Re_d$  为泥沙粒径是  $d$  的雷诺数;  $k$  为考虑泥沙形状的修正系数;  $\varphi_1$  为考虑颗粒尾流部分分离区减少了层流阻力作用面积的修正系数,与分离角有关;  $\varphi_2$  为修正系数,与分离角有关。泥沙群体沉降与泥沙颗粒形状、含沙量和水流紊动等有关,其变化规律更为复杂。试验表明,沉速随含沙量的增加有减小之趋势。水流紊动

对沉速的影响还不明确,从概念上分析,由于脉动流速的大小和方向是随机变化的,泥沙的沉降有时受到加速作用,有时受到减速作用,因此,水流紊动作用对颗粒的沉降影响十分复杂。含有细颗粒( $d < 0.01\text{mm}$ )的非均匀沙沉降时有絮凝作用,沉降机理比较复杂。中国黄委会水科院和西北水科所的试验表明,当含沙浓度小时,颗粒各自分散沉降,沉降规律与单颗粒沙相似;随着含沙浓度的增加,细颗粒泥沙产生絮凝作用,加大了颗粒直径及沉降速度,使群体沉速大于单颗粒沉速;含沙浓度再增加,絮团形成絮网,出现清浑水交界面,沉降速度将大大减小。范家骅对动水沉速的试验表明,动力沉速与静水沉速差别不大。对这方面的研究结论目前尚有争议。

泥沙起动是泥沙运动中的基本问题之一,也是研究工程泥沙问题时首先要遇到的问题。早在 19 世纪,泥沙专家就提出了泥沙起动概念,20 世纪进行了系统研究。位于群体泥沙中的床沙,在水流作用下,其动力平衡遭到破坏的水流条件即为泥沙起动条件。影响泥沙起动的力分为两类,一类为促使泥沙起动的力,如水流的推力  $F_D$  及上举力  $F_L$ ;另一类为抗拒泥沙起动的力,如泥沙的重力  $W$  及存在于细颗粒之间的粘结力  $N$ 。水流推力由水流绕过沙粒时出现的表面阻力及迎流面与背流面的压力差构成,其方向和水流方向相同。水流上举力由水流绕流带来的颗粒顶部流速大、压力小而底部流速小、压力大造成。对形成粘结力的原因还无一致的看法,张瑞瑾认为细颗粒之间的粘结力主要由颗粒之间的吸着水和薄膜水不传递静水压力引起。唐存本认为,存在于细颗粒之间的粘结力,主要由沙粒表面与粘结水之间的分子吸引力造成。窦国仁早期采用交叉石英丝实验,证实了压力水头对粘结力的影响,考虑到沙粒表面与粘结水之间存在分子引力对粘结力的影响,认为粘结力应由水对床面颗粒的下压力及颗粒间的分子粘结力两部分组成。泥沙起动时的动力平衡条件表达式为

$$K_1 d F_D + K_2 d F_I - K_3 d W + K_4 d N \quad (5-27)$$

式中:  $d$  为泥沙颗粒的直径;  $K_1 d$ 、 $K_2 d$ 、 $K_3 d$ 、 $K_4 d$  分别为  $F_D$ 、 $F_I$ 、 $W$ 、 $N$  的相应力臂。式(5-27)表达了泥沙起动与水力、泥沙因素的关系。水流推力、上举力和重力可表达为水流、泥沙的函数。采用的粘结力公式形式不同,可得到不同形式的泥沙起动流速公式。如张瑞瑾推导的粘结力表达式为

$$N = \alpha_1 \gamma d^2 \left( \frac{d_1}{d} \right)^2 (h_a + h) \quad (5-28)$$

式中:  $\alpha_1$  为系数;  $\gamma$  为水的容重;  $d_1$  为与泥沙粒径  $d$  (变量) 所对应的参考粒径;  $h$  为水深;  $h_a$  代表与大气压力相应的水柱高度(约为 10m)。将式(5-28)代入式(5-27), 得到泥沙起动流速公式为

$$U_c = \left( \frac{h}{d} \right)^{0.14} \left( 17.6 \frac{\rho_s - \rho}{\rho} g d + 0.000000605 \frac{10 + h}{d^{0.72}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5-29)$$

式中:  $\rho_s$  为泥沙的密度;  $\rho$  为水的密度; 其余符号的意义同前述。唐存本建立的粘结力为

$$N = d \left( \frac{\rho'_s}{\rho_c} \right)^n \xi \quad (5-30)$$

式中:  $\rho'_s$  为泥沙干密度;  $\rho'_c$  为泥沙的稳定干密度;  $d$  为泥沙粒径;  $n$  为待定指数;  $\xi$  为粘结力系数。将上式代入动力平衡关系式, 得到泥沙起动流速为

$$U_c = 1.79 \frac{1}{m+1} \left( \frac{h}{d} \right)^m \left( \frac{\rho_s - \rho}{\rho} g d + \left( \frac{\rho'_s}{\rho_c} \right)^{10} \frac{c}{\rho d} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5-31)$$

式中:  $m$  为经验常数; 其余符号的意义同前述。

表达泥沙起动的临界水流条件的另一种形式为起动拖曳力, 即泥沙处于起动状态的床面剪切力。不考虑(5-27)式中的粘结力, Shields 通过分析无量纲拖曳力和颗粒雷诺数的关系, 建立了

著名的表达均匀沙起动的 Shields 关系式:

$$\frac{U_{*c}^2}{\gamma_s - \gamma} \frac{\gamma_s}{\gamma} = \frac{\tau_c}{(\gamma_s - \gamma)d} = \tau_{*c} = f\left(\frac{u_* d}{\nu}\right) \quad (5-32)$$

式中:  $U_{*c}$  为泥沙起动的摩阻流速;  $\tau_c$  为起动拖曳力;  $\tau_{*c}$  临界相对拖曳力, 即无因次起动切力;  $Re_*$  为沙粒雷诺数,  $Re_* = \frac{u_* d}{\nu}$ , 其物理意义是沙粒直径与粘滞底层厚度之比; 其余符号的意义同前述。Shields 根据他自己的试验结果, 绘制了无因次切力与沙粒雷诺数的关系曲线, 即 Shields 曲线(图 5-1)。

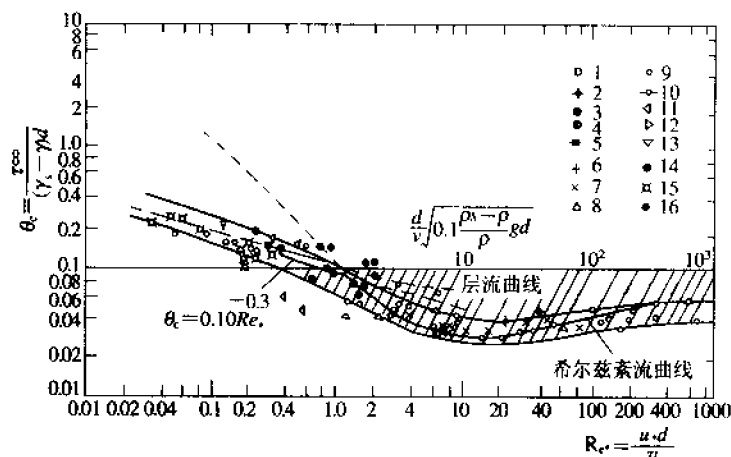


图 5-1 散粒体泥沙起动的 Shields 曲线

1—琥珀(Shields); 2—褐炭(Shields); 3—花岗石(Shields); 4—重晶石(Shields); 5—沙(Casey); 6—沙(Kramer); 7—沙(U. S. Wes); 8—沙(Gilbert); 9—沙(Tison); 10—沙(White); 11—沙(李昌华); 12—沙, 在油中(李昌华); 13—粉沙(Mantz); 14—粉沙(White); 15, 16—粉沙, 在油中(层流)(Yalin)

由图(5-1)可见, 当沙粒雷诺数  $Re_*$  在 10 附近, 即泥沙粒径与粘滞底层厚度相当时, 无因次起动切力最小, 泥沙最容易起动; 当  $Re_* < 10$ , 曲线上升, 即泥沙粒径较小时, 泥沙粒径被粘滞底层

所覆盖,泥沙不易起动;当  $Re_* > 10$ , 即泥沙粒径较大时,泥沙颗粒重力增大,泥沙也不容易起动;沙粒雷诺数大于 500 时,无因次起动切力接近常数。

由于沙粒形状、沙粒在群体中的位置及水流条件都是随机变量,因此,泥沙起动可看成一种随机现象,据此提出了泥沙起动条件的判别标准问题。目前,在实验室广泛采用的是一种定性标准,即将部分床面泥沙有很少量的泥沙运动规定为起动标准。克雷默将接近临界条件的三种运动强度定义为:

弱动——在床面有屈指可数的细颗粒泥沙处于运动状态;

中动——床面各处有中等大小的颗粒在运动,运动强度已无法计数,但尚未引起床面形态发生变化,也不产生可以感知的输沙量;

普动——各种大小的沙粒均已投入运动,并持续地普及到床面。

窦国仁认为作用在泥沙颗粒上的流速近似地具有正态分布特性,提出了瞬时流速与泥沙起动概率的关系式。

非均质沙起动要比均质沙的起动条件复杂得多,一些细颗粒受到隐蔽作用,难于起动,某些粗颗粒受到暴露作用,易于起动。非均质沙从细颗粒到粗颗粒投入起动的过程往往是一个非恒定的过程,床面组成可能不断发生变化,要准确跟踪这一过程不易做到。与均质沙相比,非均质沙起动的判别标准更难确定。Gessler 研究了床沙粗化条件下的非均质沙的起动问题。Engiazaroff 考虑每一粒径级沙的受力,得到了各种粒径级泥沙的临界起动拖曳力的公式为

$$\frac{\tau_{ci}}{\tau_{c0}} = \frac{1.635}{(\lg 19d_i/d_m)^2} \quad (5-33)$$

式中:  $\tau_{ci}$  为第  $i$  种泥沙的起动拖曳力;  $d_i$  为第  $i$  种泥沙的粒径;  $d_m$  为平均粒径;其余符号的意义同前述。

秦荣昱通过泥沙受力分析导得非均质沙综合起动流速公式为

$$U_{*c} = 0.786 \sqrt{\frac{\rho_s - \rho}{\rho} g d \left( 2.5m \frac{d_m}{d} + 1 \right)} \left( \frac{h}{d_{50}} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (5-34)$$

式中:  $m$  为非均质沙的密实系数, 与非均匀度  $\eta = \frac{d_{60}}{d_{10}}$  有关;  $d_m$  为平均粒径; 其余符号的意义同前述。由于非均质沙起动判别标准不统一, 各种粒径受力及起动机理比较复杂, 必须进行深入研究。

在推移质运动方面, 目前从理论上探求推移质输沙率的途径大致可分为五类:

一是以流速为主要参数。认为影响推移质输沙率的主要水力因素是水流流速, 流速愈大, 则推移质输沙率愈大。代表性公式有沙莫夫公式、冈恰洛夫公式等。沙莫夫公式为

$$g_b = 0.95 \sqrt{d} (U - U'_{*c}) \left( \frac{U}{U'_{*c}} \right)^3 \left( \frac{d}{h} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (5-35)$$

式中:  $g_b$  为推移质输沙率;  $U'_{*c}$  为止动流速。

二是以拖曳力为主要参数。认为拖曳力愈大, 则推移质输沙率愈大。Dubois 提出如下推移质输沙率公式

$$g_b = \Psi \tau_0 (\tau_0 - \tau_c) \quad (5-36)$$

式中:  $\Psi$  为泥沙输移的特性参数。此外, 还有梅叶—彼得公式

$$g_b = \frac{\left[ \left( \frac{n'}{n} \right)^{1.5} \gamma h J - 0.047 (\gamma_s - \gamma) d \right]^{1.5}}{0.125 \sqrt{\rho} \frac{\rho_s - \rho}{\rho_s} g} \quad (5-37)$$

式中:  $n$  为曼宁糙率;  $n'$  为河床平整情况下的沙粒曼宁糙率。该式在水流切力  $\gamma h J$  之前, 加了修正系数, 其原因是当床面出现沙波时, 不是全部的拖曳力, 而只是与沙粒阻力有关的一部分拖曳力对推移质运动起作用, 与沙波阻力有关的拖曳力对推移质运动不起作用。

三是根据能量平衡观点建立的推移质输沙率公式。Bagnold

关于推移质输移的水流功率理论就是以此为出发点,用基本物理概念和物理过程的描述方法来研究泥沙运动规律的。Bagnold 基于对泥沙运动物理过程的深刻理解得出的推移质输沙率计算公式,物理概念明确,理论分析合理,具有较高的计算精度。Bagnold 提出的颗粒惯性力与粘性力之比被后人称之为 Bagnold 数。

四是根据统计法则建立的推移质输沙率公式。泥沙运动既是确定的也是随机的,Einstein 首创用统计的方法研究推移质泥沙运动,导出了推移质输沙率的计算公式为

$$1 + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-B_* \Psi + 1}^{B_* \Psi - 1} e^{-t^2} dt = \frac{A_* \Phi}{1 + A_* \Phi} \quad (5-38)$$

式中: $A_*$ 、 $B_*$ 为常数。式(5-38)反映了推移质输沙强度函数  $\Phi$  与水流强度函数  $\Psi$  的关系。特别是该计算公式能进行非均匀输沙的计算。Einstein 的推移质输沙率公式,在理论上比较完整,但也存在一些缺陷,有待进一步完善。如脱离沙波运动来讨论推移质运动;在求沙粒起动概率时,只考虑了上举力作用,将水流对沙粒的推移力完全置之不理;单步距离与水流条件无关也存在一些问题。

五是根据沙波运动建立推移质输沙率公式。沙波运动是推移质运动的具体形式,可通过沙波尺寸来建立推移质输沙率公式。

中国的钱宁、沙玉清和张瑞瑾等泥沙专家为泥沙运动及泥沙学科的发展奠定了基础。首先对泥沙起动机理作了深入分析,统一了输沙率与起动的概念。钱宁将不同的推移质输沙率公式进行比较分析,得到了如下统一的公式:

$$\Phi = 4.87 \left[ 1 + \left( \frac{\pi/6^3}{\Theta - \Theta_c} \right)^4 \right]^{-\frac{1}{4}} (\sqrt{\Theta} - 0.7 \sqrt{\Theta_c}) \quad (5-39)$$

式中: $\Theta$  为水流强度,  $\Theta = \frac{\gamma}{\gamma_s - \gamma} \frac{hJ}{D}$ ;  $h$  为水深;  $D$  为泥沙粒径;  $\beta$  为推移质运动摩擦系数;  $\Phi$  为推移质输沙率。韩其为运用统计理论,

给出了泥沙起动时的有关统计规律,提出了明确的统计标准。惠遇甲、胡春宏采用高速摄影技术,从水流中颗粒跃移概念出发,研究泥沙起动及推移质运动,对试验资料进行了运动学、力学和随机性分析,修正了 Bagnold 公式,即

$$\Phi = \theta(\sqrt{\theta} - \sqrt{\theta_c}) \frac{1}{(1.32 + 1.11 \lg \theta)} [5.75 \lg(87.58 \theta^{0.36})], \theta \leq 1.2$$

$$\Phi = \theta(\sqrt{\theta} - \sqrt{\theta_c}) \frac{1}{1.52} [5.75 \lg(87.58 \theta^{0.36}) - (1.6 - 2.6 \lg \theta)], \theta \geq 1.2$$

(5-40)

式中: $\theta$  为水流强度参数; $\Phi$  为推移质输沙率。刘兴年在室内水槽与天然河流中实测了宽级配非均质沙的暴露度,提出了非均质沙起动流速的等效粒径确定方法并根据最小能耗原理,提出了非均匀沙起动过程的“最优起动路径”假说。应用模糊数学、自组织临界性和重正化群论等其他学科的理论研究泥沙起动,建立了宽级配非均匀沙推移质输沙率公式。

除了对推移质运动本身进行研究之外,还开展了推移质运动对水流脉动结构、流速分布及阻力影响的试验研究。但这些结论还不一致,需要进一步取得较精确的资料加以深入分析。

挟沙水流流速分布规律的研究是揭示挟沙水流流动特性的关键,而天然河流流速分布极其复杂。目前,流速分布通常采用两种公式:对数型流速分布公式和指数型流速分布公式。对数型流速分布公式是基于 Prandtl 掺混长概念而得出的,公式形式为

$$\frac{u_{\max} - u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{H}{y} \quad (5-41)$$

式中: $u_{\max}$  为近水面最大流速; $u$  为在  $y$  处的流速; $u_*$  为摩阻流速; $H$  为水深; $y$  为距床面距离; $\kappa$  为卡门常数。在应用该公式时,分歧较多的是卡门常数的变化,学术界存在两种相互矛盾的观点。大部分学者认为,在近底区挟沙水流流速分布偏离对数分布,而主流区流速分布仍服从对数规律,只是卡门常数小于清水的值。少



部分学者认为,近底区流速分布服从对数规律, $\kappa=0.4$ 时,主流区流速分布偏离对数律。Einstein 和钱宁通过深入试验确认了卡门常数随含沙量变化的关系,分析了其变化机理。关于动床水流卡门常数的变化规律,秦荣昱进行了试验分析。1981 年, Coleman 进行了精确的水槽试验,认为流速分布的对数律只适用于近底区,在主流区,流速分布偏离对数规律。在水流流速分布中引入了 Coles 的尾流函数,指出挟沙水流流速分布服从尾流定律,即

$$\frac{u_{\max} - u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{\delta}{y} + \frac{\pi}{\kappa} f\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (5-42)$$

式中: $\kappa$  为卡门常数; $\delta$  为边界层厚度; $\pi$  为尾流强度。Coleman 认为挟沙水流的卡门常数与清水相同,仅尾流系数  $W$  随含沙量变化。许多学者对尾流系数进行了大量的试验,如 Nezu 和 Rodi 得到清水的尾流系数为  $W=0.2$ 。有泥沙时,尾流系数值的变化较大,不便于应用,因此 Coleman 的理论并不能代表泥沙运动理论的成功发展。倪晋仁、惠遇甲对挟沙水流的流速分布分析认为:流速分布可分成两类,即 I 型和 II 型。所谓 I 型分布,是指沿整个水深均可用对数流速公式表达,但卡门常数值变小;II 型分布中主流区及近底区都遵循对数分布规律,但两区的卡门常数不同。

20 世纪 20 年代, Karman 和 Prandtl 利用因次分析的方法,分别提出了指数型流速分布公式。张红武引入“涡团模式”,认为在恒定、均匀二维紊动流场中,任一点都存在一个具有固定角速度  $\omega$  的涡团,其当量直径等于此处涡体垂向运移过程中能够保持原有流动特征的距离,即掺混长度  $l_0$ ,使 Prandtl 混合长模型趋于合理,由此提出了如下流速分布公式:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{C}{\sqrt{g}} - \frac{3\pi}{8c_n} + \frac{1}{c_n} \left( \sqrt{\frac{y}{h} - \left(\frac{y}{h}\right)^2} + \arcsin \sqrt{\frac{y}{h}} \right) \quad (5-43)$$

式中: $C$  为常数; $c_n$  为涡团参数,  $c_n=0.375\kappa$ ;  $\kappa$  为卡门常数。利用

黄河一般挟沙水流及高含沙水流测验资料对上式进行验证,结果表明式(5-43)既适合一般挟沙水流,也适合高含沙水流。窦国仁从明渠紊流的脉动结构出发,得到了明渠水流垂线流速分布为

$$\frac{u}{u_*} = 2.5 \ln(1 + 0.2y') + 7.05 \left( \frac{0.2y'^2}{1 + 0.2y'} \right)^2 + 2.5 \left( \frac{0.2y'}{1 + 0.2y'} \right) - B_* \quad (5-44)$$

式中:  $y' = \frac{yu_*}{\nu}$ ;  $B_*$  为考虑壁面粗糙的函数。

冲积河流的床面形态既与水流条件、泥沙运动有关,又影响到水流的阻力,二者关系密切。冲积河流床面形态随水流条件变化分为:静平床、沙纹、沙垄、动平床及沙浪(或逆行沙垄)等几种。在沙波形态机理方面,第一种观点认为初生沙波的出现是水流紊动的直接结果。由于近底流速的脉动作用,在某一瞬间,近底出现较小流速处发生淤积,则在其下游出现最大负相关系数处发生冲刷,而在其更下游出现最大正相关系数处将发生淤积,这样使床面产生起伏不平的初生沙波。第二种观点认为初生沙波的出现可看成是由两种流体作相对运动时交界面的不稳定性造成的。对于具有可动河床的水流来说,如果雷诺数很大,床面泥沙运动达到相当程度,则河床表面可以看成具有一定流速和较大密度及粘滞性的流体;如果雷诺数相对较小,泥沙运动不很强,河床表面将保持一定厚度的粘滞底层,此时河床上出现初生沙波可用粘性底层的不稳定性来解释。第三种观点是将沙波的产生看成是水面波动现象的直接后果。由于某种原因水面出现了波动现象,由波动引起的附加流速,在波谷附近为正值,即顺流向,而在波峰附近为负值,即逆流向。将波动流速与水流流速叠加起来将造成床面流速沿程分布的不均匀性,从而引起河床的局部变化,使床面出现起伏不平的状态。根据水流条件,预估河床形态也是一个重要的研究课题。如 Shields 试验得到的切力与沙波的关系,法国夏都试验室对沙波—

沙垄的判别,亚林提出的沙垄—沙浪判别等。刘心宽进行的试验表明,河床形态的变化与沙粒雷诺数  $Re_s$  有关,泥沙起动后,流速略有增加,就可形成沙纹或沙垄。Englund 认为  $Re_s > 11.7$  时,沙纹就过渡到沙垄。中国长江下游观测结果表明,开始时,沙垄随水深增加而增大,至某一值后,随水深增加反而减小。

冲积河流阻力与一般明渠水流阻力不同,由许多部分组成,这些组成部分包括沙粒阻力、沙波阻力、河岸及滩面阻力、河槽形态阻力和人工建筑物的外加阻力等。表征水流阻力大小一般用糙率或阻力系数  $n$  表示,但其内涵是复杂的。对冲积河流来讲,阻力单元与水流泥沙条件有关,且其形成的内在机理不同,对泥沙运动作用也不同,须加以正确划分。在河床阻力分割方面,Einstein 提出了水力半径分割法,得到的综合阻力系数  $n$  公式为

$$n^{\frac{3}{2}} \chi = n_b^{\frac{3}{2}} \chi_b + n_w^{\frac{3}{2}} \chi_w \quad (5-45)$$

式中:  $\chi$ 、 $\chi_b$ 、 $\chi_w$  分别为全河床、河底及河岸湿周;  $n_b$ 、 $n_w$  分别为河底及河岸糙率。美国干提出了能坡分割法,即

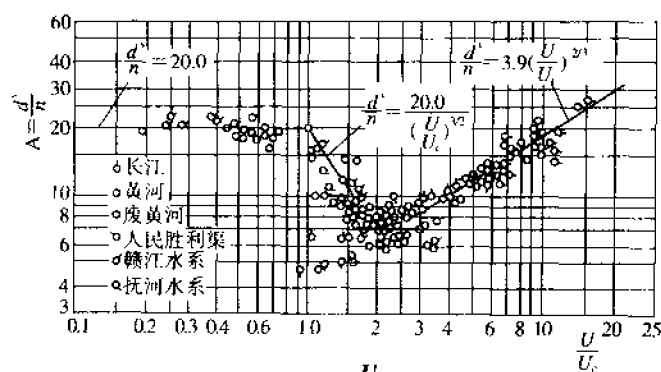
$$n^2 \chi = n_b^2 \chi_b + n_w^2 \chi_w \quad (5-46)$$

Englund 在 1960 年提出了阻力分析计算方法,1980 年又作了改进。实际问题中采用水流综合阻力,如钱宁—麦乔威得出的宽浅河道的综合阻力公式为

$$U = \frac{A}{d_{65}^{\frac{1}{6}}} R^{\frac{1}{3}} J^{\frac{1}{2}}, A = f\left(\frac{\gamma_s}{\gamma} \frac{d_{35}}{R'J}\right) = f\left(\frac{1}{\tau}\right) \quad (5-47)$$

式中:  $R'$  为对应于沙粒阻力的水力半径,  $d_{35}$ 、 $d_{65}$  分别为重量百分数为 35% 和 65% 的泥沙粒径;  $R$  为水力半径。李昌华和刘建民以相对流速  $U/U_c$  为参数,整理黄河、长江及赣江的河流资料,取  $A = d^y/n$ ,求得了  $A$  与  $U/U_c$  的关系(图 5-2)。图中,对于长江,取  $y = 1/6$ ; 对于黄河及赣江,取  $y = 1/5$ ;  $U_c$  按冈恰洛夫起动流速公式计算。

由图 5-2 可见,在相对流速小于 1 时,  $A$  为常数,对应于静平

图 5-2  $A \sim \frac{U}{U_*}$  关系图

床;相对流速在 1~2 之间,阻力增大,对应床面有沙波产生;当相对流速大于 2 时,阻力反而减小,对应于动平床。王士强认为冲积床面阻力系数随水流增强,具有由小到大的低能态、由大变小的过渡态及再由小变大的高能态三个规律不同的能态区域,建立了  $\theta_*$  随  $\theta'_*$  的变化关系。对于低能态及过渡态,有

$$\lg \frac{\theta_*}{\theta'_*} = k_1 x + k_2 x^2 + k_3 x^3 \quad (5-48)$$

式中:  $\theta_*$ 、 $\theta'_*$  是反映水流强度的参数;  $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$  为系数。在高能态区,采用如下阻力公式:

$$\begin{aligned} \theta_* &= 0.04(\theta'_*/0.04)^m & \theta_* &\leq 1 \\ \lg \theta_* &= m \left( \lg \frac{\theta'_*}{\theta_1} + \left( \lg \frac{\theta'_*}{\theta_1} \right)^m \right) & \theta_* &\geq 1 \end{aligned} \quad (5-49)$$

上述阻力计算公式与实际结果较为符合,可用于冲积河流床面阻力的预报。

悬移质浓度分布的研究已达半个世纪之久,由于紊流结构、边界条件以及颗粒性质的复杂性,这一问题尚未最后解决。当前,悬移质垂线浓度分布理论分为五种:即紊动扩散理论、能量理论、二相流理论、湍流猝发理论和随机理论。前四种理论属于确定性理

论范畴,随机理论则属于不确定性理论,但在一定条件下,其结果可用平均值来表达,其结论可与确定性理论相同。因此,确定性理论和不确定性理论的结合可能是解决挟沙水流问题的较好途径。

Rouse 在 20 世纪 30 年代初类比于分子扩散理论,令泥沙扩散系数与动量交换系数相同,导出了著名的悬移质泥沙浓度分布公式:

$$\frac{S}{S_a} = \left( \frac{H-y}{y} \frac{a}{H-a} \right)^z \quad (5-50)$$

式中:  $S_a$  是近床泥沙浓度;  $z$  为悬浮系数,  $z = \frac{\omega}{\kappa u_*}$ , 它反映了重力项与紊动项的比值。但 Rouse 公式在近水面的含沙量为零,在床面的含沙量为无穷大,这是 Rouse 公式的两个缺陷。为避免 Rouse 公式的缺点,许多学者对扩散理论进行了分析,对紊动扩散系数提出了改进办法。Lane-Kalinske 将紊动扩散系数取为常数,即  $\epsilon_y = \kappa u_* H/6$ ,  $\kappa$  为卡门常数,  $H$  为水深,  $u_*$  为摩阻流速,推导得悬沙分布公式为

$$S = S_a \exp\left(-\frac{6\omega(y-a)}{\kappa u_* H}\right) \quad (5-51)$$

式中:  $S_a$  为近床含沙浓度;  $H$  为水深;  $a$  为对应  $S_a$  处的床面高度。基于紊动扩散的悬沙分布还有张瑞瑾公式和卡拉乌舍夫公式等。

从能量平衡出发研究含沙量沿垂线分布的重力理论,最早由维利加诺夫提出。认为挟带悬移质的水流在运动过程中所消耗的能量除用于克服阻力外,还用于悬浮泥沙,提出了悬浮功的概念,得到含沙量沿垂线分布的公式为

$$\frac{S_\eta}{S_w} = \exp\left[ \frac{\kappa(\gamma_s - \gamma)\omega_s}{\gamma J u_*} \int_\eta^1 \frac{d\eta}{(1-\eta)\ln(1+\eta/a)} \right] \quad (5-52)$$

式中:  $S_w$  为  $\eta_a$  的临底含沙浓度;  $\eta$  为相对水深。上式不能直接求解,要采用数值积分法求解。

刘大有对描写混合物运动的单体模型、扩散模型和双流体模

型作了比较分析。他认为以 Fick 定律和扩散模型为基础发展起来的泥沙理论对某些河段,如顺直河道的大部分流场基本上正确。但是,Fick 定律是个经验性的物理定律,存在不完善之处,他从固液二相流方程和相间阻力本构关系出发,推导出了充分发展的明渠流动中泥沙浓度的垂线分布公式为

$$S = 0.368 \left( \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho_l} \right)^{-0.87} \left( S_a + \frac{\rho_l}{\rho_s - \rho_l} \right) \frac{S_a e^{1 + \frac{S_a}{S_a}}}{1 - S_a} \exp \left( -\omega \int_a^y \frac{dy}{\epsilon_y} \right) \quad (5-53)$$

式中: $\rho_s$ 、 $\rho_l$  分别为泥沙和水的密度; $\epsilon_y$  为泥沙扩散系数。上式包含了一个积分表达式,计算较为复杂。

曹志先认为,传统的悬移质泥沙扩散理论取  $\epsilon_y = \beta \epsilon_m$  缺乏严格的理论基础,参数  $\beta$  缺乏明确的物理意义。他把湍流猝发作为泥沙悬浮的直接原因,利用湍流猝发持续时间和猝发强度构建了明渠流悬沙湍流扩散模式,并以二相流模式为基础,导出了时间平均悬移质含沙量所满足的微分方程。

邵学军应用随机理论研究悬浮颗粒在随机力作用下的运动规律,通过均匀紊动试验研究了不同粒径和密度颗粒的紊动扩散,加深了对紊流中颗粒运动机理的认识。倪晋仁对上述理论进行了分析,认为在求解悬移质浓度分布时都能归化为扩散方程的简单形式,通过对掺混长度及紊流特性的研究,提出了泥沙浓度分布的统一模式为

$$\int_{c_a}^c \frac{dc}{c(1-c)^n} = \int_a^H \frac{\sqrt{2\pi} \frac{\omega_0}{u_*}}{y \left( 1 - \frac{y}{H} \right)^n} dy \quad (5-54)$$

式中: $n$  是反映水流特性对泥沙跳跃特性长度影响的一个参数,在很大程度上反映了挟沙水流中紊动尺度的变化情况。上式可称为悬沙浓度垂线分布的普遍性公式。随着  $n$  的变化可以由式 (5-54) 得到各种常见的悬沙分布公式。

水流挟沙力问题是河流动力学中要研究的一个关键问题,在进行水库和渠道的规划设计、河道整治及河床演变分析时,都需要确定水流的挟沙力。目前,无论从运动机理上,还是从实际计算方法上,这个问题的研究均尚未完善。

水流挟沙力是反映河床处于冲淤平衡状态下水流挟带泥沙能力的综合指标。目前的水流挟沙力研究采用两种方法:一是半理论方法,通过建立其物理模式,确定水流挟沙力;另一类为半经验方法,分析影响挟沙力的水力、泥沙因素,建立挟沙力公式。张瑞瑾从挟沙水流的能量平衡原理出发,认为悬移质有制紊作用,通过整理长江、黄河、若干水库及水槽的大量资料,得到适用于床沙质的水流挟沙力公式为

$$S_* = k \left( \frac{u_*^3}{gR\omega} \right)^m \quad (5-55)$$

式中: $S_*$  为泥沙挟沙力; $R$  为水力半径; $u$  为断面平均流速; $k, m$  为系数及指数。该公式结构简单,在实际问题中应用较广。Enlund、White、杨志达得到了全沙水流挟沙力。Einstein 用统计方法,导出了水流挟沙力公式为

$$g_{st} = e_{st} g_b (PI_{1t} + I_{2t}) \quad (5-56)$$

式中: $g_b$  为推移质输沙率; $I_{1t}, I_{2t}$  为积分参数; $P = 2.303 \times \lg \left( \frac{30.2h}{\Delta} \right)$ 。该式不仅适用于均匀沙,也适用于非均匀沙。韩其为采用统计分析方法,探讨了微冲微淤条件下挟沙能力级配、非均质沙的水流挟沙力及挟沙力级配,使挟沙力的计算更为合理。张红武从挟沙水流二维能耗图形出发,推导出水流挟沙力公式为

$$S_* = 2.5 \left[ \frac{0.0022 + S_v}{\kappa} \ln \left( \frac{h}{6D_{50}} \right) \right]^{0.62} \left( \frac{\gamma_m}{\gamma_s - \gamma_m} \frac{u_*^3}{gh\omega} \right)^{0.62} \quad (5-57)$$

式中: $S_v$  为体积含沙量; $\kappa$  为卡门常数; $D_{50}$  为中值粒径。该公式既

适用于低含沙水流,又适合于高含沙水流。王光谦等研究了冲泻质挟沙力,分析了冲泻质挟沙机理,丰富了挟沙力的概念。

泥沙的存在对水流紊动结构及紊动强度的影响是人们关注的另一个问题。在这一问题上,久已存在着泥沙增强紊动与减弱紊动的争论。对于粘土悬浮液紊动强度减弱这一点,似乎没有什么异议,但对于无粘性颗粒对紊动强度的影响,有两种完全不同的看法。Noller(1993), Tsuji 和 Morikawa(1982),王兴奎和钱宁(1983)等试验结果表明挟沙水流的紊动强度是减弱的,而且含沙量愈高,紊动强度愈小。王兆印和拉尔森的实验结果却表明挟带推移质的水流紊动强度是增大的,但时均流速是减小的。这方面的结果还不一致,需要更多的分析研究。

泥沙运动力学的主要理论和公式,都是在恒定均匀流条件下建立起来的,而在自然条件下,泥沙都是在非恒定水流中输送的。随着人们认识的深化和泥沙运动研究领域的拓宽,开展了非平衡输沙研究。窦国仁较早地提出了非平衡输沙理论,他在20世纪60年代发表的关于非平衡输沙的论文,详细分析了非平衡输沙的机理,并提出了初步的理论体系。韩其为后来进一步系统地研究了非平衡输沙问题,完善了概念和理论,并作为基础开发出泥沙数学模型。近年来,欧美学者也认识到研究非平衡输沙的重要性。Plate(1994)指出,现有泥沙运动公式计算结果与观测结果差别较大,主要原因可能就是用恒定流得出的泥沙公式来计算非恒定流的泥沙运动。例如,流量、流速大时床沙质就可能成为冲泻质,反之亦然,这使得泥沙运动规律在流量剧烈变化时有很大的不同。Griffiths 和 Sutherland(1977)研究了行波对推移质输沙率的影响,他们发现,在平衡状态下,非恒定流的输沙率与恒定流时相同。但是,Suszka(1987)分析了他们的资料,指出他们试验中水流的非恒定性太小,所以推移质输沙率显示不出差别。Graf 和 Suszka(1987)进一步试验发现,恒定流



和非恒定流条件下的推移质输沙率有明显的差别,这个差别依赖于水流非恒定流参数。宋天成研究了加速流和减速流时明渠流速分布、紊动强度分布及雷诺应力分布,这些成果为进一步研究非平衡输沙奠定了基础。王兆印等人进一步研究了非恒定非均匀流的泥沙运动和河床演变,发现河床变形对流量变化的响应有一定的迟滞,这种迟滞与床沙组成有关,据此提出了河床惯性的概念,床沙较粗的河床惯性较大,床沙的非均匀性越明显,其河床惯性越比均匀床沙为大。

目前有关河流泥沙的研究大部分还是采用平衡输沙的概念,这对于以推移质为主的少沙河流,还可近似采用,而对于多沙河流,河床调整速度慢,影响距离长,平衡输沙理论将产生较大误差,必须用非平衡输沙理论描述。关于非平衡泥沙扩散过程的理论研究,早在 20 世纪 60 年代,侯辉昌、张启舜就作了深入细致的分析工作,对冲刷过程中含沙量沿程恢复问题和淤积过程中含沙量沿程递减问题进行了很好的理论分析和解释,得出的结果至今都有指导意义。现阶段非平衡输沙计算中,恢复饱和系数的确定和床面泥沙与运动泥沙的交换机理等是研究的焦点,周建军、王士强等最近分别进行了研究。

挟沙水流是固液两相流,因此,面液两相流理论也是研究泥沙运动的基础。在现代固液两相流理论中,扩散型模型只是宏观连续介质理论的一种简单模型,更一般的是双流体模型。两相流中关于固液两相流的基本方程、作用力分析及其应力本构关系的理论成果,极大地促进了泥沙运动力学理论的发展。泥沙运动理论也表现出与固液两相流理论区别的特点,内容更丰富。悬移质、推移质、水流挟沙力和动床阻力等是一般两相流理论中没有的概念。这些概念是泥沙运动力学理论体系的基础,使得泥沙运动力学理论比固液两相流理论更为生动。

在环境泥沙运动研究中,中国泥沙专家对天然河流重金属污

染物的吸附和自净进行了静态概化模型试验,对不同泥沙运动方式和水流紊动对重金属污染物吸附的影响进行了初步研究,并对重金属迁移转化的数学模型进行了探讨。

### 第三节 河流泥沙数学模型

泥沙数学模型是研究泥沙问题的重要手段之一,它具有周期短、投资少的优势。在流域规划和工程建设的规划阶段被广泛使用。20世纪50年代初期,罗辛斯基、库兹明及哈里森已使用一维泥沙数学模型对大型水库的淤积和坝下游河道的冲淤变化进行长距离、长时段的河床变形计算,预测在河流上修建水库后对库区泥沙淤积和坝下游河道冲刷的影响。在二维数学模型方面,是从研究河口、海岸水流泥沙运动及坝区局部河段开始的。当时由于计算条件的限制,在基本方程和计算方法上不得不作较多的简化。中国在20世纪50年代后期,也已运用一维泥沙数学模型进行水库淤积及河流裁弯取直的河床变形计算。

随着计算机和计算技术的发展,现代河流泥沙数学模型在20世纪70年代以后发展起来了。这是因为:电子计算机运算速度快,信息存储量大,可使计算河段和计算时间划分得较细,从而大大提高了计算精度;可以根据实测资料对模型进行反复调试,正确地选择计算模式及参数,以保证计算结果与实际相符;有可能使用较复杂但精度较高的计算模式,扩大了数学模型的应用范围;可在短时段内算出众多方案,便于分析比较,从中选择最优方案。

一维泥沙数学模型一般用于长河段、长时段的河床变形计算。一维数学模型通常将所考虑的长河段划分为若干小河段,计算各断面的平均水力、泥沙因素以及上下两断面之间的平均冲淤厚度的时间变化。但是,由于挟沙水流与冲积河床的相互作用十分复杂,即使是一维问题至今还未完全解决。一维数学模型一般只能