

中国现代科学全书

CHINESE ENCYCLOPEADIC SERIES OF MODERN SCIENCES

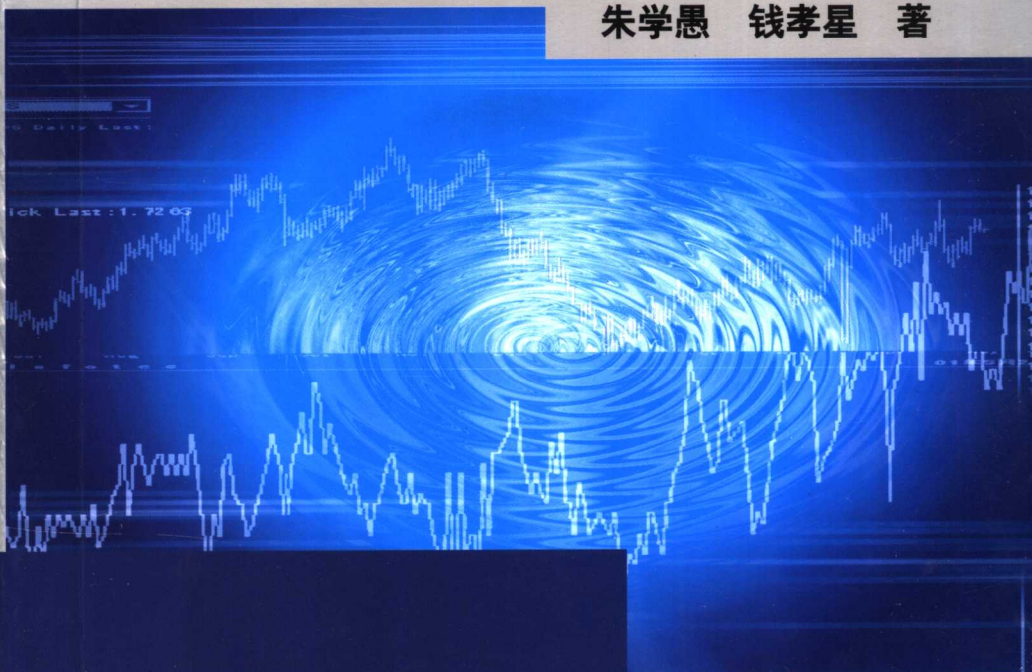
水文学

HYDROLOGY

地下水水文学

GROUNDWATER HYDROLOGY

朱学愚 钱孝星 著



中国环境科学出版社

中国现代科学全书·水文学

地下水水文学

朱学愚 钱孝星 著

中国环境科学出版社

· 北 京 ·

图书在版编目(CIP)数据

地下水水文学/朱学愚, 钱孝星著. —北京: 中国环境科学出版社, 2005. 8

(中国现代科学全书·水文学)

ISBN 7-80209-211-6

I. 地… II. ①朱… ②钱… III. 地下水水文学
IV. P641. 1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 097952 号

地下水水文学

朱学愚 钱孝星 著

出版发行 中国环境科学出版社

(100062 北京崇文区广渠门内大街 16 号)

网址: <http://www.cesp.cn>

电 话: 010-67113409

印 刷 唐山丰电印务有限公司印刷

经 销 各地新华书店

版 次 2005 年 7 月第一版

印 次 2005 年 8 月第一次印刷

印 数 1—2500

开 本 850 × 1168 1/32

印 张 16.75

字 数 434 千字

定 价 50.00 元

【版权所有, 请勿翻印、转载, 违者必究】

中国现代科学全书总编辑委员会

名誉主编	胡 绳	钱伟长	吴阶平	周光召
	季羨林	王大珩	郑必坚	
主 编	姜士林	郭德宏	刘 政	程湘清
	卞晋平	王洛林	许智宏	白春礼
	卢良恕	徐 诚	王洪峻	明立志

水文学编辑委员会

主 编	刘新仁	陈吉余		
编委委员	(按姓氏笔画为序)			
	王金奎	朱元生	朱学愚	朱慧芳
	刘新仁	林传真	陈吉余	陈家琦
	宋德敦	芮孝芳	杨针娘	钱孝星
	濮培民			

作者简介

朱学愚,男,浙江省临海市人,1936年1月20日生,现为南京大学地球科学系教授,博士研究生导师。长期以来从事地下水领域的教学和科研工作。在地下水动力学、地下水模型、地下水污染、地下水资源评价和管理、水文地质边界单元法等领域作出了贡献。独立培养了博士生10名,硕士生15名,作为第一负责人获得国家教委(教育部)科技进步奖二等奖3项,三等奖1项,及其它省、部级科技奖励。享受政府特殊津贴。代表著作有:《地下水动力学》(地质出版社,1979),《地下水资源评价》(南京大学出版社,1987),《地下水运移模型》(中国建筑工业出版社,1990)。在国内外发表学术论文100多篇。通讯地址:南京市汉口路22号南京大学地球科学系(210093)。电话:025-83593830, e-mail: gxyz@nju.edu.cn.

钱孝星,女,浙江省宁波市人,1934年11月20日生。1993年起任河海大学土木工程学院教授。长期从事“水文地质学”和“地下水动力学”的教学和科研工作,培养过十多名研究生。1995年获水利部优秀教师称号。曾3次获得省、部级科技进步二等奖,2次三等奖享受政府特殊津贴。主编有大学教材《水文地质计算》(水利电力出版社,1993年)及其他学术著作3本,发表学术论文数十篇。

前 言

水是生命的源泉。无论是人民生活、工业生产和农业生产都离不开水。我国是水资源不丰富的国家,人均水资源占有量只有全世界平均数的四分之一左右,因此水成为我国可持续发展的一个制约因素。

一提到水,人们自然地想到河水、湖水、海水。实际上地下水的重要性一点也不亚于地面水。我国由于季风气候,北方的雨季在7、8两月,而夏季比较干旱,往往河流断流、湖泊干涸。如不建设工程,地面水难以用作供水。而地下水具有较大的调蓄能力,没有这个问题。和地面水相比,地下水还不易受污染。所以在我国北方,广泛地利用地下水作为供水水源。因此,地下水水文学在水文科学当中具有相当的重要性。

作者在著书时有如下考虑:

(1)力求全面系统地介绍地下水水文学的学科内容。地下水水文学具有相当丰富的内容。其中每一个专题,如:地下水模型,地下水污染,地下水资源等都可以而且已经出版了一本或几本专著。本书力求对地下水水文学做全面的、简要的、系统的论述,包括地下水水文学的各项主要的内容。而篇幅又不宜过大。使读者能了解地下水水文学的全貌。

(2)力求反映国内外的新的研究成果。本书除介绍基本概念以外,对于20世纪80年代和90年代地下水研究中的热点问题,如各种地下水的数值模型,特别是模拟溶质运移的特征有限元法;地下水资源,尤其是地下水资源管理模型;地下水中无机和有机污

染物的特性,地下水污染的现场修复技术;地下水中的同位素;开采地下水引起的环境问题等都作了较多的介绍。对于地下水水文学的历史发展,我国古代对地下水的认识和发展,以及 21 世纪的学科展望,也作了专门的论述。

(3)本书的读者对象是具有大学以上程度的科技人员和工程师。故写法上和大学教科书有所差别。在介绍一些基本原理时,作一定的解释,但也不详细介绍来龙去脉,以便节省篇幅。

(4)本书没有涉及随机地下水水文学。

本书的分工如下:第一章,第六、七、八、九、十、十一章由南京大学朱学愚教授撰写。第二、三、四、五章由河海大学钱孝星教授撰写。全书由钱孝星先统稿一次,最后由朱学愚统一全书并定稿。全部图件由周念清博士用计算机制作。图版由刘建立博士制作。钱家忠博士、吴剑峰博士、郭飞博士和李根义硕士在本书成稿过程中做了大量工作,进行了全书的计算机排版。作者对他们的辛勤劳动表示感谢。

作 者

2000 年 9 月 1 日

内容简介

本书是一本系统论述地下水水文学的专著。全面介绍地下水水文学的研究内容、理论体系和工作方法。全书供分为十一章。其中前六章主要介绍地下水的基本概念,包括含水层、地下水的基本类型、地下水的化学成分和同位素、地下水运动、地下水中的溶质运移等。第七章到第十章介绍近二三十年来地下水水文学的热点问题,如地下水模拟、地下水资源、地下水污染以及与地下水有关的环境和生态问题。第十一章介绍地下水的历史发展和今后展望。本书可作为从事水文、水资源、水文地质、地质工程、环境科学的教学、科研、工程等领域的专业人员参考。也可作为研究生的教学用书。

目 录

第一章 绪 言	(1)
第一节 地下水的国民经济意义	(1)
第二节 地下水水文学概述	(3)
第二章 地下水的循环和储存	(6)
第一节 水文循环中的地下水	(6)
第二节 地下水的储存形式	(9)
第三节 含水层	(23)
第三章 地下水的基本类型及特征	(25)
第一节 包气带和饱水带	(25)
第二节 地下水分类	(26)
第三节 包气带水、潜水和承压水	(27)
第四节 孔隙水、裂隙水和岩溶水	(41)
第五节 滨海及海岛中的地下水	(60)
第六节 区域地下水流的概念	(63)
第七节 泉	(68)
第四章 地下水的补给、排泄和动态	(70)
第一节 地下水的补给	(70)
第二节 地下水的排泄	(81)

第三节	地下水的动态	(87)
第五章	地下水中的化学成分和同位素	(97)
第一节	地下水中的主要化学成分	(97)
第二节	地下水的化学成分的形成作用	(101)
第三节	地下水化学分析资料的整理和分类图示	(105)
第四节	地下水中的环境同位素	(111)
第六章	地下水运动和水中的溶质运移	(119)
第一节	地下水运动和溶质运移的基本规律	(119)
第二节	地下水运动和溶质运移的数学模型	(130)
第三节	地下水的稳定井流	(151)
第四节	地下水的非稳定井流	(160)
第五节	溶质运移问题的简单解析解	(175)
第七章	地下水模拟	(184)
第一节	地下水物理模拟简介	(184)
第二节	地下水数学模拟概述	(205)
第三节	有限差分法	(206)
第四节	有限单元法	(228)
第五节	混合的欧拉-拉格朗日方法	(263)
第六节	边界单元法	(289)
第七节	有限分析法	(311)
第八章	地下水资源	(324)
第一节	地下水资源的概念	(324)
第二节	地下水资源评价	(330)
第三节	地下水资源的开发利用	(340)

第四节 地下水资源的管理	(352)
第九章 地下水污染	(380)
第一节 污染源和污染途径	(380)
第二节 污染物运移的阻滞及衰减作用	(384)
第三节 地下水中的无机污染物	(396)
第四节 地下水中的有机污染物	(408)
第五节 多相流污染	(426)
第六节 地下水污染的修复	(439)
第十章 开发地下水引起的环境和生态问题	(454)
第一节 地下水资源的枯竭	(454)
第二节 地面沉降的形成	(456)
第三节 地裂缝和地面塌陷	(472)
第四节 海水入侵	(478)
第五节 生态变化	(487)
第十一章 地下水水文学的历史发展和 21 世纪的展望	(489)
第一节 中国古代关于地下水的理论和实践	(489)
第二节 19 世纪地下水水文学的理论准备	(492)
第三节 20 世纪地下水水文学的创立和发展	(493)
第四节 21 世纪地下水水文学的展望	(499)
附图	(501)
主要参考文献	(509)

第一章 绪 言

第一节 地下水的国民经济意义

水是人们赖以生存和从事生产不可缺少的宝贵资源。地下水是水的一种重要类型,顾名思义,地下水是存在于地底下的水。地球上淡水的总储量为 $35029.2 \times 10^{12} \text{ m}^3$, 其中地下水为 $10530 \times 10^{12} \text{ m}^3$, 约占淡水总量的 30%。而河川水的储量为 $2.1 \times 10^{12} \text{ m}^3$, 仅占地球上淡水储量的 0.006%。但河川水的更新周期短, 仅 16 天, 一年中可以多次重复利用, 可利用的水资源反而多于地下水。而地下水的更新期高达 1400 年, 重复利用较困难。由于地下水的上述特点, 使得它的调节性能好。而且由于它深埋于地下, 不易受污染, 因而水质较好。在河流、湖泊被大量污染的今天, 地下水成为重要的供水水源, 尤其是生活供水的水源。美国地下水在生活供水中所占的比例已超过 50%, 而在欧洲则已超过 75%。我国由于季风气候, 全年的降水一半以上集中在 6~8 月。尤其在北方, 春夏季节往往干旱无雨, 河流断流, 而生活供水是一天都不能中断的, 因此许多城镇的供水, 甚至部分灌溉用水也都依靠地下水。在我国的西北地区, 属于干旱区, 降水量很少, 地表水也很少。地下水成为主要的、有时成为唯一的可用水源。因此, 地下水资源已成为我国北方尤其是西北地区可持续发展的一项重要制约因素。

地下水由于储量大, 更新期长, 地下水的枯竭是逐渐的过程。不像河流断流和水库、湖泊干涸那样一眼就能看出。如果一旦地下水发生枯竭, 则复原也要相当多年, 不像河流断流第二年雨季就能恢复。而地下水的污染修复更要困难。

一旦地下水过量开采,不仅会造成枯竭,也会引发一些环境问题。如:(1)引发地面沉降。我国的天津、上海的地面沉降都已超过2m,河北沧州、山西太原、陕西西安、江苏苏州、无锡、常州都已超过1m。地面沉降可能对水利工程、交通工程、建筑工程和给排水工程等造成很大的经济损失。(2)引起海水入侵。在大连市和烟台市的沿海市县,有些地方由于过量开采滨海含水层中的地下水,造成海水逐年向内陆推进。原来地下淡水区变成了咸水,造成居民生活供水困难。咸水灌溉造成农作物枯死。(3)造成地面塌陷和地裂缝。在一些隐伏岩溶区,由于过量开采地下水引起地面塌陷。在南方的一些岩溶矿山周围,由于矿山排水造成周围的地面塌陷。在一些城市地区,如杭州、徐州、泰安等,也有由于开采地下水而造成的地面塌陷,使得建筑物破坏。而在一些第四系地层地区,产生了地裂缝。以西安市的地裂缝最为典型,共发现10条,长度达数公里,最长的超过10公里。造成裂缝通过处建筑物的大量破坏。城市地区的地面塌陷和地裂缝造成了很大的经济损失。

因此,合理地开发和保护地下水资源,对于地区的可持续发展具有重要的意义。

地下水水文学就是一门研究地下水的学科。它在阐明基本原理的基础上,研究如何合理开发和保护地下水,并防止由于开发地下水引起的环境恶化和灾害。本书将对地下水水文学进行系统的、简要的介绍。

第二节 地下水水文学概述

一、地下水水文学的研究对象和研究方法

水文科学是研究地球上水的起源、存在、分布、循环、运动等变化规律并运用这些规律为人类服务的科学。简单地说,水文学是研究地球上水体状况的科学。水体是以一定形态存在于自然界中的水的总称。如大气中的水汽;地球表面的江、河、湖、海、沼泽、冰川等中的水;地面以下的地下水等。

地下水水文学是研究地下水的形成、运动、循环、水情和地下水资源的学科。它的研究对象是地下水。所谓地下水是指存在于地面以下岩土的空隙、裂隙和洞穴中的水。地下水也参加地球上的水循环,是水循环的一个环节。

地下水水文学的研究方法和途径主要有两方面:(1)数学物理途径。根据地下水的水情(如水位、水量、流速、水中污染物的浓度等)和影响因素之间的物理联系,利用质量守恒、动量守恒、水量平衡等原理,建立它们之间的定量关系,这种关系一般用微分方程或积分方程表示。然后在一定的初始条件和边界条件下求解这些方程,即可得到我们所要求解决的地下水问题的解答。(2)概率统计的途径。根据大量的实测资料,用概率统计原理研究地下水各种水文要素的统计规律,用以进行地下水的计算和预测。

主要应用的技术手段有:(1)调查、钻探、地球物理勘探和遥感技术。主要用于查明含水层的空间分布、埋藏条件和含水层的性质等等。(2)各种观测和试验技术。包括井、泉的水位、流量、水温和化学成分의长期观测,各种野外试验,如抽水试验、压水试验、示踪试验、弥散试验等。主要用来求得含水层和地下水的各种参数。(3)各种地下水模拟技术。包括数学模拟和物理模拟。20世

纪 70 年代以前,物理模拟用得较多。包括电模拟、沙槽模拟、黏性流模拟等等。20 世纪 70 年代以后,随着计算机技术的发展,大部分物理模拟被数学模拟所代替。现在除砂槽模拟和土柱模拟仍然常用以外,其他类型的物理模拟已较少使用。地下水模拟的目的在于求得各种复杂地下水问题的解答。模拟方法的广泛应用,是地下水水文学的一个重要进展。(4)同位素技术。利用稳定同位素和放射性同位素,可研究地下水的起源、年龄和运动等。

二、地下水水文学和相邻学科的关系

和地下水水文学最接近的学科是水文地质学。地下水水文学和水文地质学的研究对象都是地下水。两者的研究对象相同,仅仅是研究的侧重点稍有差异。地下水水文学把地下水当作水文循环的一个环节,侧重于运用水文循环和水量平衡的原理来研究地下水。水文地质学把地下水当作自然界的一个地质体,侧重于用地质学的方法来研究地下水,即侧重于自然历史和地质环境的影响。两者之间没有截然的区别,只是研究的侧重点稍有不同。有些内容是互相交叉重叠的。

因为地下水是存在于地下的岩土中,地下水的埋藏和分布与各种地质体关系密切,寻找地下水时必须研究当地的地质环境和地质历史,并且应用一些地质勘察的工作方法。因此地下水水文学和地质学及其分支学科如构造地质学、地层学、岩石学、第四纪地质学、同位素地质学等的关系密切。

地下水水文学的一个重要的研究内容是进行地下水资源评价和水位、水质的预测。这就要用到各种的数学方法,如数学物理方法、数理统计方法等。因此和数学物理方程、概率论及数理统计和偏微分方程的数值解等学科关系密切。在计算中广泛应用了计算机,因此和计算机科学的关系也非常密切。

近年来,地下水污染的评价和预测已成为地下水水文学的主

要内容,使得化学学科和地下水水文学的关系日益密切。地下水中污染物的化学性质,化学污染物在地下水环境中的状态和变化,要求地下水水文学家了解无机化学、有机化学、分析化学、胶体化学方面的知识。近年来,微生物降解是治理地下水有机污染尤其是石油污染的有效方法。有些微生物学家从事地下水有机污染的治理和修复,密切了地下水水文学和微生物学的联系。

物理学的原理渗透到地下水水文学的许多领域。如水文学中的一个基本原理——水量平衡,就是质量守恒原理在水科学领域的具体化,地下水运动的基本微分方程就是据此导出的。地下水中溶质运移的基本微分方程——对流弥散方程,也是根据质量守恒定理导出的。因此物理学不仅与地下水水文学关系密切,而且它是地下水水文学的基础学科之一。

第二章 地下水的循环和储存

第一节 水文循环中的地下水

地球上的水可以分为三部分,即大气水,地表水和地下水。它们各自分布在大气圈和水圈中。这些水在太阳辐射能量的作用下,处于连续不断地运动中,并且不断地循环,交替着。地球上绝大部分水储存在海洋中,海水在太阳辐射热的作用下,蒸发成水汽进入大气圈。海洋上空大气中的水汽被风吹向大陆,冷凝成云,通过降水降落在大陆表面。降落的水,一部分被蒸发重新返回大气中,一部分沿地形坡度从高处向低处流动,汇入江河,称为地表径流。另一部分渗入地下,变成地下水。地下水也处于不停的运动中,由水头高处向水头低处运动,称为地下径流。地表径流和地下

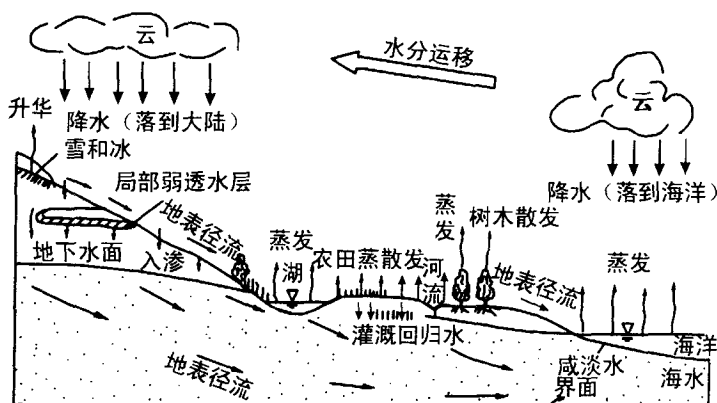


图 2-1 地球上水循环示意图(根据 J. Bear)

径流最后都汇入海洋,这种从海洋出发最后又回到海洋,周而复始的水分运动称为水循环或水文循环,见图 2-1。

水文循环可分为大循环和小循环。自海洋表面蒸发的水气呈液态或固态在陆地表面降落,最后又以地表和地下径流的形式再回到海洋,这种循环称为大循环。当水从海洋表面蒸发,复又降落到海洋表面或水从陆地上的湖泊、河流、植物叶面和地下蒸发的水分又复在陆地降落,也属于完成一次循环,这种循环称为小循环。无论是大循环或小循环,都是使大气水、地表水和地下水发生联系的主要原因。

地表径流和地下径流是水循环的重要环节,两者联系密切,并且在水循环过程中相互转化。

当河、湖等地表水体的水位高于地下水位,并且河湖地表水体的底部和两侧由透水岩层组成时,将发生地表水向地下的渗漏,转变成地下水。当利用渠道引水库或湖泊中的水灌溉时,渠道渗漏也使地表水变成地下水。此时地表水就成为地下水的补给来源。地下水在流动过程中,有一部分直接流回海洋,但大多数都是排向河流等地表水体或直接露出地表成泉,这样地下水转变成为地表水构成江河的基流。

因为地球上的水处于不断的运动中,原来存在于某一水体中的水不断排出,新的水不断地进入水体。可以用下式大致估算出各类水的更新期。所谓更新期,就是如果补给停止,各类水从水体中排干所需要的时间。可按下式计算

$$t_d = \frac{V(t)}{Q(t)} \quad (2-1)$$

式中 t_d —— 水的更新期;

$V(t)$ —— 某一时刻 t 水体中储存的水量;

$Q(t)$ —— 单位时间内从水体中输出的水量,或单位时间内输入水体的水量,从长时期平均来看,输入等

于输出。

例如:大气水的储量为 $12.9 \times 10^{12} \text{ m}^3$, 全球从水面和地面平均每年有 $577 \times 10^{12} \text{ m}^3$ 的水气蒸发到大气中, 因此大气水的平均更新期为

$$\frac{12.9}{577/365} = 8 \text{ 天}$$

又如河网水的储量为 $2.1 \times 10^{12} \text{ m}^3$, 全球江河的年径流量平均约 $46.8 \times 10^{12} \text{ m}^3$, 平均更新期为

$$\frac{2.1}{46.8/365} = 16 \text{ 天}$$

不同的河流水的更新期各不相同, 一般为几个小时到几周, 如果流域中有大湖, 则可能为几个月或几年。

地下水的平均更新期为 1400 年。各类含水层中地下水的更新期和含水层的规模大小以及水循环的快慢有关, 可以为数十年, 数百年或数千年, 由此可见, 地下水的循环速度比地表水要慢得多, 更新期比地表水要长得多。见表 2-1。

表 2-1 地球上各类水的更新期

类 别	更新期	类 别	更新期
海洋	2500 年	湖泊水	17 年
深层地下水	1400 年	沼泽水	5 年
极地冰川及多年积雪	9700 年	土壤水	1 年
多年冻土层底冰	10000 年	河网水	16 天
山地冰川	1600 年	大气水	8 天

(根据联合国水会议文件汇编, 1978)

第二节 地下水的储存形式

一、岩土中的空隙

地下水赋存在岩土空隙中并在其中运动。岩土空隙一般可分为孔隙、裂隙和溶穴。见图 2-2。

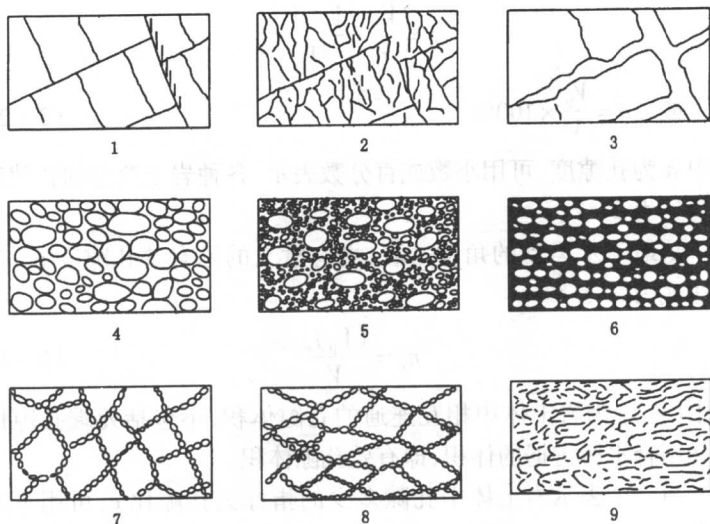


图 2-2 岩石孔隙的型式(根据 A. M. ОВЧИННИКОВ)

1——沿各种结构的孔隙及裂隙渗水的块状岩石;2——因风化而使孔隙度增大的块状岩石;3——因受溶蚀而带有较大空洞之洞穴状岩石;4——具有颗粒分选较好的和较高孔隙度的疏松砂质岩石;5——由于颗粒不均匀及不良的分选而孔隙度较小的疏松砂质岩石;6——由于胶结或过度胶结而孔隙度较小的砂质岩石;7——具有显微孔隙的黄土质岩石;8——具有凝结微粒的微孔隙性的黏土质岩石;9——因压缩而孔隙度较小的岩石。7、8、9 这三种岩石是放大尺度表示出来的。

松散岩土是由大小不等的颗粒组成,在颗粒或颗粒的集合体之间普遍存在空隙,空隙相互连通,呈小孔状,称为孔隙。

衡量岩土体内孔隙多少的重要指标是孔隙度。孔隙度指某一岩土体中的孔隙体积 V_p 和岩土总体积 V (包括孔隙体积 V_p 和固体骨架体积 V_s) 之比。因为

$$V = V_s + V_p$$

有

$$n = \frac{V_p}{V} = \frac{V - V_s}{V}$$

$$\text{或 } n = \frac{V_p}{V} \times 100\% \quad (2-2)$$

式中 n 为孔隙度,可用小数或百分数表示,各种岩土典型的孔隙度的值见表 2-2。

从地下水运动的角度来看,更有意义的是有效孔隙度 n_e ,其表达式为

$$n_e = \frac{(V_p)_e}{V} \quad (2-3)$$

式中 $(V_p)_e$ 为岩土体中相互连通的孔隙体积,不包括死端孔隙体积和结合水所占据的体积,即有效孔隙体积。

另一个表示岩土体中孔隙多少的指标为孔隙比 e ,可用下式定义

$$e = \frac{V_p}{V_s} = \frac{n}{1-n} \quad (2-4)$$

则

$$n = \frac{e}{1+e} \quad (2-5)$$

式中 e 为孔隙比。

表 2-2 典型的孔隙度数值表

岩石名称	孔隙度(%)
粗的有充填的砾石	28
粗 砂	39
淤 泥	46
黏 土	42
细砂岩	33
石灰岩	30
砂丘砂	45
黄 土	49
凝灰岩	41
玄武岩	17
风化的花岗岩	45

(根据 Robert Bowen.)

一般情况涉及水的储容与流动时,常采用孔隙度。涉及变形时采用孔隙比。

影响孔隙度大小的主要因素有分选程度,颗粒排列情况,颗粒形状和胶结充填情况等。

例如当某一岩体颗粒均为大小相等的圆球时,若为立方体排列时其孔隙度为 47.64%;为四面体排列时,其孔隙度为 25.95%。上述两种理论上最大与最小的孔隙度的平均值为 37% 左右,自然界中松散岩土孔隙度大致在此范围内。孔隙度的大小和粒径无关,粒径不同的等粒岩土,排列方式相同时,孔隙度完全相同。

如果一种等粒砾石的孔隙度 $n_1 = 40\%$,另一种等粒的极细砂的孔隙度 $n_2 = 40\%$,将该极细砂完全充填于砾石孔隙中,此时混

合沙砾的孔隙度 $n = n_1 \times n_2 = 16\%$ 。可见分选程度对孔隙度影响很大,分选程度愈差,颗粒大小愈不相等,孔隙度就愈小。

当岩土颗粒的形状愈不规则,棱角愈明显,排列就愈松散,孔隙度也愈大。

松散岩土受到不同程度胶结时,由于胶结物质的充填,孔隙度有所降低。见图 2-2。

黏土表面带有电荷,颗粒彼此接触时构成颗粒集合体,形成结构孔隙,因此黏土的孔隙度可以超过理论上的最大孔隙度值。

孔隙大小对水的运动影响很大,影响孔隙大小的主要因素是颗粒大小。颗粒愈大孔隙愈大,反之亦然。对分选不好,颗粒大小悬殊的松散岩土而言,孔隙大小并不取决于颗粒的平均直径,而主要取决于细小颗粒的直径。因为细小颗粒把粗大颗粒的孔隙充填了。此外,孔隙大小还与颗粒排列方式、颗粒形状以及胶结程度有关。

固结的坚硬岩石,一般不存在或只保留一部分颗粒之间的孔隙而主要发育各种成因的裂隙。岩石中的裂隙按成因可分为成岩裂隙、构造裂隙与风化裂隙。

成岩裂隙是岩石在成岩过程中由于冷凝收缩(岩浆岩)或固结干缩(沉积岩)而产生的。成岩裂隙在岩浆岩中较为发育,如玄武岩中的柱状节理。沉积岩的层面裂隙也是成岩裂隙。

构造裂隙是岩石在构造运动过程中受力产生的。各种构造节理,断层都是构造裂隙。

风化裂隙是在风化营力作用下,岩石遭受破坏而产生的裂隙。这类裂隙主要分布于地表附近。

裂隙的多少用裂隙率表示。裂隙率(f_r)是裂隙体积(V_f)与包括裂隙在内的岩石总体积(V)的比值。其表达式为

$$f_r = \frac{V_f}{V} \quad (2-6)$$

或

$$f_r = \frac{V_f}{V} \times 100\% \quad (2-7)$$

在野外测定时,应注意测量裂隙的方向、宽度、延伸长度、充填情况等。因为这些因素对水的运动有影响。

可溶性岩石,如石灰岩,白云岩等,在地下水溶蚀作用下产生的空洞,这种空隙称溶穴。溶穴的多少用岩溶率 k_r 表示,即溶穴的体积(V_k)与包括溶穴在内的岩石总体积(V)的比值,其表达式为

$$k_r = \frac{V_k}{V} \quad (2-8)$$

或

$$k_r = \frac{V_k}{V} \times 100\% \quad (2-9)$$

岩溶发育极不均匀,大小不等,大的溶洞的宽度和高度可达数十米乃至上百米,长达数十公里或更多;小的溶孔直径仅1到2毫米。在相距不远处岩溶率相差很大。因此要弄清成因,才有利于分析地下水贮存及运动条件。

二、岩土空隙中的水的存在形式

贮存在岩土空隙中的水按其物理力学性质的不同,一般可分为气态水、吸着水、薄膜水、毛细管水、重力水与固态水等主要形式。

(一)气态水

气态水指呈水气状态赋存和运动于未被饱和的岩土空隙中的水。它可以随着空气的流动而运动,即使空气不运动时,气态水本身也可以由水气压力较高的地方向水气压力较低的地方移动;由温度较高处向温度较低处运动,因此它具有很大的活动性。气态水很容易被吸附在岩石颗粒表面,形成结合水。

(二)结合水(吸着水和薄膜水)

结合水可分为强结合水(吸着水)和弱结合水(薄膜水)。见图 2-3。

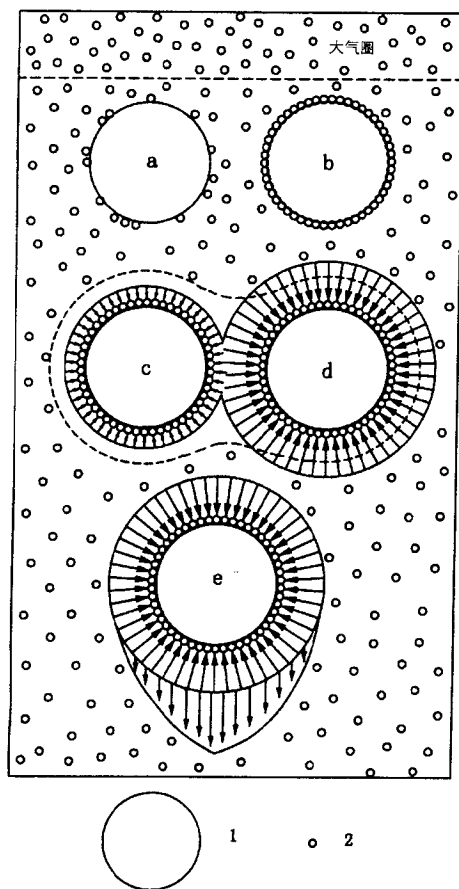


图 2-3 水在土壤中的各种状态示意图(根据 А. Ф. Лебедев)

1——土壤微粒;2——水分子;a——气态的水分子;b——最大吸着量;
c 和 d——带有薄膜水的土壤微粒;水正由 d 向薄膜较薄的 c 移动;e——水的土壤微粒

1. 吸着水:指由分子引力和静电引力紧密地吸附在岩石颗粒表面的水,也称强结合水。这种水是处在非常强大的压力下(通常相当于几千至一万个大气压力),因此它的许多性质起了变化。例如吸着水形成时,要放出湿润热,它的密度大于1,在 -78°C 时不结冻,无导电性和不能溶解盐分,不受重力作用,不传递静水压力。吸着水在一般情况下不能运动,只有当土壤极为干燥或在 $105-110^{\circ}\text{C}$ 的高温下,加热数小时后,使它变成气态水时才能移动。因此它是植物生理上不能利用的水。

吸着水的数量和空气湿度有关。在完全干燥的空气中,吸着水等于零,在湿度饱和的空气中,吸着水达到最大量。此时表明土粒不能再由空气中吸取水分,但它还有力量从液态水中吸取水分子,增厚水膜。这种在吸着水层以外的液态水膜即为弱结合水或薄膜水。

2. 薄膜水:指包围在吸着水外面的结合水。这种水的形成是由于颗粒吸引水分子到达最大吸着含水量以后,虽然消耗了颗粒大部分的分子引力,但是分子引力并没有完全消失,因此当液体水分子和含有最大吸着含水量的颗粒接触时,剩余的分子引力将继续吸附水分子形成薄膜水。显然当水分子距离颗粒表面愈远时,静电引力场的强度愈小,而分子引力愈小,水分子的自由活动能力增大。因此,水分子在颗粒表面上的排列就比较疏松,不整齐,仅有轻微的定向。因此薄膜水并不受重力作用的影响,又因它未充满整个空隙,所以也不能传递静水压力,但薄膜水可以在分子力的作用下,由薄膜较厚的地方向薄膜较薄的地方运动。

当薄膜水达到最大厚度时的土壤含水量,称为最大薄膜含水量。此时表明土粒对水分子的引力已基本消失,多余的水分子在重力和毛细管力的作用下运动,形成了毛细管水和重力水。

(三) 毛细管水(简称毛管水)

毛管水是受毛细管力支配存在于毛细管孔隙中的水分。毛管

水根据它的形成和存在的形式,可以分成以下三类:

1. 毛管上升水:是指一种赋存在饱水带地下水水面以上的岩土毛细管孔隙中的水,并且与饱水带的地下水直接相连,当地下水面上升或下降时,毛管水的位置相应变动。毛管水的这一特点在农业生产上有重要意义。各种松散岩土的毛管上升高度见表 2-3。赋存毛管上升水的地带称为毛管边缘带。

表 2-3 松散岩土毛细管上升高度

岩石名称	颗粒尺度(mm)	毛细管上升高度(cm)
细砂砾岩	2~5	2.5
极粗砂	1~2	0.65
粗 砂	0.5~1	13.5
中 砂	0.2~0.5	24.6
细 砂	0.1~0.2	42.8
淤 泥	0.05~0.1	105.5

注:用几乎相同的孔隙度(40%)的样品,全部测定于 72 天完成
据(Robert Bowen)

2. 悬挂毛管水:是指一种赋存在包气带的岩土中的毛细管中,并与饱水带的地下水没有水力联系,呈“悬挂”状态,故称悬挂毛管水。

3. 孔角水:是指赋存在岩土毛细管和岩土颗粒接触处的许多孔角狭窄的地方,呈个别的点滴状态,与孔壁形成弯液面,结合紧密,很难移动。

(四)重力水

赋存在岩土中在重力作用下自由运动的水。

当降水或其它水体的水渗入到岩土的孔隙中并达到饱和状

态,渗入的水在重力作用下作自上向下的垂直运动,称为渗入的重力水。

饱水带地下水因重力作用自高处向低处运动,并传递静水压力,这时的重力水称地下径流。通常见到的井水、泉水都是重力水。

(五) 固态水

以固体冰的形式存在于岩土空隙中的水称为固态水。当岩土温度低于 0°C 时,岩土空隙中的重力水便冻结成固态水。一般分布于多年冻结区或季节冻结区。

三、岩土的水理性质

(一) 容水度

指岩土能够容纳一定水量的性能。在数量上,可用岩土中所能容纳的水的体积 V_w 和岩土总体积 V 之比(用小数或百分数)表示。

显然,当岩土中的空隙全部被水饱和时,水的体积即等于岩土的空隙的体积。此时容水度在数量上与岩土的孔隙度相当。但也有例外。例如具有膨胀性的黏土其饱水后体积增大,这时的容水度大于孔隙度。

(二) 含水量和含水率

松散岩土孔隙中所含水的重量(G_w)与干燥岩土重量(G_s)的比值,称为重量含水量(w_g),简称含水量,其表达式为:

$$w_g = \frac{G_w}{G_s} \times 100\% \quad (2-10)$$

松散岩土孔隙中所含水的体积(V_w)与包括孔隙在内的岩土总体积(V)的比值,称为体积含水量(w_v),也称含水率(θ),即:

$$\theta = w_v = \frac{V_w}{V} \times 100\% \quad (2-11)$$

当水的比重为1,岩土的干容重(单位体积干土的重量)为 γ_s 时,重量含水量与体积含水量的关系为:

$$w_v = w_g \cdot \gamma_a \quad (2-12)$$

(三) 持水度

指重力释水后,岩土能够保持一定水量的性能。在数量上可用重力作用下,岩土能够保持的水的体积与岩土总体积之比表示。可用小数或百分数。其表达式为

$$w_m = \frac{V_m}{V} \text{ 或 } w_m = \frac{V_m}{V} \times 100\% \quad (2-13)$$

式中 w_m ——岩土的持水度,小数或百分数;

V_m ——重力作用下岩土能保持的水的体积。

前已述及,存在于岩土空隙中的结合水(包括吸着水和薄膜水)是不受重力作用影响的。当用岩土能够保持的最大结合水的体积或重量和岩土总体积或重量之比来表示时,则称最大分子持水度。其大小取决于颗粒大小。颗粒越小,其表面积越大,表面吸附的结合水越多,持水度也越大。松散岩土最大分子持水度数值见表2-4。

表 2-4 松散岩土持水度数值表

岩土名称	粗砂	中砂	细砂	极细砂	亚黏土	黏土
颗粒大小 (mm)	2~0.5	0.5~0.25	0.25~0.1	0.1~0.05	0.05~0.002	<0.002
最大分子 持水度(%)	1.57	1.6	2.73	4.75	10.8	44.85

(根据矿大水文地质基础修改)

若以吸着水、薄膜水、部分孔角水和悬着水的体积或重量和岩土总体积或重量之比来表示时,则称田间持水度。田间持水度在农业生产上很有意义,在水文学上也有意义。见表2-5。

表 2-5 不同土质田间持水度数据表

质 地	地区和土壤	<0.01 毫米颗粒(%)	田间持水度(%)
细砂土	辽西风砂土	2.8	4.5
面砂土	辽西风砂土	2.7	11.7
砂粉土	嫩江黑土	12.8	12.0
粉土	晋西黄绵土	25.0	17.4
粉壤土	蒲城垆土	-	20.7
黏壤土	武功油土	50.8	19.4
黏壤土	武功油土	57.2	20.0
粉黏土	嫩江黑土	67.8	23.8

(据农业水文学)

(四) 给水度与饱和差(自由孔隙率)

给水度是指单位面积的潜水含水层柱体中,当潜水位下降一个单位时,所排出的重力水的体积。饱和差(自由孔隙率)是指单位面积的潜水含水层柱体中,当潜水位上升一个单位时,所需补充的水的体积。显然给水度和饱和差的概念,一个适用于水位下降的情况,一个适用于水位上升的情况。当我们求降水入渗补给量时应该用饱和差,而求潜水蒸发时应该用给水度。但在一般情况下,两者的数值是相同的。

许多国内外的学者研究证明,给水度不仅和包气带的岩性有关,而且随排水时间,潜水面埋深和水位变化幅度的大小而变,图 2-4 所示。在图 2-4a 中,初始潜水面埋深为 Δ_1 ,此时埋深足够大,潜水面以上的毛管边缘带影响不到地面,包气带的水分分布为曲线 A。当水位下降时,潜水面埋深为 Δ_2 ,其包气带水分分布曲线为 A',毛管边缘带也影响不到地面,故排出的水体积为图 2-4a 中

曲线 A 和 A' 之间所夹的阴影部分的面积 V_d 。

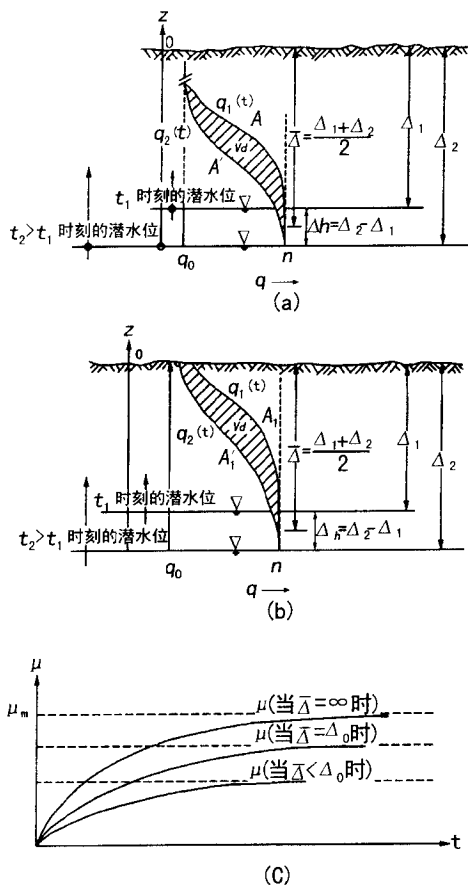


图 2-4 潜水面埋藏深度和排水时间对给水度的影响

(a) 潜水面埋藏深时; (b) 潜水面埋藏浅时;

(c) 排水时间对给水度的影响 (根据 J. Bear)

图 2-4b 是潜水面较浅的情况。当初始潜水面埋深为 Δ_1 时,

潜水面以上的毛管边缘带已影响到地面,此时包气带水分分布的曲线 A_1 的上部被地面截断。当潜水面下降 Δh 时,潜水面埋深为 Δ_2 ,水分分布曲线为 A'_1 , A_1 和 A'_1 两条曲线的形状不再相同。 A_1 和 A'_1 所夹的阴影部分仍为所排出的水的体积 V_d ,显然图 2-4a 和 2-4b 的给水度是不同的。

由于重力排水的滞后,给水度 μ 也是时间 t 的函数,长时间排水后趋近于某一水平渐近线,见图 2-4c。实践证明,随着排水时间长短不同,测出的给水度值也不同,这种给水度称为瞬时给水度,它不是常数。排水时间愈长,给水度愈大,并且逐渐趋于一个固定值,它是重力疏干时期终了时的给水度值,当地下水埋深充分大时,这一给水度称为完全给水度 μ_m 。它就是我们通常定义的作为含水层参数的给水度。也就是说我们通常用作参数的给水度 μ 指的是 μ_m 。

读者在采用给水度的有关的经验数据时,要判断其合理性。因为有些经验数据一般来自室内试验,有偏大现象。

确定给水度的方法很多,有些方法将在以后章节中介绍,这里仅介绍根据包气带土层剖面含水率的变化确定给水度。该方法是在水位变化前每隔 0.1 米的间隔从包气带中取土样测定体积含水率 θ_{1i} ,直到潜水面 A 为止。所得的土层含水率剖面为图 2-5 的 θ_1 线与坐标轴所包的面积。人为抽水使潜水面下降了 ΔH 到达 B ,并稳定一段时间使延迟排水结束。再在同一地点取土样,测得的体积含水率为 θ_{2i} ,含水率剖面为图 2-5 中的 θ_2 线与坐标轴所包的面积。虚线和实线之间所夹面积,即图 2-5 的阴影部分,为潜水面下降 ΔH 以后单位面积的含水层柱体所排出的水量。显然,给水度是

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta z (\theta_{1i} - \theta_{2i})}{\Delta H} \quad (2-14)$$

式中 Δz ——取土位置的垂直间距,通常为 0.1 米;
 n ——土样的个数。

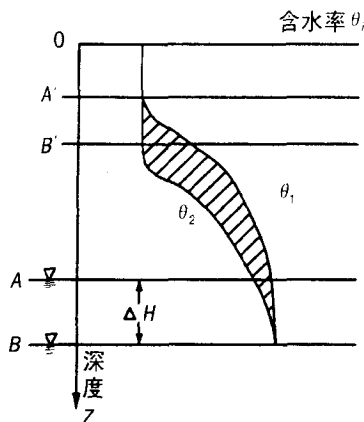


图 2-5 包气带含水率剖面

A. 开始时的潜水面位置 B. 水位下降后的潜水面位置

即给水度是阴影部分的面积除以 ΔH 。这种方法由于既要抽水,又要取土测含水率,比较麻烦,目前国内应用还不很广泛。用取原状土室内试验法和利用非稳定流抽水试验法确定给水度,在满足一定技术要求条件下能取得较好的效果,目前国内应用较广泛。

(五) 透水性

透水性是指岩土允许水通过本身的性能。岩土透水性的好坏,首先决定于空隙的大小和联通程度,其次与空隙多少和空隙形状等有关。例如黏土的孔隙度 n 可达 30% ~ 60%,但孔隙小,在一般情况下几乎不透水。砂土孔隙度仅 30% 左右,但它的孔隙大,透水性就好。衡量岩石透水性大小的指标为岩石的渗透系数,有关渗透系数的概念将在第六章介绍。

第三节 含水层

含水层指能够透过并给出相当数量水的岩土层。含水层不但可贮水而且水还可以在其中运动。如砾石、砂土、裂隙和溶穴发育的坚硬岩石。若该岩层不能透过并给出水或只能透过与给出极少量水,则称隔水层或不透水层。另外还有一种半隔水层或称弱透水层,和含水层比较,它能透过并给出水量很少,而和隔水层相比它又不是完全不透水,也能透过一定量的水,如它和某一含水层相邻,则该含水层称漏含水层或称越流含水层。弱透水层如亚黏土、亚砂土等。

含水层首先应该是透水层,若该透水层为地下水所饱和则为含水层。若该透水层不含水或未饱和水则为透水不含水地层。所以一个透水层可以是含水层,也可以是透水而不含水的地层。含水层形成的必要条件是:第一,岩土层必须具有相当的空隙空间。岩土的空隙越大,数量越多,连通性越好,储存和通过的重力水就越多,越有利于形成含水层,如沙砾石层等。第二,必须具备储存地下水的地质结构。一个含水层的形成必须要有透水层和不透水层组合在一起,才能形成含水地质结构。如在大部分松散沉积物和基岩裸露地区,透水层大面积出露地表。接受降水补给后,水沿空隙往下渗透直到隔水层,这时水便在透水层的空隙中积聚,储存并形成含水层。其上未饱水的部分成为透水不含水层。第三,必须具有充足的补给水源。若缺乏补给水源,虽然该地层具有很好的空隙和具备储存地下水的地质结构也充其量只是一个透水岩层而不能形成含水层。

在一些矿区和水利工程地区,通常位于基岩区,由于岩性变化大,断层发育,岩石的含水部位有时不成层状,无法用含水层的涵义加以区别。经常用含水带、含水段和含水岩组等来区分。

含水带指空间延伸长度较大,而宽度有限的狭长带状地带。含水带裂隙岩溶发育,富水性强,与周围弱透水或不透水围岩成逐渐过渡状态并可切穿不同成因和不同深度的岩层,如断层破碎带,岩溶径流带,岩脉含水带,侵入岩与围岩接触带等。

含水段指某一地层厚度很大,但由于岩性差异,不同层段裂隙,溶穴发育程度不同,致使不同层段之间透水性差异较大,但其间并无明显隔水层存在,或通过断裂各段之间仍有较密切的水力联系,故可按其富水性分出强富水段和弱富水段或相对隔水段等。

含水岩组指具有统一的水力联系和一定的水化学特征的多层含水层的空间组合。同一含水岩组必须是各含水层之间具有明显的水力联系;与相邻含水岩组比较,水化学成分差异明显,内部各含水层是由同一水文地球化学场形成的;含水岩组中各含、隔水层均属于某一地层单位,即为同一地质时期同一成因类型的岩层。

含水层与隔水层只是相对而言,并不存在截然的界限,二者是通过比较而存在的。如河床冲积相粗砂层中夹粉砂层,粉砂层由于透水性小,可视作相对隔水层;但是该粉砂层若夹在黏土中,粉砂层因其透水性较大则成为含水层,黏土层则作为隔水层。由此可见,同样是粉砂层在不同地质条件下可能具有不同的含水意义。

第三章 地下水的基本类型及特征

第一节 包气带和饱水带

地表以下一定深度上存在着连续的具有自由表面的地下水。在该地下水水面以上,称为包气带;地下水水面以下,称为饱水带。见图 3-1。

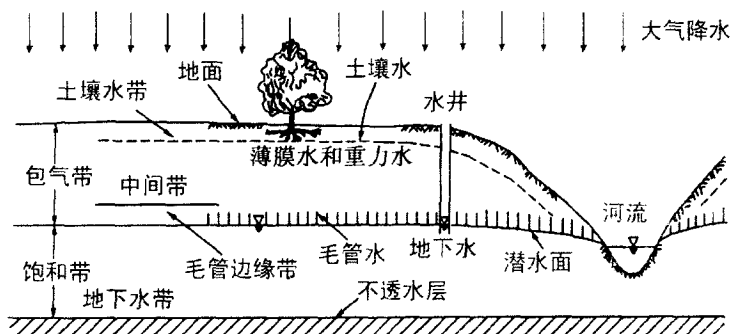


图 3-1 包气带和饱水带

饱水带中岩土空隙全部充满液态水,有重力水,也有结合水。

包气带中,因为岩土空隙没有充满液态水,包含有与大气连通的气体。在该带主要分布有气态水、结合水、毛管水以及过路或下渗的重力水。当有局部隔水层存在时,也可能形成暂时的含水层。

包气带按不同的水文地质情况,可分为:

1. 第一种情况:即地下水水面离地面较近,即使地下水水面变动很大,毛管上升水总能达到地面,地下水水面和地面之间有毛管作用存

在。

2. 第二种情况:地下水面埋藏极深,即使地下水面变动很大,毛管上升高度总不能达到地表。从地面到潜水面之间,自上而下可分为:

(1)含水量强烈变化带(土壤水带):该带土壤含水量沿深度和随时间作急剧变化,其变化取决于气温,水气压力,同时也取决于降水和土壤蒸发之间的对比关系。

(2)含水量稳定带(中间带):一般保持最大薄膜水量。当有悬挂毛管水时,一般保持土壤极限含水量即田间持水量。

(3)毛管上升水带(毛管边缘带):此带土壤含水量相当于毛管含水量。

3. 第三种情况:属于过渡类型。随着地下水面的变动,有时毛管上升水能达到地表,有时则不能到达地表。

了解上述不同情况,将有助于对入渗机制的理解。

第二节 地下水分类

地下水分类,至今还没有统一的方法。归纳起来可分为两类分类方法。一类是根据地下水的单一特征进行分类;另一类是根据地下水的综合特征进行分类。例如按地下水起源不同,将地下水分为渗入水、凝结水、初生水和埋藏水;按矿化程度不同,可分为淡水、微咸水、咸水、盐水及卤水。按地下水的埋藏条件不同可将地下水分为包气带水、潜水及承压水。按含水介质类型,可将地下水分为孔隙水、裂隙水及岩溶水。

地下水水文学中常把包气带和饱水带作为一个整体来看待,因此地下水研究从广义来说既要研究包气带水又要研究饱水带中的地下水。从这个观点出发,我们介绍两种分类。一种分类是以地下水的埋藏条件为主要特征,结合考虑地下水的成因和水动力条件,

进行综合分类,见表3-1。另一种分类是将按地下水埋藏条件和含水介质类型分类二者组合可分为九类地下水,见表3-2。

第三节 包气带水、潜水和承压水

一、包气带水

包气带水是指地表以下第一个常年含水层以上的包气带中的地下水。在包气带接近地表的部分,主要分布气态水及结合水。靠近下部接近饱水带的部位,由于毛管力的作用,水从地下水面上升到一定高度,形成一个毛管边缘带,这部分毛管水的下部有地下水水面支持,所以也称支持毛管水。雨后不久,包气带中还有正在下渗的“过路”的重力水以及被毛管力滞留在包气带上部的悬挂毛管水和孔角毛管水等。我们将气态水、结合水、毛管水和过路或下渗的重力水统称为土壤水分。当包气带中有局部隔水层存在时,在局部隔水层上积聚具有自由表面的重力水,称为上层滞水。见图3-2。

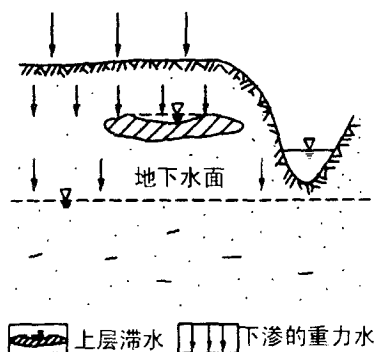


图3-2 包气带水

包气带水位于地壳最上部的包气带中,距地表最近,因此它的分布区和补给区一致。受气候因素的影响很大,水分变化强烈。它的运动主要受分子引力、毛管力、重力、阻力和惯性力的作用支配,由于土壤水分常以毛管力和重力作用为主,因此一般都呈垂直方向的运动。

表 3-1 地下水分类及其主要特征

主要特征	包气带水	饱和带水	
		潜水	承压水
埋藏特征	处于地下水面以上	处于地下水面以下	
	可直接与大气相通,是地表水与地下水相互转化的过渡带。是土壤水分分布带	是地表以下第一个稳定隔水层或弱透水层之上的具有自由表面的重力水	充满在地表以下任意两个隔水层或弱透水层之间,具承压性质的重力水
水力特征	水压力小于大气压力	水压力大于大气压力	
	受分子力,渗透压力和负的静水压力作用	受重力和正的静水压力作用	
水头特征	毛管水上升水头与孔隙直径成反比。上层滞水属无压水头	通过包气带与地表相通,属无压水头	具隔水顶板,属承压水头
水面特征	毛管水无连续的水面,上层滞水水面受局部隔水层或弱透水层起伏的支配	具有自由潜水面,其形状随地形,含水层的透水性 and 厚度,隔水底板起伏而变化	为假想的压力水面,只有在含水层被揭穿时才显示出来,其形状与补给区和排泄区之间相对位置有关
补给区与排泄区的关系	因其与地表大气相通,使补给区与排泄区分布一致。	补给区与排泄区分布一般不一致。	
动态特征	受气候变化影响,其动态具有季节性和暂时性	水位、水量、水温、水质变化受当地气候和水文条件控制	水位变化取决于水的压力传导作用,动态相对稳定

(根据农业水文学修改)

表 3-2 地下水分类

分类	孔隙水	裂隙水	岩溶水
包气带水	土壤水 局部黏性土隔水层上季节性存在的重力水(上层滞水) 过路及悬留毛管水及重力水	裂隙岩层浅部季节性存在的重力水及毛管水	裸露岩溶化岩层上部岩溶通道中季节性存在的重力水
潜水	各类松散沉积物浅部的水	裸露于地表的各类裂隙岩层中的水	裸露于地表的岩溶化岩层中的水
承压水	山间盆地及平原松散沉积物深部的水	组成构造盆地、向斜构造或单斜断块的被掩覆的各类裂隙岩层中的水	组成构造盆地、向斜构造或单斜断块的被掩覆的岩溶化岩层中的水

(根据王大纯等)

上层滞水是暂时饱和的水体,随季节变化显著。干旱季节可能干涸。虽可作水平方向运动,但它的分布远不如土壤水分普遍。

土壤水分的变化是在土壤水分的补给与消耗不平衡的情况下产生的。而土壤水分的补给与消耗主要受气候变化的影响。降水多,蒸发弱,温度低则土壤含水量多。反之则少。这种因气候引起的变化随着土层深度的增加而逐渐减弱,这是一般的规律。

土壤水分的补给以降水和灌水入渗为主。另外还有潜水和凝结水补给。

土壤水分的消耗主要有:1. 土壤水分的下渗,即当土壤含水量超过田间持水量时,多余的水受重力作用向下移动的现象;2. 植物散发和土壤水分蒸发等方面。

包气带是饱水带与大气圈、地表水体联系的通道,饱水带通过包气带获得大气降水和地表水等的补给,又通过包气带蒸发排泄。因此,包气带水的研究具有重要的意义。

二、潜水

(一)潜水的埋藏条件及特征

潜水是埋藏在地表以下,第一个稳定隔水层(或弱透水层)以

上,具有自由水面的重力水。

潜水的自由水面称潜水面。潜水面至地表面的距离称潜水面的埋藏深度。由潜水面往下至隔水层顶板之间均充满重力水,称潜水含水层,其距离则为含水层的厚度。潜水面的绝对高程称潜水位。见图3-3。



图3-3 潜水

潜水面之上,一般均无稳定的隔水层存在,可以通过包气带与大气圈和地表水圈相连通,因此大气降水、凝结水、地表水均可通过包气带直接渗入补给潜水。在一般情况下潜水的分布区与补给区是一致的。潜水具有自由水面,而不承受静水压力,为无压水。潜水的水位、水量、水温、水质等要素与气象、水文因素的关系密切。因此,潜水动态的变化具有明显的季节性。在重力作用下,潜水由高水位处向低水位处不断地运动着。

潜水从大气降水、地表水、承压水以及其它人为途径得到补给。在山区因地形切割强烈地面坡度大,潜水面的坡度也相对较大,所以潜水径流条件远比平原区好;河流中上游地区,一般潜水流径条件又较河流下游地区好,所以在山区或河流中上游地区河流经常排泄潜水(洪水期有时例外),潜水以水平排泄为主。特别是在这些地区潜水的埋藏深度较大,不利于蒸发作用的进行,垂直方向排泄作用极不显著。在河流下游或平原地区则相反,潜水流径条件不佳,潜水埋藏深度一般较浅,水平排泄作用弱,而蒸发作

用加强,在某些情况下,垂直方向排泄往往成为潜水的主要排泄方式。

(二)潜水等水位线图

潜水等水位线图也称潜水面等高线图,它是表示潜水面形状的图件。它的作图方法和地形等高线图类似。即在同一时间内(同步)测定工作区的井、钻孔、泉的潜水位,然后把这些井、钻孔、泉的位置和相应的潜水位按一定的比例填在图上,再按一定的等高距连结潜水位相同的各点,这些连线叫做潜水等水位线,这张图叫做潜水面等高线图或称潜水等水位线图。见图3-4。

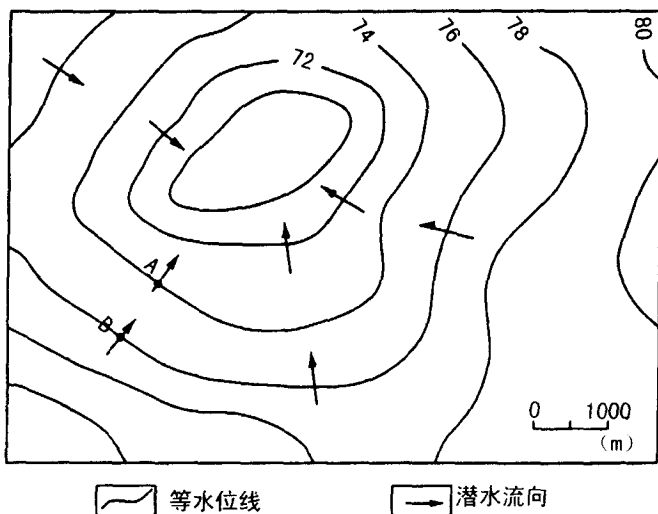


图3-4 潜水等水位线图

利用等水位线图可确定以下问题:

- (1)确定潜水流向。潜水流向始终是沿坡度最大的方向流动,即垂直等水位线方向由高水位流向低水位,图3-4箭头所示。
- (2)确定潜水面的水力坡度。即沿潜水流方向某线段上任意

二点潜水位的高差与该二点间线段水平距离之比值。例如 A 点潜水位 74m, B 点潜水位 76m, 二点间水平距离为 1000m, 则潜水面水力坡度 I 为

$$I = \frac{76 - 74}{1000} = 0.002$$

求得的水力坡度实际上代表该处潜水面的平均水力坡度。

(3) 确定潜水与地表水之间的互补关系。根据河流附近等水位线形状及其流向, 可判定二者互补关系。见图 3-5。

(4) 确定潜水面埋藏深度。若将地形等高线和潜水等水位图绘于同一张图上, 则在等水位线与地形等高线的交点, 取二者高程之差, 即为该交点处的潜水面的埋藏深度。

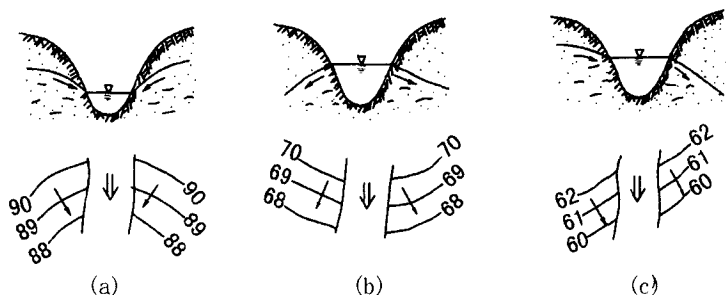


图 3-5 潜水和地表水的互补关系

(a) 潜水补给河水; (b) 河水补给潜水; (c) 河两岸补给相反。

(5) 推断含水层岩性和厚度的变化。例如当地形坡度变化不大时, 如果等水位线由密变稀疏, 说明含水层岩性由细变粗, 透水性由弱变强, 或者含水层的厚度由薄变厚。

(6) 根据潜水等水位线图可以合理布置水井和其他集水建筑物。利用等水位线图布置水井和排水沟时, 一般要沿等水位线布置。

(7)通过同一时间内(同步)观测的月平均、年平均、多年平均等水位线图,可以了解潜水的区域分布情况。如果我们作一组不同时期(同步观测)的月平均的等水位线图,例如,有的地区每年都要做4月和10月的平均等水位线图,通过这样一系列图件,对纯井灌区来说,可以了解人工开采地下水或天然回补对区域潜水升降的影响,从而可以从一个方面说明潜水是否够用。若当人工开采和天然回补的结果,潜水位变化不大时,则可以认为水源够用;若当开采大于天然回补时,则通过等水位线图可以发现地下水区域降落漏斗的发生和发展情况,从而为合理开发地下水和人工回灌提供资料。

三、承压水

(一)承压水的埋藏条件及特征

所谓承压水系指充满在地表以下任意两个隔水层或弱透水层之间,具有承压性质的重力水。见图3-6。

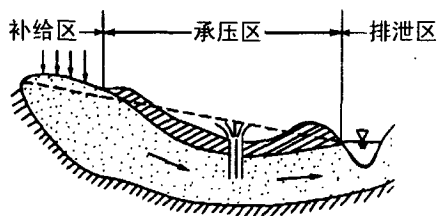


图3-6 承压水

当钻孔打穿上部隔水层至含水层时,地下水在静水压力的作用下上升到含水层顶板以上某一高度,此时水面的标高称承压水位(承压水头)。从含水层顶板到承压水位的距离称承压水头高度。承压水头高出地面称正水头,低于地面的称负水头。因此在地形地貌条件和水文地质条件有利结合的条件下,地下水可溢出

地表称为自流水,图版1和图3-6。

由于承压水具有上述埋藏条件,所以它有如下特点:

- (1)承压水的分布区与补给区不一致;
- (2)它承受静水压力;
- (3)承压水各要素动态变化不显著,受水文气象因素的影响较小;
- (4)承压含水层的厚度不受季节变化的影响,一般是一个定值;
- (5)承压水的水质不易遭受污染。

(二)承压水的贮水构造

承压水的形成主要取决于地质构造,最适合于形成承压水的地质构造,是向斜构造和单斜构造。前者称为承压盆地,后者称为承压斜地。

1. 承压盆地(自流盆地)

贮存承压水的向斜构造称承压盆地或自流盆地。每个承压盆地都有补给区、承压区和排泄区。图3-6盆地周围含水层出露地表;出露位置较高处为补给区,补给区因其上无隔水层覆盖,直接接受大气降水或地表水等的补给,所以为无压区。排泄区通常位于承压盆地地形较低的一侧或在盆地中间地形低洼且发育有导水断层处,地下水通过泉或其它形式排泄。承压水排泄方式在开放型承压盆地,承压区内隔水层顶板被断层或河流切割,形成通道,承压水沿这些通道泄出,见图3-7。

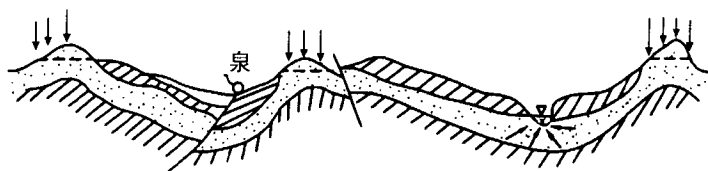


图3-7 开放型承压盆地(根据陈兆炎等,1989)

若在封闭型承压盆地,含水层完全封闭,承压水只有通过上覆弱透水的相对隔水层或“天窗”以越流方式进行缓慢的水交替。见图 3-8。

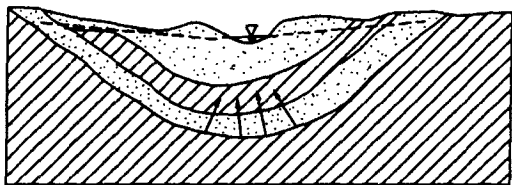


图 3-8 封闭型承压盆地(根据陈兆炎等,1989)

在补给区和排泄区之间,承压含水层上有隔水层覆盖,为承压区。承压区内地下水承受静水压力。当有钻孔或水井揭穿承压含水层顶板后,承压水便涌入孔内,并继续上升到一定高度后才稳定,此时的水位称为静止水位也称测压水位。开始见到的水位称为初见水位。

在承压盆地中常有数层含水层,而每一含水层均有各自的补给区、排泄区和承压区,因此都有各自的承压水面,当地形和构造相一致时,我们称它为正地形。此时承压盆地中的下部含水层的承压水位高于上层的水位。当钻孔穿过这两个含水层时,则下层的承压水可补给上层。若上下两层含水层中间被弱透水层所阻隔,那么下层的承压水可越流补给上层。见图 3-9a。当地形和地质构造不一致时,我们称它为负地形。如向斜或盆地构造成高地时,下部承压含水层的补给区或排泄区的位置较上部含水层的位置低,这样,上部承压含水层中的水可以通过钻孔或断裂补给下部含水层。如果该两层承压含水层中间为弱透水层所阻隔,那么上层的承压水可越流补给下层。见图 3-9b。

2. 承压斜地

储存承压水的单斜构造称为承压斜地又称为自流斜地。这类

储水构造有两种类型：

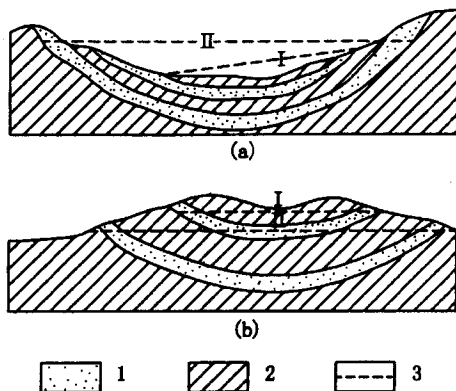


图 3-9 承压盆地类型

a——正地形盆地；b——负地形盆地；1——含水层；
2——隔水层；3——测压水位；I——上层测压水位；
II——下层测压水位（根据北京地质学院，1964）

(1) 断块构造形成的承压斜地。即单斜构造形成的承压含水层的上部一侧出露地表，成为补给区。下端为断层所切。若断层带导水，则含水层中的水可通过断层排泄，这时承压区仍位于补给区和排泄区之间。若断层带不导水，则承压水无独立的排水通道，当补给量超过含水层所能容纳的水量时，含水层中的水通过补给区的较低部位进行排泄，此时补给区和排泄区相邻或一致，而承压区在另一侧。见图 3-10。

(2) 含水层岩性发生相变或受各种侵入体阻挡形成的承压斜地，其含水层上部出露地表，为补给区。下部在某一深度处尖灭或突变。当补给量超过所容纳的水量时，由于下部岩性变化或尖灭，无排泄通道，因此只能通过补给区进行排泄。此时，其补给区和排泄区一致或相邻。见图 3-11。

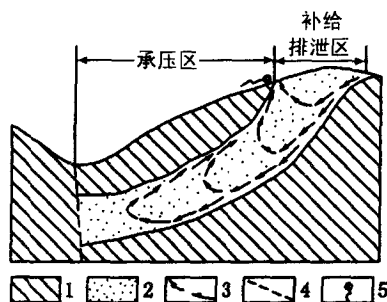


图 3-10 断块构造形成的承压斜地

1——隔水层;2——透水层;3——地下水流向;
4——不导水断层;5——泉水(根据北京地质学院,1964)

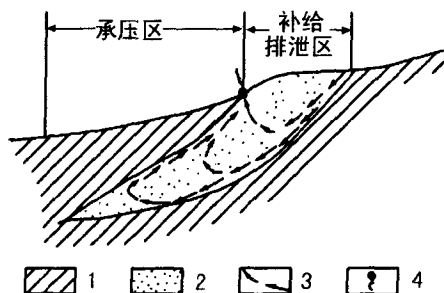


图 3-11 岩性变化形成的承压斜地

1——隔水层;2——透水层;3——地下水流向;4——泉水(根据北京地质学院,1964)

承压水的水量可以有很大的差别,主要决定于含水层的分布范围,厚度,透水性及补给水源的大小等因素。

(三) 承压水等水压线图

等水压线图即承压水测压水位等高线图。见图 3-12。其编

线既表示地下水面,又表示含水层的顶面。而承压水的测压水位,只有当井孔穿透上覆隔水层达到含水层顶面时,才会在井孔中出现。在测压水位高度上,并不存在实际的地下水面,等测压水位面是一个虚构的面,钻孔打到这个高度是取不到水的,必须打到含水层的顶面才能见水。因此,等水压线图通常要附以含水层顶板等高线(图3-12)。

根据等水压线图可以确定承压水的流向,承压水面的坡度,承压水与其他含水层或地表水之间的关系以及含水层厚度和透水性变化等问题。

在制作等水压线图时,必须注意以下情况:

(1)在钻孔钻进过程中,必须分层观测,严格止水,使该含水层与其他含水层隔离。

(2)严格区分初见水位和静止水位。初见水位相当于含水层的顶板高程;静止水位相当于承压水的测压水位。

四、含水层中地下水的越流

如果某一含水层的上覆或下伏地层为弱透水层,在这种情况下含水层就可能通过弱透水层和相邻含水层发生水力联系,但它还是承压的。因此,称它为半承压含水层。当这个含水层和相邻含水层间存在着水头差时,地下水便会从高水头含水层通过弱透水层流向低水头含水层。对指定含水层来说,可能流入也可能流出该含水层。这种现象称为越流。图3-13说明了主含水层的水头较低(由于人工抽水使水头降低,或天然水头低于相邻含水层),水流通过弱透水层流向主含水层,产生了越流。越流的水量来自两部分,一部分来自相邻含水层;另一部分来自抽水时弱透水层本身贮存的水的释放。表示越流特性的含水层参数是越流系数 σ 和越流因素 B ,可以用下式表示:

$$B = \sqrt{\frac{Tb'}{K'}} \quad (3-1)$$

$$\sigma = \frac{K'}{b'} \quad (3-2)$$

式中 T ——主含水层的导水系数, $[L^2T^{-1}]$;
 b' ——弱透水层厚度, $[L]$;
 K' ——弱透水层的渗透系数, $[LT^{-1}]$;
 B ——越流因素, $[L]$;
 σ ——越流系数, $[T^{-1}]$ 。

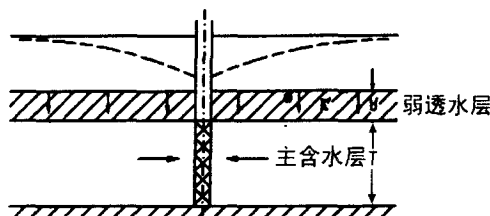


图 3-13 越流示意图

越流因素 B 愈小, 表示越流能力愈大; B 愈大, 越流能力愈小, 对于完全隔水层, B 为无穷大。

越流系数 σ 表示弱透水层两侧的水头差为一个单位, 并且没有弱透水层本身的水的释放时, 通过单位面积弱透水层的流量。由式(3-2)可知, 弱透水层的渗透系数 K' 愈大, 其厚度 b' 愈小, 则越流量愈大。故越流系数 σ 愈大, 越流量愈大。和越流因素 B 正好相反。

一般越流补给在地下水总的水量平衡中不占主要地位, 但对承压水来说相对比较重要。尤其是当含水层开采后, 人工加大了引起越流的水头差, 这时越流量常常变成地下水资源中不可忽视的项目。在许多大面积的承压水区域, 越流补给成为承压水资源

的主要来源。

第四节 孔隙水、裂隙水和岩溶水

一、孔隙水

储存和运动于松散沉积物或胶结不良沉积物的孔隙中的地下水称孔隙水。按沉积物的成因,可将孔隙水分为以下几类。

(一) 洪积物中的地下水

在山区与平原交接地带或山间盆地的周边,常分布有洪积物。这是因为集中的洪流将携带的砂、砾、卵石在出山口处堆积而成。一般呈扇形或锥形。愈近山口坡度愈陡,向外逐渐变缓而没入平原,因此称洪积扇或冲积锥。在我国太行山山前和秦岭的山前分布有很多的洪积扇。

洪积扇顶部,沉积物的颗粒很粗,多为砾石,卵石,漂砾等。其上无隔水层覆盖。降水和地表水等在该处很快渗入地下形成潜水。该带是整个洪积扇中地下水的主要补给区。此带潜水面埋藏深度大,岩石透水性好,地下水面坡度大,径流强烈,蒸发微弱而溶滤强烈,故形成低矿化水,称潜水深埋带或盐分溶滤带。向外,随着地形逐渐变缓,沉积物的颗粒逐渐变细,一般为沙砾层,并开始出现黏性土夹层。因岩性变细,透水性变差,径流受阻,潜水壅水,常形成泉与沼泽,称溢出带。由于渗透途径加长,蒸发强烈,矿化度增高,又称盐分过路带。没入平原部分,上层沉积物颗粒更细,下层常为砂与黏性土互层。因上层颗粒很细,透水性更差,地势变平,潜水埋藏很浅,蒸发强烈,水的矿化度更增大,在干旱地区常出现土壤盐渍化,此带称潜水下沉带或盐分堆积带。

由溢出带向外,没入平原部分,因深部为黏性土与沙砾层相间互层。所以在潜水下沉带的深部常出现承压水,在地形适宜处打

井,承压水可自流。见图 3-14。

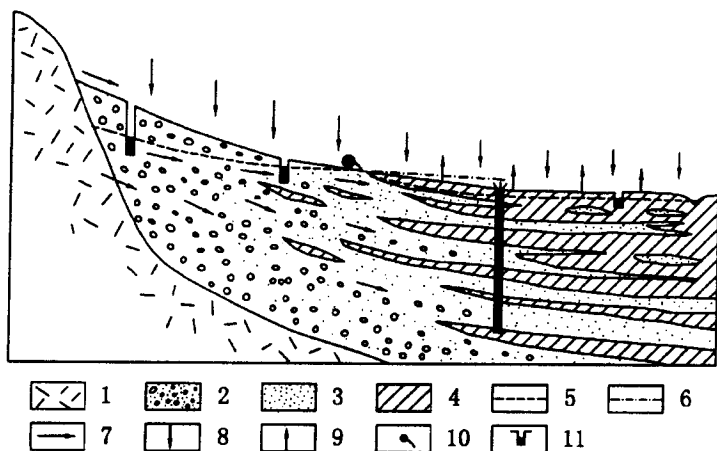


图 3-14 洪积扇水文地质示意剖面

- 1——基岩;2——砾石;3——砂;4——黏性土;5——潜水位;
6——承压水测压水位;7——地下水及地表水流向;8——降水补给;
9——蒸发排泄;10——下降泉;11——井,涂黑部分有水

(根据王大纯等,1986)

大的洪积扇,不仅与洪流有关,也与常年性河流堆积有关,又称冲洪积扇。冲洪积扇中的地下水,常常是我国城市供水的重要水源。例如北京永定河冲洪积扇中的地下水,成为北京城市供水的重要水源。

(二) 冲积物及湖积物中的地下水

1. 冲积物中的地下水

冲积物是经常性水流形成的沉积物。河谷冲积层是孔隙含水层的重要类型。山丘区,河流的上游,常分布有颗粒较粗的沉积物(如卵砾石等),上覆以黏性土构成阶地,多为潜水含水层。山区河流一般都是排泄地下水的,雨季有时有例外。见图 3-15。

河谷地区冲积层中的地下水主要来源为：

(1)河水的补给。它是河谷地区的主要补给来源。在河谷的中上游地区,冲积物透水性良好,当开采后,地下水位低于河水位时,河水易于渗透补给地下水。

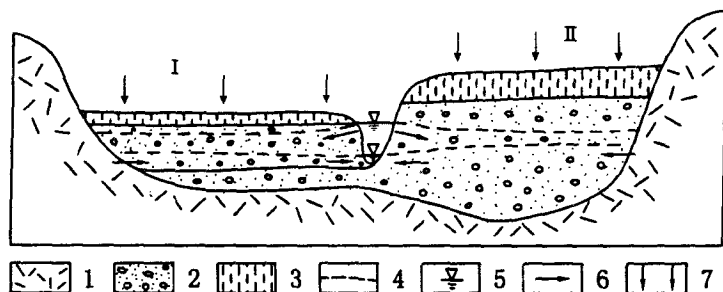


图 3-15 河流中上游阶地中的潜水

1——基岩;2——沙砾;3——亚砂土;4——潜水位;5——地表水水位;
6——地下水流向;7——降水补给;I 低阶地;II 高阶地

(根据王大纯等,1986)

(2)降水入渗补给。河谷地区地形较平坦,山间河谷的冲积层透水性较好,有利于降水入渗,当地的降水入渗补给也是该区地下水资源的重要补给来源。见图 3-15。

(3)灌溉水入渗补给。河谷平原常为耕作区,灌溉渠道的渗漏,田间灌溉水的入渗都补给地下水。南方的水稻种植区,稻田长期蓄水,也可能入渗补给地下水。

(4)基岩山区地下水的补给。补给的情况取决于基岩山区的岩石性质及其含水性。如基岩山区为石灰岩,白云岩等可溶性岩层,而河谷又是岩溶水的排泄区。则基岩山区来的岩溶水可能是河谷冲积层中地下水的重要补给来源。

平原河流下游,由于地面坡降变缓,流速变小,河流以堆积作

用为主,河床淤浅。洪水泛滥后,在河床两侧堆积成“自然堤”。随着河床不断淤积与自然堤的不断提高,结果河床高出周围地面,形成“地上河”。我国的黄河是典型的地上河,它是补给地下水的。

地上河由于经常冲决自然堤与人工堤而游动改道,形成许多古河道。暴露于地表的古河道,在改道点与河水联系接受补给,其余部位由于砂层透水性好,接受降水补给。古河道由于地形较高,潜水埋藏深度大,蒸发较弱,溶滤为主,故地下水水质良好。

河流由于河道袭夺、改道,形成一些古河道。古河道中留下条状分布的沙砾含水层。平原及盆地中被掩埋于深处的古河道,构成承压水。冲积物中的承压水接受河水或来自山前洪积扇补给区潜水的补给,最终排入地势低处的潜水或地表水体。

2. 湖积物中的地下水

湖泊是大的集水盆地,它是由河流、融冰、泉水、降水等水源汇集而成。湖心的沉积物是静水沉积,颗粒较细,如粉砂,黏土和淤泥,分选良好,层理细密。滨岸由于河流注入和波浪作用,局部有动水沉积,沉积颗粒较粗,以砂、砾为主。见图 3-16。

湖积物分布比较广泛,其中大多赋存有水头较高的承压水,一般水量不大。湖积物中的地下水主要富集在滨岸三角洲沉积带及湖盆地边缘的冲积、洪积层;湖中心主要是黏土沉积,但有时在湿润时期河流注入强大水流时沉积的砂层具有一定的富水意义,一般为承压含水层;沉降幅度大时,在湖积层的下部或湖积层交错沉积的其它成因的富水砂砾层富含承压水。

(三) 黄土中的地下水

黄土是一种性质特殊的沉积物。具有风成、洪积、冲积、湖积等多种成因。主要分布在我国西北及华北等地。

黄土的岩性主要为粉砂土及粉砂质黏性土类。有时含有钙质结核。黄土的垂直节理发育,大孔隙多,它们是地下水的储存和运

移的主要通道,因为垂直方向的裂隙发育,所以黄土的垂向渗透系数往往比水平方向上的渗透系数大几倍。

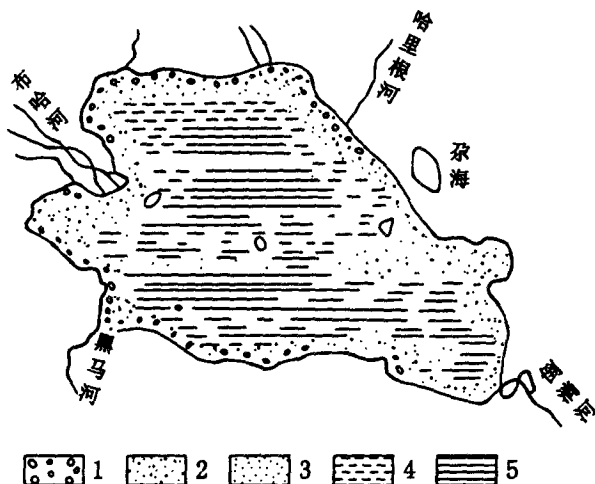


图 3-16 青海湖现代沉积物分布图(根据章至洁等)

1——砾石;2——钙质砂砾;3——砂;4——泥质粉砂及粉砂质淤泥;5——淤泥

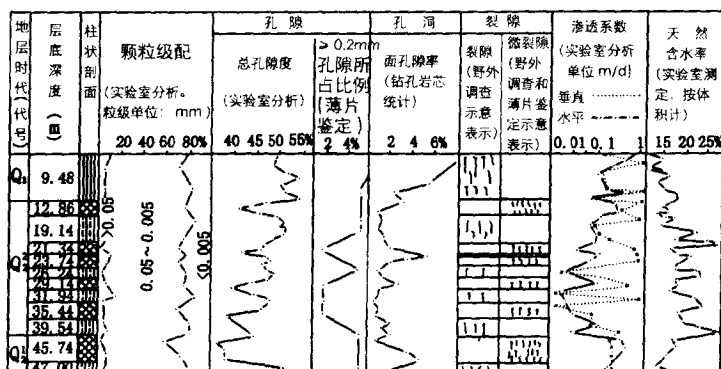


图 3-17 洛川塬典型地段黄土岩性特征图(根据王德潜)

例如陕西省洛川塬典型地段马兰黄土和离石黄土上部的岩性特征如图 3-17 所示。从图上可以看出,黄土垂直方向的渗透系数 K_v 大于水平方向的渗透系数 K_h , 因而是各向异性的。另外在图上也可以看出,黄土除了发育孔隙以外,裂隙也比较发育。另外,根据陇东的董志塬,索罗塬,平泉塬和什字塬的抽水试验成果分析,发现“黄土层是一个孔隙以储水为主,裂隙以导水为主的孔隙——裂隙含水层”。即具有双重介质的特性。

在新构造运动的影响下,地壳上升,把黄土高原切割成许多块段。范围较大的平地称为黄土塬,如图 3-18 所示。黄土层的总厚度为 100~200m,由上而下为马兰黄土(Q_3)、离石黄土(Q_2)、和午城黄土(Q_1)。下伏地层为第三系或白垩系的泥岩、页岩和砂岩,可近似看作塬区的潜水的隔水底板。马兰黄土为黄土质亚砂土,离石黄土上部为黄土质亚砂土夹多层古土壤层,渗透性较好,在适宜的水文地质条件下成为潜水含水层。

黄土塬区潜水的主要补给来源为大气降水。黄土高原地区的年降水量多为 500~600mm,一年中的降水大部分集中在 7、8、9 三个月,该时期为地下水的补给期。年内的其他时间降雨稀少,一般只能湿润表土,对地下水缺乏补给作用,黄土塬区降水向地下水和地表水的转化具有超渗产流的特征。

黄土塬区潜水埋藏深,一般在 30~50m,有很厚的包气带。当塬面狭窄时,潜水埋藏更深,包气带更厚。潜水面形态呈丘状,塬面中心潜水面最高,向两侧降低,最后以泉或渗水的形式排入两侧的沟谷中(图 3-18)。

由于存在很厚的包气带,水分从渗入地下开始,直至到达潜水面,要经历相当长的时间过程。在这个过程中,不仅有水分的运动,还有包气带水分贮存的变化和再分配。

呈长条状的垆岗叫黄土梁,浑圆形的土丘称黄土峁。黄土梁、峁地形切割强烈,不利于降水入渗及地下水的赋存,仅在其间的宽

浅沟谷中,因地下水埋藏较浅,可供生活用水。一般来讲黄土高原中的地下水矿化度普遍较高,高者可达到 $3 \sim 10 \text{ g/L}$ 。在相对湿润的南部地区,也可以见到地下水的矿化度小于 1 g/L 。

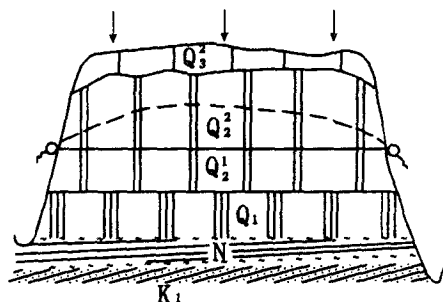


图 3-18 黄土塬水文地质剖面示意图(根据杨小雄等)

(四)冰碛物及冰水沉积物中的地下水

第四系以来,我国部分地区有过冰川活动,并分布有冰川堆积物。

冰碛物的特点是颗粒大小混杂,分选极差,颗粒棱角分明。正因为它分选不良,含有大量黏土,一般不能构成含水层。

冰川消融后,融冰水以各种方式将冰碛物重新搬运堆积,形成冰水沉积。融冰水可以形洪流、河流或湖泊,相应地可形成洪积物、冲积物及湖积物中的含水层。

有关滨海三角洲沉积物中的地下水以及滨海沙丘中的地下水将在本章第五节海岛中的地下水叙述。

二、裂隙水

(一)裂隙水的类型

赋存并运动于裂隙介质中的地下水称裂隙水。按裂隙成因,可将裂隙水分为成岩裂隙水、风化裂隙水及构造裂隙水。

成岩裂隙是岩石在成岩过程中产生的原生裂隙。贮存并运移

于成岩裂隙中的地下水称成岩裂隙水,它可以是潜水,也可以是承压水。

例如玄武岩的成岩裂隙最发育。这是由于岩浆冷凝收缩时产生的垂直的柱状节理及层面节理。裂隙张开且密集均匀,连通性好,常构成贮水丰富,导水通畅的裂隙含水层。

熔岩流冷凝时,留下喷气孔道。或当表层凝固,下部未冷凝的熔岩流走而形成熔岩空洞或管道。故玄武岩中常有大的洞穴和管道存在。有时可贮存较丰富的地下水。

岩脉及侵入岩和围岩的接触带,由于冷凝收缩,张开裂隙发育,常形成近乎垂直的裂隙含水带。

风化裂隙是暴露于地表的岩石,在温度、水、空气、生物等风化营力作用下形成的。贮存并运移于风化裂隙中的地下水称风化裂隙水。风化裂隙带一般厚数米到数十米。下面未风化的母岩构成隔水底板,故风化裂隙水一般为潜水;被后期沉积物覆盖的古风化壳中,也可形成承压水。

风化裂隙的发育受岩性、气候及地形的控制,在粗粒花岗岩地区、风化壳往往厚达十多米至数十米,风化裂隙发育,风化裂隙水也比较丰富。

地形比较平缓,剥蚀及堆积作用都较微弱的地区,有利于风化壳的发育和保存;如有一定水源补给,也可形成风化裂隙水含水层。

一般情况下,风化壳厚度及规模不大,风化裂隙水的水量也不大。

构造裂隙是岩石在构造运动中受力产生的。贮存和运移在构造裂隙中的地下水称构造裂隙水。它的分布规律相当复杂。这是由于受岩性和构造应力的控制下,裂隙的张开性、密度、方向性和连通性均有着显著差别。

通常,同一岩层的不同部位,岩性和应力分布不均匀。在应力集中或岩性有利的部位,张开裂隙相互连通,能构成裂隙含水

系统。同一岩层中可包含若干个裂隙含水系统。各个系统内部,具有统一水力联系,水位受该系统最低出露点的控制。各个系统之间缺乏水力联系,水位各不相同(见图3-19)。裂隙含水系统的水量大小,取决于其规模。如规模大的系统贮水性好,补给范围大,水量丰富,泉的流量动态比较稳定,可作为良好的供水水源。

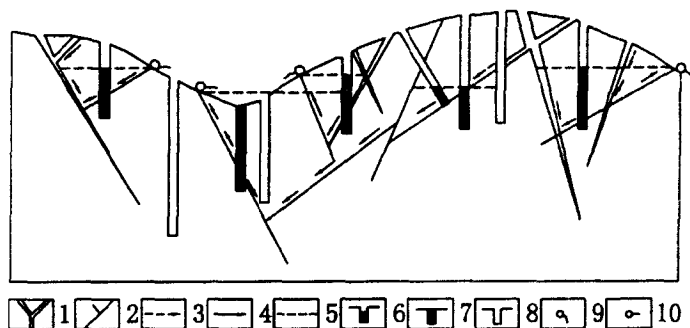


图3-19 含水裂隙系统示意图

- 1——不含水的张开裂隙;2——含水张开裂隙;3——包气带水流向;
4——饱水带水流向;5——地下水位;6——水井;7——自流井;
8——无水水井;9——季节性泉;10——常年性泉(根据王大纯等,1995)

构造裂隙水可以是潜水,也可以是承压水。然而,即使是构造裂隙潜水,只要不是裂隙发育十分密集均匀,有时会显示局部承压现象。

(二) 裂隙介质和裂隙水的特点

综观以上三类裂隙水,将裂隙介质及裂隙水的特点归结如下:

1. 裂隙介质的特点

(1) 裂隙介质的渗透性具有更强的非均质性和各向异性(见第六章)。组成裂隙介质的基岩,往往岩性有较大的差异,裂隙发

育的强度很不相同。因而渗透系数有很大的差别。

(2) 渗透性往往随深度发生变化。一般来说, 随着深度的增加, 裂隙的发育程度减弱。加之地表附近因应力释放而产生卸荷裂隙, 因风化而产生风化裂隙, 使得裂隙岩石的渗透系数随着深度的增加而降低。而在不同的地点或不同的岩层, 渗透系数随深度变化的规律又不大一样, 这就使得在巨厚的裂隙介质中确定含水层的厚度比较困难。

(3) 裂隙介质的贮水能力要比孔隙介质小。虽然裂隙岩层有时也可能存在巨大的洞穴、晶洞和张开的大裂隙, 但总的来说裂隙介质的贮水性要比多孔介质小。因为通常基岩的裂隙率比松散层的孔隙率小得多, 所以给水度也小。因为裂隙介质的骨架基本上是不可压缩的, 承压含水层的释水主要是由于水的弹性膨胀, 故贮水系数也比孔隙介质小。

(4) 裂隙介质的贮水性主要取决于遍布整个岩层的孔隙(如粒间孔隙、气孔等)和微小裂隙。而导水性能主要取决于一些大的裂隙和溶蚀裂隙。

(5) 由于压力对裂隙张开的间隙大小(张开度)有明显影响。故在压力变化和岩层透水性之间存在着较为密切的关系, 在研究坝基裂隙水的透水性时要注意这一点。常常将应力和渗流耦合求解。

2. 裂隙介质中的地下水的某些特点

(1) 构造和岩性对裂隙水分布的影响比孔隙水大得多。褶皱的型式, 断裂的规模、分布和性质对裂隙介质中的地下水资源的形成、分布、数量和质量都有较大的影响。

(2) 可能存在个别大的裂隙, 它一般具有比整个裂隙岩层大得多的导水系数。由于它的存在, 可能中断了地下水的径向水流和二维水流的特点。由于岩石中裂隙发育的不均匀性, 在某些裂隙不发育地段, 潜水面可能不连续。在基岩山区, 有时可能存在与

整个地下水系统没有联系的孤立的地下水体,地下水位的变化取决于局部条件,而和整个地下水系统没有联系。由于裂隙发育的不均匀性,各个裂隙的导水能力有很大的差异,地下水总是沿着阻力最小的地点和方向流动,因而造成了地下水位分布的反常现象。即距抽水井(或天然排泄点)近处的地下水位高,远处的地下水位反而低。这是由于近处的地下水不是沿径向直接流入抽水井,而是绕道远处流入导水性好的大裂隙再进入井内。

(3)由于裂隙介质的贮水性较小,故山区的裂隙水常具有相当大的地下水位年变化幅度。

三、岩溶水

(一)基本概念

岩溶(喀斯特),系指水对可溶性岩石(碳酸盐岩、硫酸盐岩、卤化物岩等)进行以化学溶蚀为主要特征(包括水的机械侵蚀以及物质的运移和再沉积)的综合地质作用,以及由此产生的各种现象的总称。喀斯特是斯洛文尼亚国的一处地名,该处岩溶最为典型。

赋存并运动于岩溶化岩层中的地下水称岩溶水(喀斯特水)。岩溶水出露地表可形成岩溶泉,有些岩溶泉水量很大。图版2,图版4。

Д. С. СОКОЛОВ 提出岩溶发育的四个基本条件:岩溶发育必须有可溶性岩层(如石灰岩等)的存在,可溶性岩层必须是透水的,并具有侵蚀能力的水以及水是流动的。

地质构造对岩溶发育有重要控制作用。一般认为,张性断裂透水,岩溶发育。压性或压扭性断裂的透水性弱,构造岩也比较密实,常形成阻水带。但断层两盘的碎裂岩带,由于岩体破碎松弛,又常成为地下水活动带,岩溶发育。如山东淄博市的淄河断裂带及乌江渡电站坝区左岸的一断层就是很好的例证。

层面和层间裂隙对岩溶发育也有重要作用。特别是不纯碳酸盐岩组或碳酸盐岩与非可溶岩间互层组合中,溶洞和岩溶管道沿层面和层间裂隙发育的现象十分普遍。

当向斜褶皱的核部形成承压区时,一般情况下,岩溶发育可能相对均一。但是,如有显著的张裂隙时,也可能发育横穿向斜的倒虹吸状的岩溶管道。沿背斜轴部上层的纵张和横张裂隙,也可能发育岩溶管道。

(二)河谷岩溶水

岩溶发育对于河谷排水基准面的适应性,主要表现在岩溶发育空间上的成层性及深岩溶发育深度等方面。

河谷阶地是河谷排水基准面相对稳定时期的产物,而岩溶的成层性,则与阶地密切相关,且基本对应。已知乌江干流存在5级阶地,与此同时也发育了五层近于水平的溶洞层。

河谷以下的深岩溶发育,同样受河流排水基准面的影响。在岩溶地质条件基本一致的条件下,这种影响主要取决于两岸的地下水水力坡度和河流纵剖面上的地下水水力坡度。水力坡度越大,说明水动压力愈大,因此,地下循环深度愈深,岩溶发育也愈深、愈强。

岩溶的空间分布和发育程度通常是极不均一的。这种不均一性,主要是由于可溶岩体内部构造的不均一,透水性不均一等条件所造成的。如强岩溶化和弱岩溶化岩体,其渗透系数可相差数倍乃至数百倍以上。

1. 河谷岩溶水文地质结构。

河谷岩溶水文地质结构,对研究岩溶规律,分析岩溶水的补、径、排条件等具有重要意义。

根据我国邹成杰等学者的意见,根据河谷岩溶层组类型和构造类型划分的河谷岩溶水文地质结构,列于表3-3及表3-4中。

表 3-3 以层组类型划分的河谷岩溶水文地质结构 (根据邹成杰)

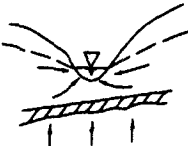
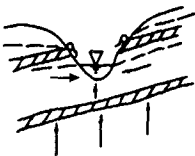
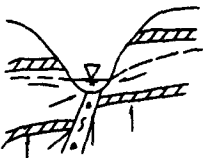
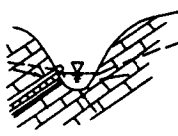
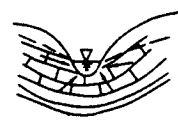
型号	名称	图式	基本特点	工程实例
I	均一含水层		①岩溶一般较强烈,深度大,易发育深岩溶; ②饱水带多形成统一含水层,并可能有岩溶管道	乌江渡、江垭、窄巷子、官厅坝趾
II	双层含水层		①上部岩溶发育较强,隔水层以下,岩溶受到限制; ②形成双层含水层,下部可能形成承压水	百花电站坝、东风坝趾
III	多层含水层		①受多层隔水层限制,深部岩溶明显减弱; ②可能形成多层岩溶含水层,有承压水或半承压水	修文电站坝趾、红林电站坝趾
IV	混合含水层		①常沿断层带附近发育深岩溶; ②各岩溶含水层之间,地下水的联系较复杂	猫跳河红板桥下游河段、三江口坝趾

表 3-4 以构造类型划分的河谷岩溶水文地质结构 (根据邹成杰)

型号	名称	图式	基本特点	工程实例
I	单斜型(纵谷或横谷)		①愈近河谷,岩溶愈易发育; ②沿层面易发育纵向岩溶管道	猫跳河红林坝趾、鲁布革坝趾,云南麦田河、蚂蟥河、彭水
II	背斜型		①轴部附近岩溶发育,常沿纵张或横张裂隙发育岩溶管道; ②有隔水层时,可形成承压水	阿岗水库部分库段、修文坝趾
III	向斜型		①核部附近岩溶发育,可沿纵张或横张裂隙发育岩溶管道,贯通两翼; ②一般情况下,水流向心汇流;特殊情况下,水流可穿越轴部,向一翼排泄	毛家村水库、以礼河水槽子下游段
IV	断裂型		①沿断裂带附近易形成深岩溶; ②水动力条件复杂,各含水层地下水易形成统一水力联系	三江口坝趾(类似)

2. 河谷岩溶水的垂直分带。

岩溶发育和岩溶水的赋存除在平面上不同区域有差异外,在垂向剖面也具有不均一性。根据岩溶地下形态特征及水动力条件的变化规律,Д. С. СОКОДОВ 将厚层缓倾斜灰岩地区划分为四个水动力带(图3-20)。

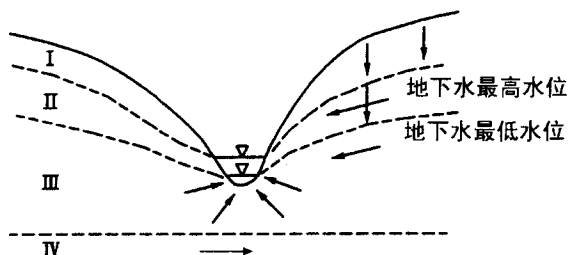


图3-20 岩溶水在剖面上的水动力分带

I——垂直入渗带；II——水位季节变动带；

III——受当地水文网控制的水平循环带；IV——深循环带(根据王大纯等,1980)

(1) 包气带(垂直入渗带)

位于最高地下水位以上,主要是垂直下渗的重力水,岩溶形态以垂直形态(如溶隙、落水洞等)为主。本带厚度由高山峡谷处厚达数百米到平原地区有时仅几米至十几米。如局部有渗透性很低的相对隔水层存在,其上可赋存上层滞水并以季节性泉出露。

(2) 水位季节变动带(垂直水平交替带)

即地下水高水位与低水位之间的地段。地下水流动方向随季节变化,枯水季节时成包气带,水流以垂直下渗为主;丰水季节成饱水带,水流呈水平运动。因此本带的主要特征为既有垂直水流又有水平水流,既有垂直岩溶形态,又有水平的岩溶形态。本带厚度取决于岩溶水的变化幅度,由几米到几十米。

(3) 水平渗流带(潜流带或饱水带)

地下水受当地侵蚀基准面控制,作水平运动,岩溶以水平形态为主。大部分水平的溶洞都在这一带中。在近河岸处,可溶岩中卸荷裂隙发育;地下水流集中,水量大;又有与河水交替的混合作用,故岩溶发育最强烈。在我国南方的湿热气候条件下,常发育暗河系统,成为水平循环带中的集中径流区。通过岩溶管道流排泄的水量占含水层总流量的比例很大,有时可达 50% 以上。

(4) 深部循环带(虹吸渗流带)

位于当地侵蚀基准面以下,因而地下水运动已不受当地侵蚀基准面的控制,主要受地质构造条件影响,在一定水头压力下向远处区域性基准面缓慢流动,参与区域性水循环,交替作用缓慢,岩溶形态以细小的溶隙和溶孔为主并且越向深部岩溶发育越差,直至消失。

以上分带,对单一岩溶河谷较适用。

(三) 岩溶水的补给和运动特点

一般把秦岭—淮河以北的岩溶称为北方岩溶,以南为南方岩溶。由于北方和南方岩溶的发育状况不同,因此岩溶水的分布、径流、补给、动态等方面的特点也有所差异。

南方岩溶介质比北方具有更强的非均质性和各向异性。在南方岩溶地区,地下水流以管道流为主,岩溶管道或地下河构成地下径流的主干。在两个管道流之间,地下水在层理、节理、裂隙和溶孔中运动,运动状况和一般的渗流相似,即南方岩溶地区同时存在两种地下水运动形式:管道流(管流)和裂隙流(渗流)。管道流流动阻力小,流速大,导水性好,据湖北、广西、云南、贵州等地研究资料^[22],南方地下河系发育区岩溶水流速一般枯水期为 8.64—17.28km/d,平水期 17.28—43.2km/d,洪水期 43.2—129.6km/d,极端流速可达 172.8km/d。可见在管道流或地下河发育区地下水运动已不服从达西定律。管道流和其周围的裂隙流存在着水量交换关系。管道流系统中,在补给期水位的上涨和消退都比较快,水

位上涨期间,其中的地下水补充周围的裂隙,但雨后水位很快消退,低于周围裂隙流的水位,裂隙和溶孔中的地下水源源不断地补给管道流,维持枯季地下河或泉水流量,乌江水系乌江渡电站以上流域就具有我国南方岩溶流域的特点。

北方岩溶地区,由于岩溶发育相对较弱,多属裂隙-岩溶水。含水层富水区的地下水往往具有统一的地下水面,像南方岩溶区那种孤立的管道水流较少发现,透水性相对比南方岩溶较均匀,具有宏观渗流性质。万家寨水电站的岩溶具有我国北方岩溶的特点。

岩溶水的补给来源是大气降水,按其补给方式大致分为三种:

(1) 灌入型:大气降水到达地表后,形成坡面径流,然后通过漏斗、落水洞、竖井、脚洞等岩溶通道直接灌入地下,转变成岩溶水。它常常是地下河或管道流的主要补给水源。这种补给方式多出现在裸露型岩溶,特别是南方裸露型岩溶地区,特点是入渗快,一般雨后数小时或数天即可转变为地下水。例如乌江水系乌江渡水电站以上流域的岩溶多属此类型。

(2) 渗入型:大气降水沿着细小裂隙或透过植被、土壤缓慢地渗入地下,水流由细小裂隙汇入大裂隙,最后汇到管道和大的溶隙中,雨水转变为地下水的时间滞后于降水。万家寨水库区的岩溶多属于此类型。

(3) 间接补给型:在隐伏岩溶地区,降水先补给可溶岩上面的第四系透水层,通过第四系补给岩溶水。入渗的水在第四系中有一个流动过程,使得补给平均化,亦即把降雨的脉冲型补给转化为一段时间内的连续补给,这种补给方式滞后的时间最长。如山东淄河地区。

岩溶地区有时可看到这一种现象:一方面泉流量(或矿山排水量)对降水很敏感;另一方面,如对比降水和排水量的动态曲线又发现明显的滞后,如湖南斗笠山矿区,疏干巷道距最近的补给区

不到 1 公里,降雨后 5—10 小时,矿井涌水量明显增加,但最大流量出现的时间比最大降水出现的时间要晚 1 个月左右。

这种现象说明了除该区补给区范围大,水流到排泄区的时间不同以外,还因为岩溶山区同时存在快速流(管道流)和慢速流(裂隙流)两种地下水流。快速流导水性好而贮水量小,慢速流导水性差而贮水量大,因而造成上述地下水排泄量对降水量既敏感又滞后的现象。

岩溶地区的裂隙和岩溶的发育总是不均匀的,有大的、连通的裂隙和通道,也有微小的裂隙和溶穴,大的裂隙和溶洞所占的总体积一般比较小,大量的是细微裂隙和溶穴。图 3-21 是一个理想化的模型,反应了岩溶地区裂隙-岩溶含水层的双重介质的特点。模型有两个水箱,水箱的大小表示贮水量的多少,箭头表示水流的方向,箭头的粗细表示水流动的难易,粗箭头处水容易排泄。水箱中的水位代表地下水的平均水位。大的裂隙和管道以导水为主,贮水量小,以水箱 A 表示。细微裂隙和溶穴以贮水为主,以水箱 B 表示,但导水性小。水箱 A 易于出流,水位迅速下降,和水箱 B 有水头差,B 中所贮的水源不断地通过小裂隙(溶隙)补充 A。这一模型解释了岩溶地区的地下水排泄量既对降水反应敏感又有滞后的效应。

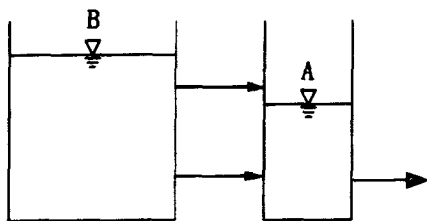


图 3-21 双重介质排水的理想化模型

南方岩溶水流量动态的特点是变幅大,变化迅速。如果以年最大流量和最小流量之比作为不稳定系数,则不稳定系数小者有数十,大者有数百或数千。其次是滞后时间短,流量峰值出现的时间滞后于降水时间一般只有数天或数十天,流量的大小一般只和当月和前几个月的降水有关。

北方岩溶水的动态特点则不同,其特点是不稳定系数小,年变幅小,流量变化缓慢,最大流量滞后于最大降水达3—5个月,泉水流量和前数年的降水有关,如山西神头泉的流量和当年以及前9年的降水量有关。

岩溶地区常具有地下水与地表水反复转化的特点。河流时明时暗,时而地上时而地下,不仅南方岩溶区有这现象,北方岩溶区某些地段也有这特点。

综上所述,岩溶地下水运动特点可归纳为:岩溶含水介质具有多重性,并具有裂隙流与管道流并存;层流和紊流并存;线性流与非线性流并存;连续水流与孤立水体并存等特殊水流规律。岩溶地区水资源概化模型如图3-22所示。

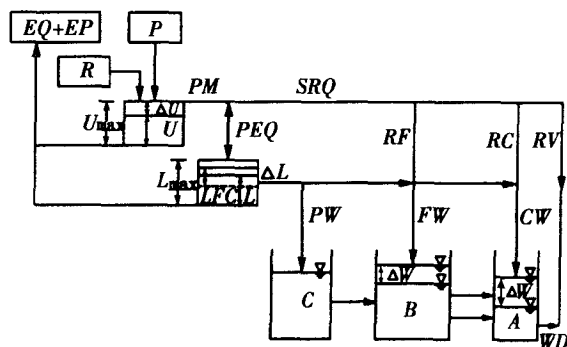


图3-22 岩溶地区水资源概化模型

图中 P 为直接降落在补给区的降水量; R 为虽未直接降落在

补给区,但由坡面径流流到补给区的降水量; $U_{\max}$ 为洼地和植物拦蓄的最大水量; U 为雨前的洼地和植物的拦蓄量; $\Delta U = U_{\max} - U$; PM 为产流量; SRQ 为地表径流; PEQ 为进入松散覆盖层的入渗量; RF 为渗入微小裂隙的补给量; RC 为灌入大管道的补给量; $L_{\max}$ 为包气带最大蓄水量; LFC 为包气带最大持水量; L 为雨前包气带的含水量; ΔL 为雨后包气带的水分增量; EP 为地面蒸散发; EQ 为土壤蒸发; RV 为地表水流; ΔW 为含水层中地下水储存量的增量; C 为松散的孔隙含水层; B 为裂隙含水层; A 为管道及大溶洞; PW 为孔隙地下水; FW 为裂隙地下水; CW 为管道地下水; WD 为地下水排泄量。

第五节 滨海及海岛中的地下水

一、滨海三角洲沉积物中的地下水

河流注入海洋,水流由动水进入静水,流速变缓并发生散流。随着离河口愈远,沉积物颗粒愈细。

进入海中的水流仍有一定流速,水流两侧流速缓慢处形成自然堤,并在海洋中建立“河道”。自然堤堆积到一定高度,水流冲决自然堤而往复摆动,并不断向海中延伸,终于形成三角洲。

三角洲的形态结构和洪积的有些相似,它可分三部分。(1)河口附近主要是砂,表面坡度平缓,为三角洲平台。(2)向外渐变为坡度变陡的三角洲斜坡,主要沉积物为粉细砂层。(3)再向外为原始三角洲,其中沉积淤泥黏土。由图3-23可见,三角洲沉积物自下而上粒径变粗,自外向内,粒径也变粗。

滨海三角洲沉积一般均属半咸水沉积。其中的地下水,一般矿化度高,不能用于供水。近期勘察表明在某些滨海三角洲的下部,有时仍有淡含水层,可利用为供水水源。

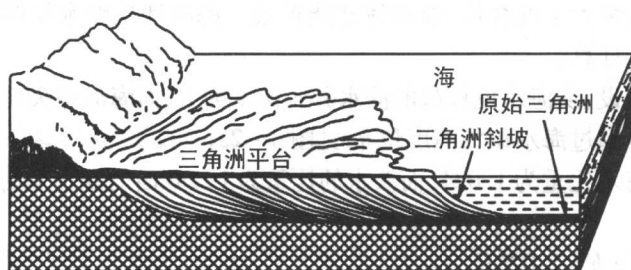


图 3-23 三角洲沉积结构示意图(根据王大纯等,1986)

二、海岛中的地下水

海岛由于远离陆地,小的海岛无地面河流,而且由于所处的地形地貌条件,不利于淡水的蓄积,多数海岛的淡水资源非常贫乏。

海岛中的地下水含水层,既有潜水含水层,又有承压含水层;既有孔隙含水层又有裂隙含水层及岩溶含水层。这些已在第四节中介绍过。

下面我们仅讨论海岛沙丘中的地下水。

由沙丘形成的滨海和海岛常分布有淡的潜水。大气降水为其主要补给来源。另外还可依靠附近高地的底流水从侧向补给,此时潜水位呈缓波状。见图 3-24。

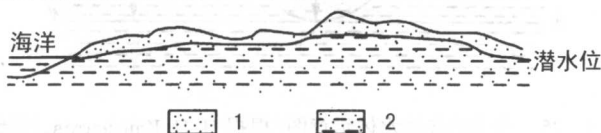


图 3-24 沙丘中的潜水位(根据 П. П. Климентов, 1956)

1——砂;2——含水砂

在沿岸沙丘地段,在某一深度内淡水逐渐被咸水代替。当淡

水补给量大于混合量,淡水体才能形成。海岛沙丘淡水层厚度可用下式计算。

假设,从海水位算起的淡水分布深度为 H ,而海岛中央部分的淡水位超过海水位的高度位 h ,见图 3-25。

海水比重为 1.024,而淡水的比重为 1, AA' 面的静水平衡条件为:

$$H + h = 1.024H$$

$$h = 0.024H = H/42$$

$$H = 42h$$

因此,岛上的淡水位高出海水位的值大约为从海水算起的淡水分布深度之 $1/42$,这样就可以很容易地确定出淡水层的厚度。

$$h + H = h + 42h = 43h$$

在抽取海岛沙丘中的潜水时,抽取的水量不应大于降水入渗量和侧向的淡水所能供应的数量,否则会造成海水入侵。

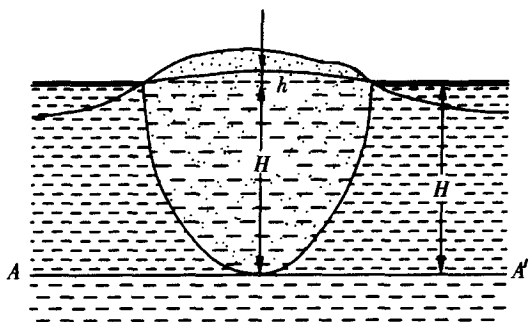


图 3-25 海洋砂岛淡水体示意图(根据 П. П. Климентов, 1956)

第六节 区域地下水流的概念

在前面各节中我们介绍了各类地下水的特征,本节主要讨论在一个地下水盆地内,天然地下水是如何流动的。

一、无压含水层中稳定的区域地下水流

(一) 休伯特和托斯的流动模型

1. 休伯特天然流动模型

1940年休伯特(M. K. Hubbert)首次给出了均质、各向同性情况下无压含水层中的区域地下水流模型。假设有一系列长的平行的山脊和河谷,垂直其走向切一横断面,地下水主要从降水入渗接受补给,其流网如图3-26所示。从图中可以看出,山脊部分水流是向下的,河谷部分水流是向上的。沿CD线为地下水的分水岭,没有水流流动,类似于一个隔水边界。沿河谷的中轴线AB也没有水流的流动。因此我们可以把ABCD作为一个单元(图中的阴影部分)来进行研究。在有入渗的情况下,潜水面不是流线,流线和潜水面有一个交角。

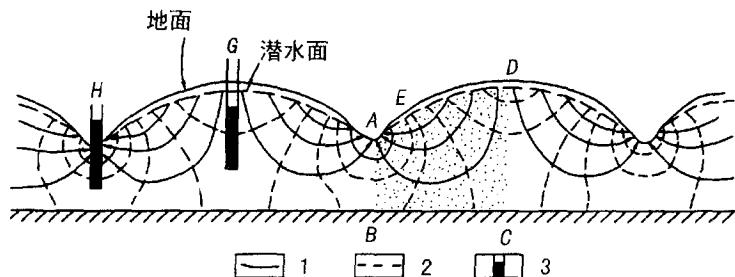


图3-26 二维垂直剖面上稳定的区域地下水流的形式

1——流线;2——等势线;3——测压管及其中的水(根据M. K. Hubbert修改)

如果潜水面附近的流线有一个向下的分量,或流线与潜水面的交角锐角指向上游,则该区为补给区,如图 3-26 的 ED 。反之,如果潜水面附近的流线有一个向上的分量,当流线与潜水面的交角锐角指向下游,则该区为排泄区。以上情况表明,补给区和排泄区的划分,不仅取决于地质条件,也取决于水力条件。当含水层裸露时,不一定是补给区,有时可能是排泄区。如果在补给区安装测压管(或过滤器很短的钻孔),如图 3-26 的 G 孔,其水位低于当地的潜水位,测压管埋设得愈深,管中水位愈低。安装在排泄区的测压管正好相反,埋设愈深水位愈高。在河谷中可能自流,如图 3-26 中的 H 孔。但这不是承压水造成的。说明没有隔水顶板也能形成自流水。

2. 托斯流动模型

托斯(J. A. Toth, 1962, 1963)用拉普拉斯方程的边值问题也解得图 3-26 的 $ABCD$ 中流网。他同时把一个地下水盆地的地下水流划分为局部流系统,中间流系统和区域流系统,见图 3-27b。区域流系统是从盆地边缘的最高的补给区至盆地中最低的排水基准面的流动。因为补给区域流的补给区面积和区域流的贮水量相比是很小的,故水交替缓慢,循环的深度大,在岩石中停留的时间长。所以区域流排出的水具有较高的矿化度和温度。局部流系统是从补给区排至相邻河谷的水流。流动速度快,循环深度浅,因而水温接近年平均气温,矿化度也较低。中间流系统介于两者之间,它至少跨越一个以上的局部流。

在两个水流系统的交接处可能存在驻点(Stagnation Point),如图 3-28。该处水是不流动的。如在该处注入废液,废液只发生分子扩散,而不会随水流流动。

以上的流动模型都是对稳定流得出的,实际的水流总是非稳定的,潜水位上下波动。如果波动的幅度和系统的垂直厚度相比很小,潜水面在变动过程中轮廓不变(即最高点,最低点等位置不

变),上述流动模型依然适用。

(二)盆地相对深度的影响

我们用盆地的深度和宽度的比值表示相对深度。相对深度对流动系统有较大的影响。图 3-27b 的深宽比为 $1/2$,三个流动系统都发育完整。图 3-27a 的潜水面轮廓和图 3-27b 完全相同,但深宽比为 $1/20$,只发育局部流系统。

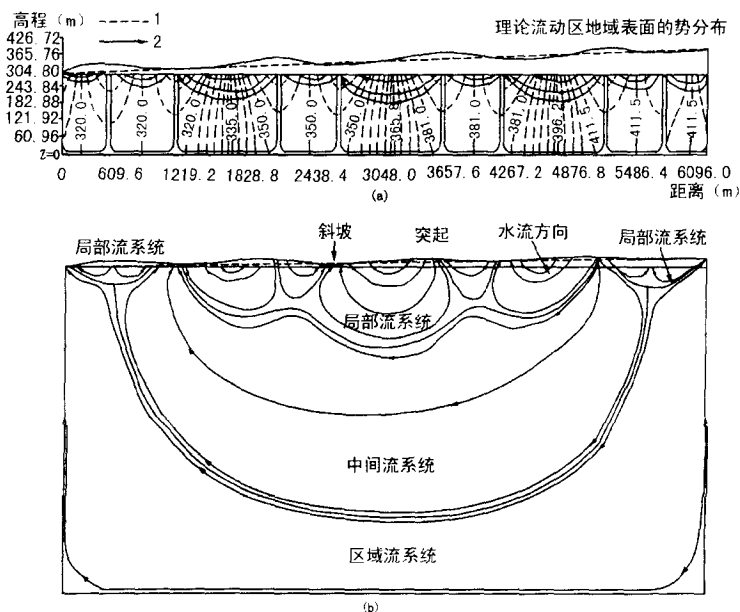


图 3-27 排水盆地的地下水流

(a) 盆地深度和宽度比为 $1/20$; (b) 盆地深度和宽度比为 $1/2$

1——等势线;间距为 3.048 米(10 英尺);2——流线(根据 J. A. Toth)

(三)地形的影响

地形对盆地流动系统的影响见图 3-29。当地形起伏较缓时,有区域地下水流存在,如图 3-29a。在同样条件下,如地形起

伏变得强烈,则只有局部流存在,见图 3-29b。

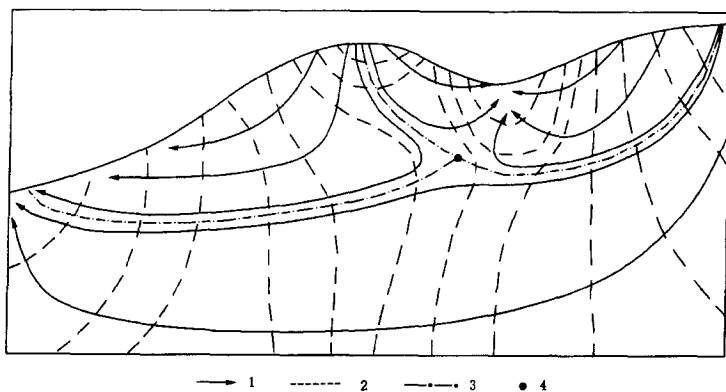


图 3-28 驻点附近的流场

1——流线;2——等势线;3——流动系统边界;4——驻点(根据 C. W. Fetter)

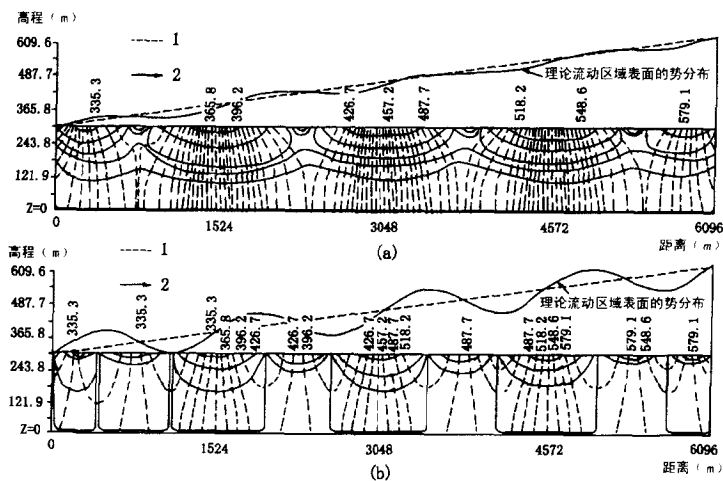


图 3-29 地形对区域地下水流式影响

1——等势线;2——流线(根据 J. A. Toth)

二、实例

图 3-30 为西班牙泰求士河第三纪盆地的局部流系统,中间流系统和区域流系统的示意图^[22]。图 3-31 为美国大盆地地区的区域水流系统。

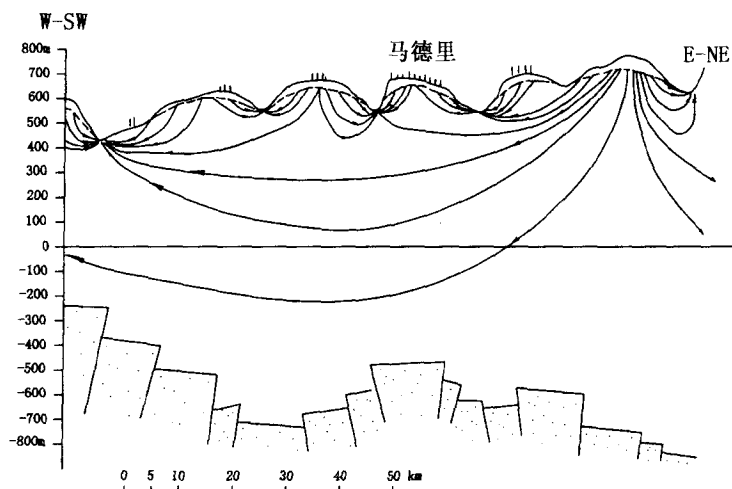


图 3-30 西班牙泰求士河第三纪盆地地区地下水流示意图
(根据 M. R. Llamas 等)

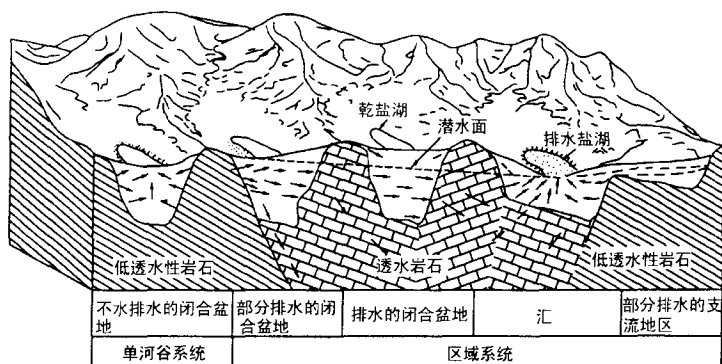


图 3-31 美国大盆地的区域水流系统
(根据 T. E. Eakin 等)

第七节 泉

地下水的天然露头称为泉。根据补给泉的含水层的性质,分为下降泉和上升泉。下降泉由潜水或上层滞水补给。上升泉由承压水补给。

根据出露条件,下降泉可分为侵蚀泉、接触泉和溢流泉。

受侵蚀作用,潜水面出露地表而成的泉称为侵蚀泉,多分布在沟坡或坡脚处,见图 3-32a;当地形切割达到含水层的隔水底板时,地下水从两层接触处出露成泉称接触泉,多分布于不同透水性岩层的接触带上,见图 3-32b;因隔水底板隆起,或相对隔水层的阻挡,使潜水面抬高出露地面而成的泉,称溢流泉,见图 3-32c。

下降泉的动态特点是受气象、水文因素影响较大,泉流量随季节变化而变化。

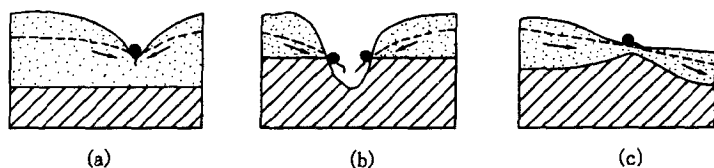


图 3-32 下降泉的主要类型 (根据王大纯等修改)

上升泉按其出露条件可分为自流斜地泉、自流盆地泉、断层泉和接触上升泉。

自流斜地泉常见于山前地区,这里发育有单斜构造,或者由于相变,含水层向前方尖灭,因此山麓不透水层覆盖的边缘部分出露的泉是自流斜地泉,见图 3-33a。

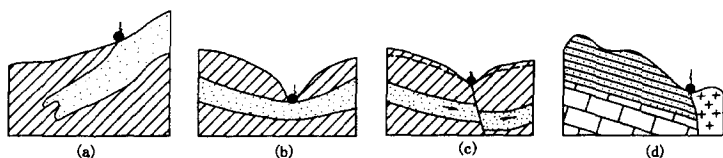


图 3-33 上升泉的主要类型

自流盆地泉常因承压盆地中的承压含水层被切割,使承压水涌出地表而成的泉。见图 3-33b。断层泉是承压含水层被断层所切,地下水沿断层带上升涌出地表而成的泉,多呈线状出露于断裂带上,见图 3-33c。图版 4。接触上升泉是承压水受岩脉或侵入体的阻挡,沿接触带的裂隙上升涌出地表而成的泉,呈线状出露于接触带,见图 3-33d。

在地形、地质、水文地质条件有利结合下,可出现泉群。例如济南有泉城之称。

第四章 地下水的补给、排泄和动态

地下水是地球上水循环的一部分。一个地下水盆地中的地下水资源,从大气降水、地表水以及邻近的地下水得到补给,在含水层中流动,最后通过天然的蒸发、流出或人工开采而排泄。地下水资源的增减是在补给与排泄不平衡的条件下产生的。

第一节 地下水的补给

一、降水入渗补给

降水是自然界水分循环中最活跃的因子之一,是地下水的重要补给来源。

一般降落到地面的水分不能直接到达地下水面,因为在地面和地下水面中间隔着一个包气带,入渗的水必须先满足包气带水的需要,多余的水在包气带中向下运动才能到达地下水面。降水入渗的机制,可用图 4-1 的理想化模型表示。

降水入渗到达地下水面的过程,可用水经过两个蓄水池的过程来模拟。上一个蓄水池 U 用来模拟地表的洼地蓄水和植物的拦蓄贮水。降雨后,直接降落在含水层露头区的水量 P 和虽降落在露头区外但由坡面径流流入补给区的水量 R ,首先要填满一些洼地(指一些底板隔水的洼地,一些底部透水的洼地中的水,可以入渗补给地下水,不在此列)和为植物所拦蓄。想象蓄水池原有的蓄水量为 U ,最大蓄水量为 $U_{\max}$,只有当

$$P + R - \Delta U = P + R - (U_{\max} - U) > 0$$

时,才能产生径流 PM (包括地表径流和入渗)。

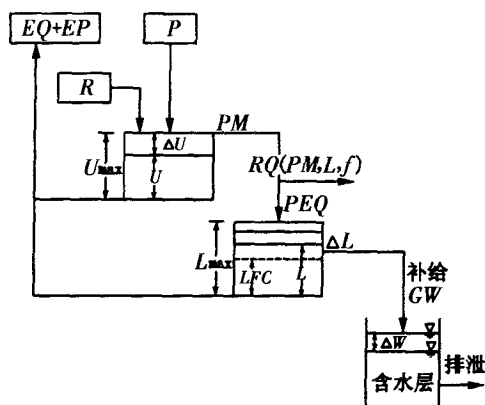


图 4-1 降水入渗的机制

P ——直接落在露头区的降水量； R ——虽未直接落在露头区，但由坡面径流到露头区的降水量； $U_{\max}$ ：洼地和植物拦蓄的最大水量； U ——雨前的洼地和植物拦蓄量； $\Delta U = U_{\max} - U$ ； PM ——产流量； RQ ——地表径流； PEQ ——入渗量； $L_{\max}$ ——包气带最大蓄水量； LFC ——包气带最大持水量； L ——雨前包气带的含水量； ΔL ——雨后包气带的水分增量； EP ——地面蒸发； EQ ——土壤蒸发； GW ——地下水； f ——包气带的入渗率； ΔW ——含水层中地下水储存量的增量（根据 Ben Zvi 和 Goldstoft, 1972.）

水量 PM 进一步分成两部分：一部分变成地表径流 RQ ， RQ 的大小和 PM 、包气带的蓄水量 L ，包气带的入渗率 f 等有关，记作

$$RQ = RQ(PM, L, f)$$

另一部分渗入地下，记作 PEQ 。包气带也可看作另一个蓄水池 L 。入渗的水量 PEQ 渗入包气带后，加上原来包气带的水量 L ，变成蓄水量 $L + \Delta L$ 。当其值大于某一临界值 LFC （即包气带到达最大持水量时所具有的水量）以后，多余部分才有可能继续入渗，转变成地下水，即对地下水产生补给。亦即当 $L + \Delta L > LFC$ 或 $PEQ - (LFC - L) > 0$ 时，才能入渗补给地下水。

由上述可知，不是所有的降水都能对地下水产生补给，只有当降雨量 P 大于某一临界值以后，才有可能补给地下水。称为临界

降水量。因此可以写出入渗补给量的表达式

$$\left. \begin{aligned} P_r &= \alpha'(P - P_0) && \text{当 } P > P_0 \text{ 时} \\ P_r &= 0 && \text{当 } P \leq P_0 \text{ 时} \end{aligned} \right\} \quad (4-1)$$

式中 α' 为某一系数。

当然,在地表和包气带都有蒸散发,分别以 EP 和 EQ 表示,这一部分水仍回到大气中。

渗入含水层中的水,使地下水位升高 ΔH , 水量增加 ΔW 。这一部分水量通过排泄点逐渐排泄,天然状态下通过泉排泄,人工开采时通过矿坑排水或水井开采排泄。平原区地下水在埋藏深度浅的地方有蒸发排泄,基岩山区补给区地下水埋藏深,蒸发排泄是很少的。

降水入渗补给系数是衡量降雨补给地下水多少的指标。降雨入渗补给系数 α' 为降水入渗补给量和有效降雨量的比值。

$$\left. \begin{aligned} \alpha' &= \frac{P_r}{P - P_0} && \text{当 } P > P_0 \text{ 时} \\ \alpha' &= 0 && \text{当 } P \leq P_0 \text{ 时} \end{aligned} \right\} \quad (4-2)$$

但临界降水量 P_0 决定于某一时间段内的总雨量、雨日、雨型和其它气象因素以及时段之初的包气带含水率和地下水埋藏深度,因而是随时间而变的,其值很难确定。图 4-2 表明了少量的降水对地下水的补给状况因雨前土壤含水率 θ 的不同而异。当雨前土壤含水率小时,下渗的雨水被干燥的土壤所吸收,少量的降水对地下水没有补给。如果雨前的土壤含水率等于或超过田间持水量,下渗的水不再被土壤吸收,少量的降水对地下水也有补给作用,根据敬安站 1960—1961 年资料。当雨前土壤含水率 $\theta < 10\%$ 时,小于 30mm 的降水对地下水没有补给。若雨前土壤含水率 $\theta > 25\%$,即使少量降水也对地下水有补给作用。

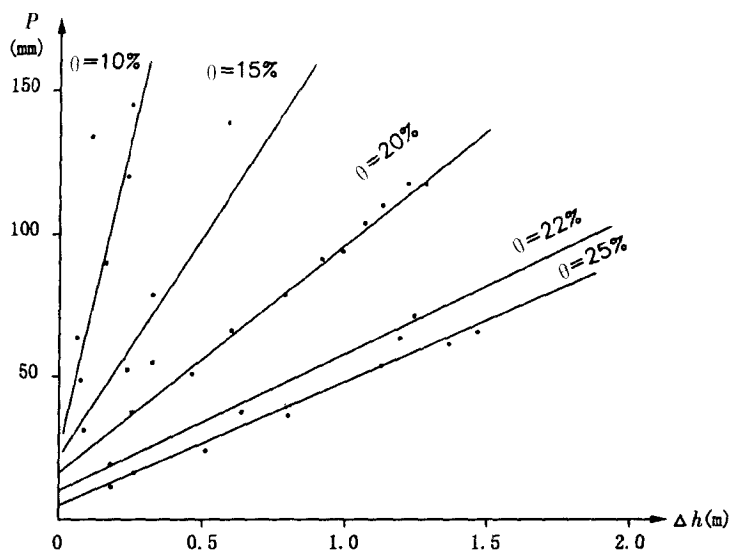


图 4-2 以含水率 θ 为参变数时降水量 P 和
潜水位变幅 Δh 相关图(根据敬安站 1960—1961 年资料)

图 4-3 说明当土壤含水率基本相同的情况下,地下水埋深愈大,包气带愈厚,则在入渗的过程中消耗于包气带的水分愈多。仍以敬安站资料为例,当雨前地下水埋深大于 3.5m 时,小于 24mm 的降水量对地下水无补给作用。当地下水埋深为 1.5m 时,降水量大于 8mm,就开始对地下水有补给。由上两例可见影响临界降雨量的因素很复杂,通常用地下水动态资料分析得到的 P_0 值仅仅是一个参考值。为便于使用,我国目前多采用下式定义降水入渗补给系数

$$\alpha = \frac{P_r}{P} \quad (4-3)$$

由(4-3)式,只要已知降水量 P 和入渗补给系数 α ,很快就可求

得降水入渗补给量 P_r , 即

$$P_r = \alpha P \quad (4-4)$$

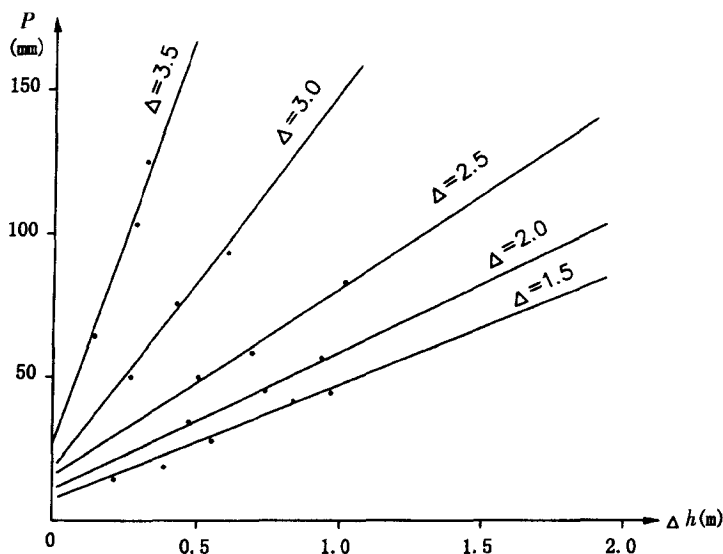


图 4-3 以潜水埋深 Δ (以米计) 为参数时降水量

P 和潜水位升幅 Δh 相关图 (根据敬安站 1960—1961 年资料)

显然,降水入渗补给系数 α 不是一个常数。它是随空间和时间而变的,不仅不同地区具有不同的值,即使在同一地区,不同时间段的降水入渗补给系数也不同,年平均、月平均、雨季、旱季、一次降雨的降水入渗补给系数数值也各不相同。

在地下水埋藏深度较小的平原区,当毛管水饱和带到达地表面附近时,即使下再大的雨也没有地方可以蓄水了,也就是说该地不能再继续接受降水入渗,入渗受到一定的限制,没有入渗的降水多呈地表径流流走。这些地区在开采后,特别是汛前由于大量开采地下水,地下水位大幅度下降,腾空地下库容,为降水入渗补给

创造良好条件,可见在该种条件下,开采前的平均降水入渗补给系数比开采后的小。例如据敬安站(1962—1965年,开采前)和(1974—1976年开采后)资料分析,得出开采前汛期多年平均降水入渗补给系数 $\alpha=0.24$,开采后汛期多年平均 $\alpha=0.33$ 。说明了 α 值是随着时间和地下水的埋藏深度的变化而变化的。

当汛前的地下水面埋藏深度达到了一定深度,或者说汛前“地下水库”腾空了一定的库容,地下水埋深如果再继续增加,不但不能增加入渗补给,反而因为入渗途径增长,补给地下水的数量相应减少,这种现象很多地方的资料都已证实,例如江苏徐州、山西、河南等地都有这样的例子。在地下水资源评价时,必须注意 α 值的选用。

在一个封闭的流域,入渗补给系数在0—1的范围内变化。在山区,其值和基岩露头的覆盖情况关系很大。裸露的灰岩露头区,入渗补给系数相当大,但有坡、残积覆盖时,一方面使透水性减小,影响入渗率;另一方面覆盖土层要吸收并保持一部分降水,使入渗补给系数减小很多。当仅仅计算含水层的露头区的入渗补给系数时,如果分水岭和含水层出露边界不一致,到达露头区地表面的水,除了本区降水 P 以外,可能还有外来的坡面径流 R , P 和 R 都在露头区入渗,二者很难区分。入渗量 P_i 可能大于降水量 P ,这就可能出现露头区的入渗补给系数 α 大于1的情况。但这种情况较少出现。

对于一个地下水盆地,从多年平均来看,补给量等于排泄量,但对某一具体时段,排泄量不等于同期的补给量,故入渗补给系数就不能简单地用本月(或本旬)的排泄量除以同期的降水量。某月的降水补给量往往需要几个月才能排泄完毕;而在某月的排泄量中,往往包含有上个月、上上个月或几个月以前的降水入渗部分。

二、其它水源的补给

(一) 河水和水库水的渗漏补给

在干旱半干旱地区,如祁连山、天山、昆仑山、阿尔泰山、贺兰山、阴山等山前地带,常发育着洪积层,呈洪积扇或洪积裙地貌形态。由于高山冰雪消融水补给河流,河流有一定的流量,当河流进入山前沙砾层构成的戈壁带时,由于沙砾层渗透性良好,大量河水入渗补给地下水。该处河流呈间歇性或全部没入地下而断流。根据 20 世纪 60 年代先后对疏勒河、北大河、黑河等实测资料^[22],河流渗漏量与河流流量关系密切(图 4-4 a)。在水文地质条件相似的情况下,渗漏量与流程、河道宽度有关。据实测资料,疏勒河的单位长度渗漏率(单长渗漏率)为 1.23% ~ 1.75%,总渗漏率为 49% ~ 70%,而在河道狭窄的地段,河水平均单长渗漏率 0.23% ~ 1.52%^[22]。

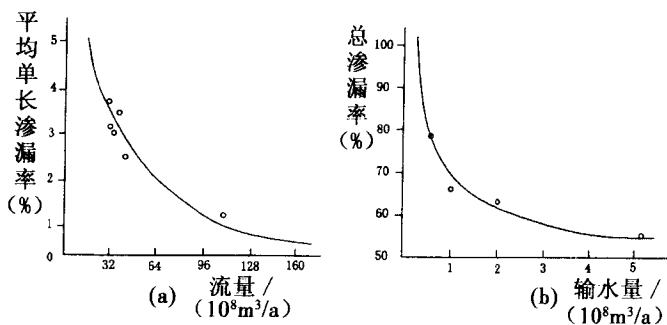


图 4-4 甘肃某些河流的渗漏率和河流流量的关系

(a) 疏勒河及黑河瞬时流量和渗漏率曲线

(b) 黑河年输水量和总渗漏率关系曲线

(根据甘肃省第二水文地质队)

在气候温暖、湿润的平原区,降水充沛,地表水丰富,有时河水入渗补给地下水成为该区地下水资源形成的重要途径。例如在成

都平原西部的冲洪积扇中、上部及各大河两侧的阶地、漫滩,因表层覆盖薄,砂卵石层渗透性良好,再因上游龙门山一侧雨量达千余毫米,河渠多在砂卵石层中通过,故大量降水和地表水补给了地下水^[22],图4-5说明了这一点。

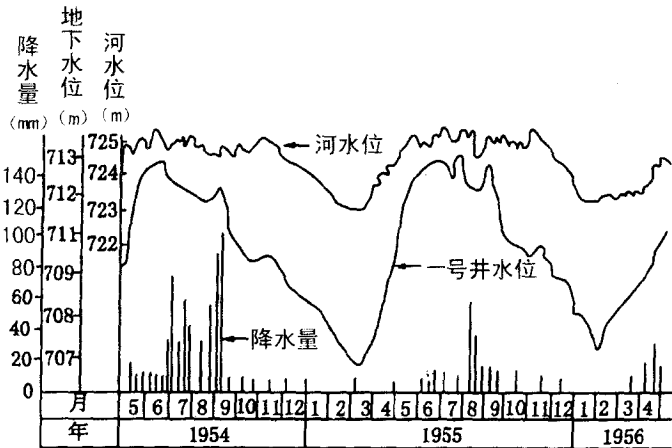


图4-5 灌县地下水位与河水位、降水量关系曲线

(注:一号井位于灌县城南外江与内江间,井口高程为716.1m)(根据敬文深)

一般说来,在山区的河流,因河谷深切,地下水常年补给河水。在河流的中游地区,有时地下水和河水补给关系呈季节性变化,在洪水季节河水补给地下水,而在枯水季节则相反。在大河流的下游是河水入渗补给地下水的有利地带。例如我国的黄河下游,形成所谓的“地上河”,河水位常年高于两侧的地下水位,起了常年补给地下水的作用。

在水库区,特别在岩溶区的水库,渗漏量往往很大,也是该处地下水的重要补给来源。例如陕西某水库坝基及两岸中下部位中奥陶统灰岩、溶洞及裂隙发育。1974年3月10日至3月31日观

测库水位由 740m 升高到 747.85m, 而水库平均渗漏量为 $0.194\text{m}^3/\text{s}$; 1974 年 4 月 1 日至 4 月 30 日, 库水位由 747.85m 抬升到 749.65m, 此时水库平均渗漏量为 $0.542\text{m}^3/\text{s}$; 1974 年 5 月 1 日至 5 月 31 日, 库水位由 749.65m 升至 751.96m, 而水库平均渗漏量为 $0.698\text{m}^3/\text{s}$; 当 1976 年 6 月 28 日至 7 月 8 日观测库水位为 757.41m 变到 756.75m, 水库平均渗漏量为 $1.7\text{m}^3/\text{s}$ 。对同一水库来讲, 库水位愈高, 渗漏量愈大, 补给地下水的水量也愈大。

(二) 融雪水和融冻水的入渗补给

我国的东北、西北等北方地区每年积雪时间比较长, 有较厚的雪盖。这些地区冬季包气带及一部分饱水的土层处于负温, 形成冻土。年平均气温高于 0°C 的地方, 冬季的冻土, 通常在夏季全部消融。由于冻土及雪盖具有缓慢持续融化的特点, 融冻水及冰雪融水的入渗系数相对比较大, 最大可达 $0.8 \sim 0.9^{[22]}$ 。入渗补给量的大小与冬季包气带冻土的厚度或冬季积雪厚度、化冻时间长短、化冻时气温高低等因素有关。每年的地下水补给期集中在夏季和秋季, 主要为 6—8 月份。在土层冻结期间, 几乎没有补给。

在我国的大小兴安岭北部、青藏高原、阿尔泰山、天山等地还有多年冻土区。大兴安岭北坡多年冻土层的温度随深度变化曲线见图 4-6。由图可以看出, 只在近地表 4—5m 深度能季节解冻, 以下 50—60m 深度常年处于负温, 是天然隔水介质, 故得不到直接的入渗补给。多年冻土区的地下水, 只有从邻近的融冻区或岛状融区得到补给。显然, 补给期也在夏季。夏季通常也是雨季, 降水和融冻水一起入渗补给地下水。多年冻土层的入渗补给是间接的, 有时补给区较远, 常常使地下水动态和降水不同步, 见图 4-7。

(三) 灌溉水入渗及渠道水的渗漏补给

灌溉水的入渗是灌区地下水的重要补给来源。虽然灌溉水入

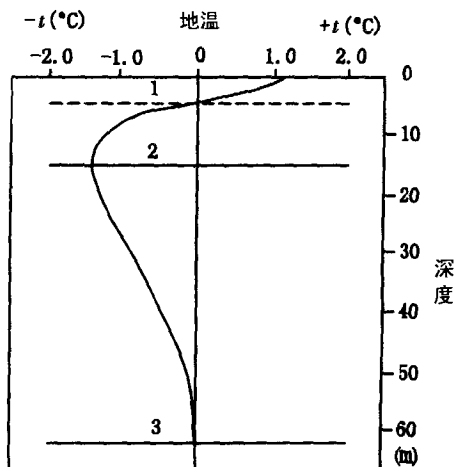


图 4-6 季节冻融层和多年冻土层温度分布图

1——季节解冻层深度;2——恒温深度;3——多年冻土层下限(根据白云旭)

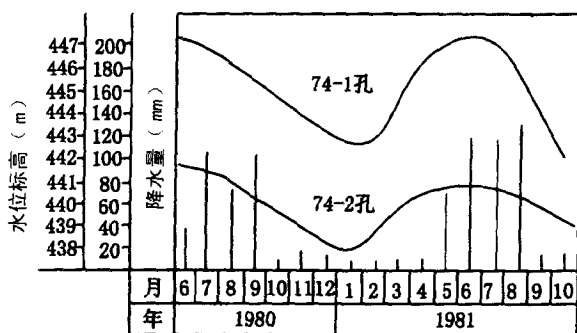


图 4-7 冻结层下基岩裂隙水动态曲线(根据白云旭)

渗的机制和降水入渗相似,但其对地下水补给的多少主要取决于灌水方式和灌水定额(即灌溉时每亩地灌水的数量)。喷灌每次用水不到 20 m^3 ,灌溉水几乎全部保留于耕作层而不下渗补给地下水。在不平整的田面上进行灌溉,灌水定额最高可接近 100 m^3 ,下渗补给地下水的有时可达 $20\% \sim 30\%$,习惯上将渗漏补给地下水的那部分灌溉水称为灌溉回归水。当然灌溉水入渗补给量的大小还和地下水的埋藏深度 Δ 有关,见图 4-8。当灌溉定额小于 $20 \text{ m}^3/\text{亩}$ 时,如果地下水埋藏深度大于 1m ,基本上没有入渗补给量。随着灌水定额的上升,入渗补给量急剧增加,和降水入渗类似,在同样的灌水定额下,一般地下水埋深愈深,则入渗补给量愈小。但当潜水埋藏过浅时,由于地下没有足够的贮水空间,反而埋藏愈浅,灌溉水入渗补给量愈小。

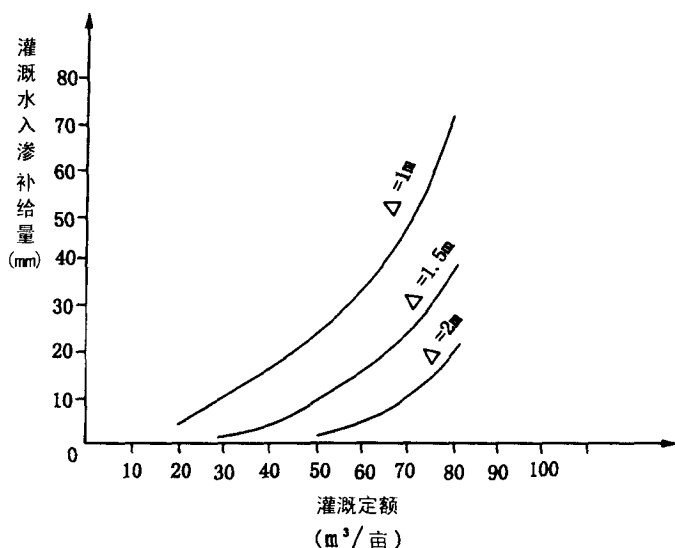


图 4-8 灌水定额与灌水入渗补给量(以地下水埋深 Δ 作参数)的关系
(根据河南人民胜利渠忠义试验站资料)

渠道对地下水的渗漏补给与地表水相似,只是灌渠密度大,且有时采用半挖半填的地上渠形式,故渗漏量相当大。大型地表水灌溉系统输水损失将近 50%,除蒸发与湿润包气带外,相当一部分补给了地下水。

其他的补给还有越流补给,虽然一般越流补给在地下水总的水量平衡中不占主要地位,但对承压水来说相对比较重要,尤其是大量开采承压水时,越流补给量不可忽视。

对于计算区外的地下水径流的流入补给;在人工回灌的地区由回灌水的补给;以及在沙漠区还有凝结水的补给等等,这里就不一一介绍。

第二节 地下水的排泄

一、潜水蒸发

潜水蒸发是指潜在土水势作用下运移至包气带并蒸发成为水汽的现象。通常把潜水蒸发称为地下水的垂直排泄。在潜水面埋深较小的地区,潜水蒸发是潜水的主要排泄途径,直接影响到潜水位消退。单位时间的潜水蒸发量称为潜水蒸发强度 ε ,其单位常为 mm/d 。潜水蒸发强度的变化,既受潜水埋深的制约,又受气象、土壤、植被等因素的影响。

(一)影响潜水蒸发的因素

1. 潜水面埋深(或包气带厚度)的影响

在地下水径流微弱的地区,当气象、土壤、植被等因素都相同的情况下,潜水蒸发将随潜水面埋深的增大而相应减小,潜水位每日消退也将随埋深的增大而减弱,当潜水面埋深增大到一定程度时,潜水蒸发趋于零,这一深度称为潜水蒸发的极限埋深。图 4-9 是根据徐州敬安站 1960-1963 年的资料绘成的图,由图中可

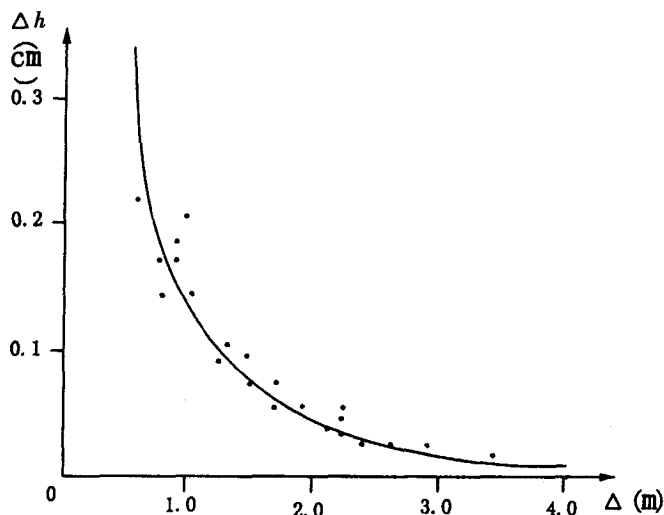


图4-9 敬安站1960-1963年每日潜水平消退值 Δh 和潜水平埋深 Δ 的关系

知,潜水平埋深 Δ 小于1.7-1.8m左右时,每日潜水平消退值 Δh 随着埋深 Δ 的减小而急剧增加。当潜水平埋深大于1.7-1.8m时,潜水平每日消退值随着埋深增加而缓慢减少。因为该地包气带岩性为亚砂土,亚砂土的毛细管上升高度大致在1.7m左右,当潜水面埋深小于该值时,潜水面离地表愈近,与潜水面相连接的毛细管水到达地表面的速度就愈快,则潜水平蒸发量愈大,水位消退快。当潜水面埋深大于1.7m时,一部分毛细管中的水虽达到地表,但上升速度却很缓慢,有的毛细管水根本没有达到地表,因此潜水平蒸发量减弱,这样潜水平位的消退也就很缓慢。根据徐州敬安站资料,该区潜水平蒸发的极限埋深为3.5-5m。潜水平蒸发极限埋深一方面与土质有关,其次也与作物等因素有关。例如根据安徽省水科院五道沟试验站资料,在无作物的条件下,中壤土(中亚黏土)为2.3-

2.5m,砂壤土(亚砂土)为4.0m左右;在有作物的条件下,中壤土为3.2-3.5m,砂壤土为5m左右。根据北京水文地质大队资料,各种岩性土的潜水蒸发的极限埋深见表4-1。不同作者对潜水蒸发极限埋深有不同的看法。上述安徽和北京的试验数据有较大的不同。也有人认为根本不存在潜水蒸发的极限埋深。

表4-1 不同土的潜水蒸发极限埋深

岩 性	潜水蒸发极限深度(m)
亚黏土	5.16
黄土质亚砂土	5.10
亚砂土	2.95
黏砂土	4.10
砂砾石	2.38

(根据北京水文地质大队)

2. 气象因素的影响

气温、水面蒸发、地温、水汽压力差等气象因素都对潜水蒸发有影响。而水面蒸发强度 E_0 就是气象因素对潜水蒸发影响的综合反映。

根据山东省打渔张引黄灌区六户试验站的资料,可看出潜水蒸发与水面蒸发关系密切,见图4-10。

由图4-10可知,当地下水埋深 $\Delta = 0.50\text{m}$, $E_0 < 8.5\text{mm}$ 时, ε 与 E_0 成直线关系;当地下水埋深 $\Delta = 1.4\text{m}$ 时,由于输水能力减弱,在水面蒸发 $E_0 < 5\text{mm}$ 时, ε 与 E_0 呈直线关系,在水面蒸发 $E_0 > 5\text{mm}$ 时, ε 为一水平线,即不随水面蒸发而增加;当地下水埋深 $\Delta = 2.2\text{m}$ 时,在水面蒸发 $E_0 = 2.5\text{mm}$ 时,即达到潜水最大蒸发强度。造成这种现象的直接原因是由于潜水蒸发强度受两方面因素

的制约,一为蒸发的能力,二为包气带的输水能力。当地下水埋深较小时,由于毛细管作用到达地表,土壤输水能力强,潜水蒸发强度主要取决于水分蒸发能力,亦即随着蒸发力(以水面蒸发强度为标志)的增大而增大。在地下水埋深较大时,水由潜水面面向地表运动路程加长,在蒸发能力相同的情况下,输水能力降低,潜水蒸发强度也随着降低。当蒸发能力大于土壤输水能力时,潜水蒸发将受土壤输水能力的限制,不再继续增加。

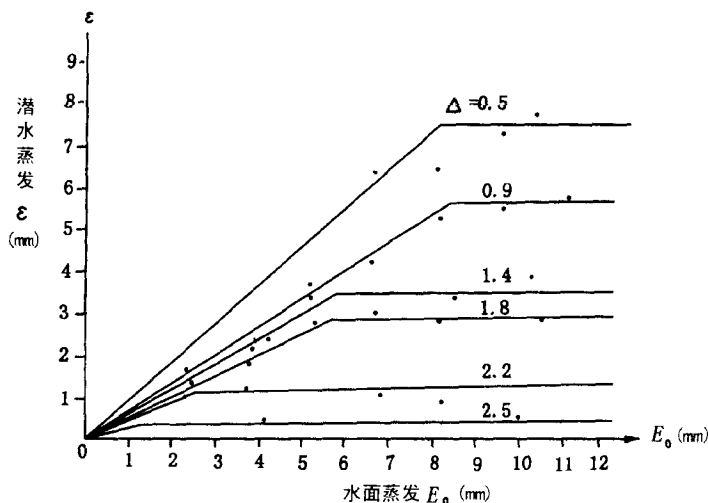


图 4-10 砂性土潜水蒸发与水面蒸发关系
(根据山东六户试验站资料)

根据徐州丰、沛县 1962 年面平均各月潜水蒸发量与水面蒸发强度比较表,也可看出当水面蒸发强度大时,该月潜水蒸发总量也大。见表 4-2。

表 4-2 丰、沛县 1962 年面平均各月潜水蒸发量表

项 目 \ 月 份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
水面蒸发强度(mm/d)	0.58	1.49	3.98	4.75	7.32	6.97	5.32	4.16	3.19	1.94	1.00	0.67
潜水蒸发月总量(mm)	0	3.38	22.5	16.2	30.8	19.7	13.9	21.1	30.8	31.1	13.3	9.8

3. 土质的影响

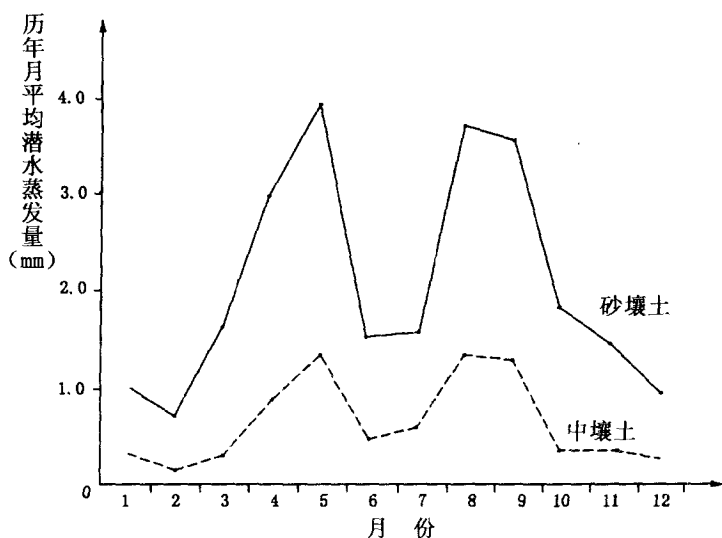


图 4-11 安徽五道沟两种土质同深同期潜水蒸发量对比

(根据五道沟试验站资料)

土质对潜水蒸发的作用,反映在土的毛细管特性上。因水是顺着土的毛细管上升而蒸发的,砂土的毛细管粗,毛细管上升高度小,但上升速度快;黏土的毛细管上升高度大,而其上升速度慢,它要达到一定高度就需要相当长的时间,因此就不可能供给地面强烈蒸发以充分的水分。而且黏土孔隙常为薄膜水所阻塞,实际上

毛细管上升达不到理论的数值。亚砂土(砂壤土)的毛细管不粗不细,最适合毛细管水的上升,为潜水蒸发创造了良好的条件。图4-11是五道沟的试验资料,它说明了土质不同,埋深相同的情况下同期的潜水蒸发量的对比。砂壤土(亚砂土)比中壤土(中亚黏土)的潜水蒸发量大。

4. 植被的影响

潜水蒸发随作物覆盖程度、作物种类、生长季节不同而异。不同作物其根系吸水能力和需水量不同,潜水蒸发也随之不同。图4-12说明了有作物处潜水蒸发比无作物的裸露的地面为大,从

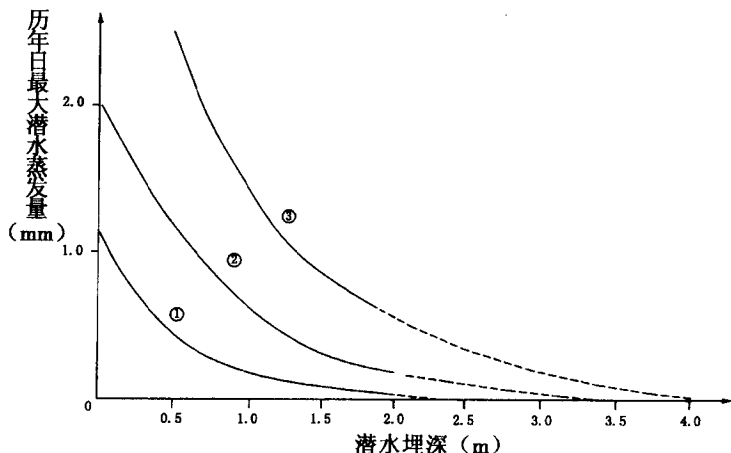


图4-12 安徽五道沟日最大潜水蒸发量与潜水埋深关系

①1968年8月份,无作物;②1972年4月份,种小麦;③1972年9月份,种大青豆。

(根据安徽省水利科学研究所)

表4-3中也说明了这一点。该图也说明了种植夏播作物大豆比种秋播作物小麦需水量大,潜水蒸发量也大。耕翻土地,可以切断毛细管,使潜水蒸发减小。如果在经过一段时间以后,土地逐渐密

实,毛细管作用恢复,潜水蒸发又可变大。

表4-3 年潜水蒸发系数表(以%计)*

地下水埋深(m) 地表覆盖情况	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
无作物	33.0	14.5	5.3	3.4	2.9	2.1	1.0	1.7
有作物	63.4	38.5	13.9	7.0	4.3	2.9	2.0	1.7

* 潜水蒸发系数为潜水蒸发与同期水面蒸发的比值,即 ε/E 。

(根据地下水资源评价)

二、其他的地下水排泄

地下水接受补给后,在含水层、岩石裂隙或岩溶管道中流动,在地形、地质条件适宜处,排出地表成泉,或排入河、湖等地表水体中。这样地下水就转变成地表水,再流入海洋。少量的地下水直接排入海洋。这种径流排泄方式也是地下水排泄的重要方式。山丘区的潜水和承压水以及平原区的承压水,多是以这种方式排泄。在多层含水层地区,还存在越流排泄。

此外,人工开采地下水,也是地下水排泄的一种重要方式。在地下水开发程度高的地区,人工开采量已占地下水排泄量的绝大部分。在我国北方的平原地区,人工开采已成为地下水的主要排泄方式。

第三节 地下水的动态

地下水的动态是指地下水的水位、流量、水温、水质等要素随着时间变化的规律。它反映了地下水的形成过程,也是研究地下水的水量平衡及其形成过程的一种手段。

地下水动态受一系列自然因素和人为因素的影响,并有周期性和随机性的变化。

一、影响地下水动态的因素

(一) 自然因素的影响

自然因素包括气象、水文、地质、土壤、生物等方面。对潜水动态而言,气象和水文因素的作用是主要的。对深层承压水来说,气象和水文因素的影响较小,而地质因素的影响相对增强。

1. 气象因素的影响

变化迅速的气象因素有昼夜的、一年的和多年周期,因此地下水各要素的变化也相应地有昼夜的、一年的和多年的周期的变化。

我国大部分地区的地下水是由降雨和融雪、融冰的水的渗入形成的。当雨季来临,降水入渗补给量增加,地下水位随之升高,

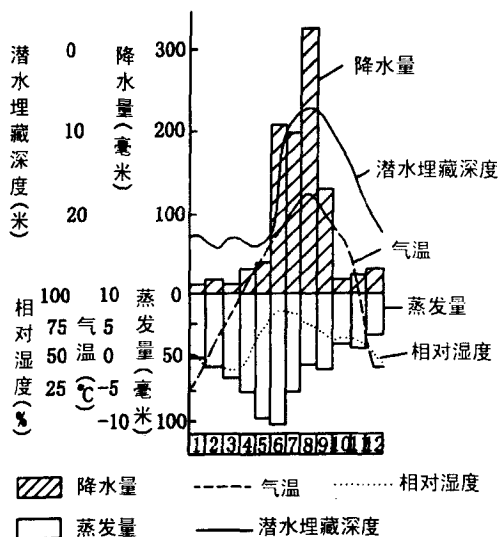


图 4-13 气象要素及潜水埋藏深度变化图(根据农业水文学)

矿化度减少;旱季到来,入渗补给量减少,地下水位急剧下降,矿化度增加,如图4-13。降雨入渗补给引起地下水位上升,一般情况下降水量大,水位上升也大。地下水位上升值与降水强度、降水类型、前期土壤含水量、地下水埋藏深度、包气带土质和厚度等因素有关。

降水补给地下水的滞后时间与土质及地下水埋深等因素有关。表土透水性差,地下水埋深大的地区,滞后现象很明显。而表土透水性强,地下水埋深较小的地区,地下水对降水补给反应很快,有时在雨后数小时至一天内地下水位即开始上升。降水入渗是引起地下水位上升的主要因素。

气温、空气相对湿度、风力等因素都对潜水蒸发有影响,而潜水蒸发是影响潜水位下降的主要因素,在平原地区更是如此。有关潜水蒸发在第二节中已作论述。

气温的变化引起潜水水温的变化,潜水温度增高可减少潜水中溶解气体的数量,增加蒸发量,从而促使潜水的矿化度增大。

气压的变化仅仅使潜水位产生伪变化,这种水位变化是因为井水面和大气相接触,大气压强的变化很迅速地反映作用于井水面上的压强的变化,但含水层内部并无此种变化。为了保持含水层内同一水平面上压强的平衡,就由井水面的变化来调节,当气压升高时井水位降低,气压降低时井水位升高,这种井水位随气压变化而升降,而不是由于地下水贮量的变化造成的,因此不能反映含水层中地下水动态的形成,故称伪变化。气压变化对开采承压含水层的水井中的水面来说,产生相当大的影响。通过大量的野外观测证明,含水层的气压系数,即井水面升降造成的压力变化与气压变化之比值在0.20-0.75范围内变动。有时刮风也能引起伪变化。地面刮风时,对井管内有抽气作用,使井管内气压降低,造成井水位升高。著者在江苏东台做抽水试验时,发现刮风引起的伪变化可达5~10cm。

承压含水层因承压区上面覆盖着隔水层,故气象因素仅对其补给区和排泄区有一定的影响。所以承压水的动态较潜水稳定。

2. 水文因素的影响

水文因素对地下水动态的影响仅局限于地表水体附近,而且还必须是地下水与地表水有水力联系时才起作用。这种联系通常表现为三种不同型式:即地表水经常补给地下水,如山前洪积扇地区;地下水经常补给地表水,如多数的内陆湖泊及山区;随着季节不同两者关系有所变化,如河流中游地段,枯水期地下水补给河水,而洪水期则河水补给地下水。

图4-14表明,距河愈近的地下水,受地表水的影响愈大。而距河愈远,其影响愈小,地下水位落后于地表水位变化的时间也愈长,当达到一定距离后,地表水体的影响即告消失。

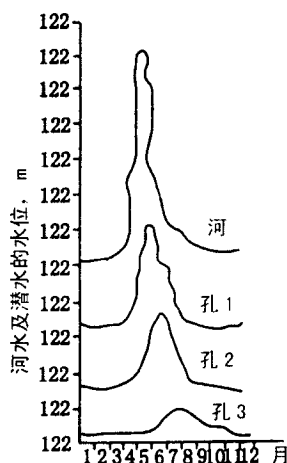


图4-14 近河地段潜水位变化曲线图

孔1距河岸50m;孔2距河岸100m;孔3距河岸500m

(根据农业水文学)

地表水对地下水影响带的宽度决定于近岸地带的岩性、地表水与潜水的水位差、地表水位的变化幅度及洪峰的延续时间等一系列因素。近岸地带的地下水动态,不仅水位而且水温、水质等也受地表水的影响。

在滨海地区由于海洋的潮汐作用,而使地下水位的变化呈现出周期性的波动。

气象因素对地下水的影响有普遍意义,而水文因素只是在近地表水体的局部地区有意义。

3. 地质因素的影响

地质因素中除地震、火山喷发和滑坡等现象表现为急速的变化外,一般的地质因素的影响较之气象、水文等因素的变化要显得缓慢。因此,地质因素对地下水动态形成的影响并不反映在周期上,而只反映在形成特征方面。例如,在相同的气象因素作用下,当含水层的岩性和地形条件不同时,可以使得在同一气候区中地下水动态发生明显的差异,甚至在动态形成的根本方向上有所不同。例如由于裂隙或裂隙岩溶含水层的裂隙率比孔隙含水层的孔隙率小得多,在同样的降水入渗条件下,裂隙或裂隙岩溶含水层中地下水的变幅要比孔隙水大得多。在地形平缓和含水层透水性弱时,会加剧地下水中盐分的积累,并使地下水(主要是潜水)动态表现出明显的季节性变化。在地形切割强烈和含水层透水性强的地区,将促使地下水向脱盐方向发展,并减弱潜水动态的季节性变化。岩石的结构及颗粒成分决定着岩石的透水性,透水性愈大,地下水位变化幅度愈小,反之则大。

除了气象,水文,地质因素影响地下水动态外,还有如土壤、生物因素的影响,但后二者较前三者的影响小得多。如有结构的土壤有利于水的下渗,并减少土壤水分的蒸发;无结构的土壤情况却相反。生物因素的作用主要表现在植物散发(也称蒸腾)、细菌活动及表层掘洞动物的活动对地下水动态的影响,但它们对潜水的动

态的变化仅起次要作用。

(二) 人为因素的影响

随着国民经济的发展,由于大规模的人类经济活动的影响,大大改变了地下水的天然动态。如在渠灌区,由于灌水渗漏补给潜水,引起潜水位上升。在平原井灌区,由于大量开采地下水,引起了地下水位区域性下降。在我国不少城市由于集中式大量抽水,已出现明显的区域性下降漏斗。在近海地区取水,由于过量抽取地下水,使地下水位下降过大,引起海水入侵,水质恶化。下面我们讨论平原井灌区地下水动态,说明人为因素的影响。

我国东部存在着广大的冲积、湖积平原,如华北平原,黄淮平原,松辽平原、苏北平原等。部分地区地表水资源不很丰富,河流多季节性,枯水的季节或年份常常断流。因此地下水资源在总资源中占有重要地位。这些平原也是我国地下水的主要开采区。

我国北方广大的平原地区,从上个世纪 60 年代晚期以来,发展成为井灌区。这些地区地势平缓,地下水的天然水力坡度很小,径流微弱,排水不畅。地下水天然动态主要受降水入渗补给和潜水蒸发排泄的影响,在地下水大规模开采以前,浅层地下水的动态类型属于渗入-蒸发型。图 4-15 的江苏省徐州敬安站 1963 年的地下水位过程线可代表黄淮平原地下水大规模开采前的动态状况。这些地区受季风影响,每年夏、秋为雨季,雨季雨量占全年降水量的一半以上,该时期也是地下水获得补给的主要时期。由于雨季雨量持续而集中,加上地下水的水平径流微弱,导致地下水位的迅速上升,直到潜水面下部的毛管边缘带到达地面,地下土层孔隙几乎被水充满时为止。此时潜水面接近地面,以后的降雨主要转变为地表径流。如果地下水没有被开采,秋后由于蒸发消耗,潜水位逐渐消退。如果没有其他因素的影响,直至第二年春夏,潜水位都缓慢而持续地下降。参看图 4-15 的实线

发展机井灌溉以后,由于大量开采地下水,地下水动态发生明

显的变化,动态类型由开采前的渗入-蒸发型转变为渗入-开采型。在地下水的开采区,从每年的秋末至第二年的夏初,除短时间获得少量的补给以外,主要是开采贮存在含水层中的水。在该时期,降落漏斗不断地扩大和加深,至第二年雨季地下水获得大量补给,漏斗缩小,地下水位上升。如此年复一年地循环着。图4-15中的虚线是代表敬安站1975年大规模开采地下水后的地下水动态。可见人为因素对地下水动态变化的影响是很大的。

地面标高 39.57

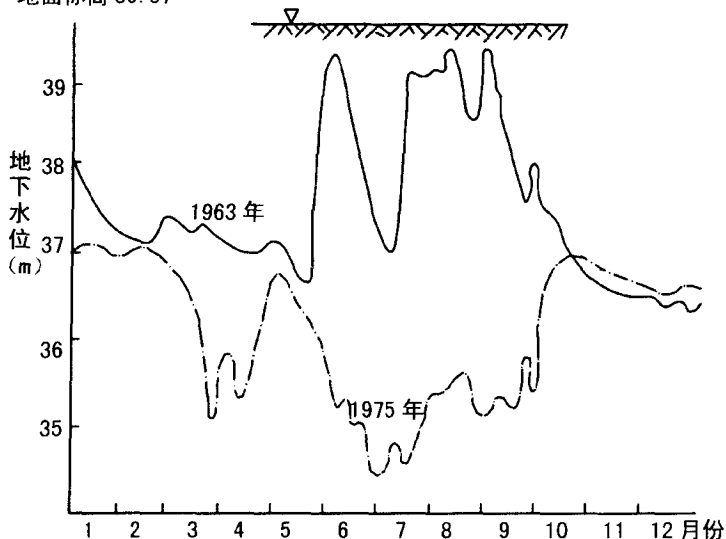


图4-15 江苏徐州敬安集1963(开采前)
和1975(开采后)的地下水位过程线

二、地下水动态类型

一个地区的地下水动态类型可以根据影响地下水动态的主要因素和动态特征来划分,也可以结合专门目的来考虑。本书仅介

绍阿利托夫斯基(М. Е. АлбТОВСкиИ)分类和灌溉地区潜水动态类型。

(一)阿利托夫斯基分类

阿利托夫斯基分类,首先考虑了潜水和深层承压水二类,并以地下水的补给来源为主,结合考虑了地下水的分带理论,对地下水类型进行划分,是较全面的分类,详见表4-4。

表4-4 阿利托夫斯基地下水动态类型分类表

地下水类型		地下水动态类型			
		分带性的		非分带性的	
潜水	补给条件是主要因素,补给条件不仅影响潜水位变化,而且影响水温 and 化学成分	冰川类型	大面积的冰川融化与潜水的补给有密切关系	河流类型 湖泊类型	与水文因素各个类型的地区性作用有关
		冻土类型	冻土带的负温度赋予地下水的动态很多特征	海洋类型 岩溶类型	
		积雪类型	主要接受春季融雪和季节冻土层的融水所补给	放射性类型	与某些特殊地质条件有关
		雨水类型	主要接受液态降水的补给,补给季节大致与雨季相符合	人为类型	与人类的经济活动有关
		沙漠类型	极大的蒸发度和极小的降雨量有重要意义	火山类型	与某些特殊的地质条件有关
深层承压水	排泄程度是主要因素,排泄程度影响承压水的水动力,水化学成分和 水温	有排泄区的承压水类型	具有良好的水交替和排泄条件	间歇泉类型 放射性类型	
		无明显排泄区的承压水类型	埋藏较深,水交替迟缓的高矿化承压水	气体类型 人为类型	与人类经济活动有关

引自沈照理等《水文地质学》

(二)灌溉地区潜水动态类型

1. 渗入-蒸发型

在干旱、半干旱的平原或山间盆地。这些地区地势平缓,径流微弱,排水不畅。以降雨入渗补给和蒸发排泄的垂直交替为主。

因蒸发强烈,盐分滞留在土壤中,常造成土壤盐渍化。该类型的年地下水位变化幅度较小,且各处变幅较接近,水质呈季节性变化,并不断向盐化方向发展,形成大陆盐化潜水。

2. 渗入-径流型

在山区及山前,因地形坡度大,地下水埋藏深,以降水入渗补给和径流排泄为主。该类型的年地下水位变化幅度大,由分水岭到排泄区,年水位变幅由大到小,水质季节变化不明显。地下水向不断趋于淡化的方向发展,形成溶滤潜水。

3. 渗入-蒸发、径流型

在湿润气候的平原与盆地区,由于地势平缓,潜水埋藏浅,径流不畅。又因该区湿度大,蒸发排泄也不强烈。地下水位年变化幅度较小,水质随季节变化不明显。

4. 渗入-开采型

在我国东部平原区,井灌大量开采地下水。由于季风气候,每年6-9月的雨季为地下水的补给期,地下水获得降水入渗补给。而由当年10月至次年6月,开采地下水用于灌溉或其他目的,水位不断下降,漏斗扩大。至雨季水位再上升,漏斗缩小,如此循环。由于开采使地下水埋深大,蒸发排泄很小。

上述几种类型,在条件发生变化时,可以转化。例如在渗入-蒸发型地区,由于大量开采地下水,可以使动态类型转化为渗入-开采型。

三、有关地下水动态观测的一些具体问题

在解决任何一项具体任务以前,必须对地区的地下水动态规律有充分的了解,地下水动态观测站的观测项目也应围绕这个观点进行。

地下水动态观测站需要观测地下水动态各要素如地下水位、水量、水质、水温。在代表性地点同时要观测影响地下水动态的因

素,主要是降水量和水面蒸发资料。如果单有地下水位资料,没有相应的降水量和水面蒸发资料,那么一些水文地质参数值是计算不出的。至于一些重点站还需加测土壤含水量和气温,以便更深入的分析动态规律。在滨海地区或土壤盐渍化地区应当加强水质观测。

一次降水(指有效降水)引起地下水位上升达到洪峰的时间各站是不一致的。但一些站的浅层地下水位往往在雨后数小时或1天就上升到达顶峰,有的在2-3天到达顶峰值,所以如果规定5-10天观测一次,或一个月观测一次地下水位,真正的地下水位峰值就会漏测,或根本就测不到。因此各重点站的地下水位至少每天观测一次,最好用自记地下水位计进行逐时观测。但对自己记的水位,应当扣除伪变化。这样的资料无论对地下水动态规律的分析或计算水文地质参数都是有益的。

第五章 地下水中的化学成分和同位素

第一节 地下水中的主要化学成分

地下水中溶解有多种化学成分,并分别以气体、离子、分子化合物及有机物等形式存在于地下水中。

地下水中常见的气体成分有 O_2 、 N_2 、 H_2S 、及 CO_2 等。但其含量通常不高。

地下水中的 O_2 和 N_2 主要来源于大气。大气中含有丰富的 O_2 、 O_2 进入大气降水并入渗补给地下水。但 O_2 的化学性质远较 N_2 为活泼。若用惰性气体 ($A + Kr + Xe$) 与 N_2 的比值来说明 N_2 的起源,则该比值等于 0.0118 时,说明 N_2 是起源于大气,小于该值时说明水中含有生物起源或变质起源的 N_2 。

H_2S 出现在与大气较为隔绝的还原环境中,由于存在有机质,在微生物的作用下, SO_4^{2-} 将还原成为 H_2S 。

地下水中 CO_2 主要由于表生带的生物化学作用使有机物分解而成的。这种作用常发生在大气、土壤及地表水中,生成的 CO_2 随水一起渗入补给地下水,这是浅部地下水中 CO_2 的主要来源。其它如在集中的工业区,大气中人为产生的 CO_2 显著增加,大气降水中的 CO_2 含量往往很高。 CO_2 还可由于地壳深部变质作用和火山作用形成。因为在深部高温环境中,碳酸盐岩可分解出 CO_2 。

地下水中 CO_2 愈多,则其溶解碳酸盐类的能力愈强。地下水具有较强的侵蚀性。

地下水中的主要的离子成分为氯离子 (Cl^-)、硫酸根离子

(SO_4^{2-})、重碳酸根离子(HCO_3^-)、钠离子(Na^+)、钾离子(K^+)、钙离子(Ca^{2+})及镁离子(Mg^{2+})。

低矿化度水中常以 HCO_3^- 及 Ca^{2+} 、 Mg^{2+} 为主;高矿化度水中则以 Cl^- 及 Na^+ 为主;中等矿化度水中,阴离子常以 SO_4^{2-} 为主,阳离子则以 Na^+ 及 Ca^{2+} 为主。

从溶解度大小而言,氯盐最大,硫酸盐次之,碳酸盐较小。钙的硫酸盐,尤其是钙、镁的碳酸盐的溶解度最小。

现将地下水中七种主要离子成分分别简介如下:

一、氯离子(Cl^-)

地下水中的氯离子来自沉积岩中所含岩盐或其它氯化物的溶解;也可来自岩浆岩中含氯矿物的风化溶解;当海水补给地下水或火山喷发物的溶滤及人为污染都可使地下水中的氯离子增加。

氯离子是地下水中最稳定的离子。它的含量随着矿化度增加而增加。氯离子在低矿化水中一般含量仅数毫克/升到数十毫克/升,高矿化水中可达数克/升乃至 100 克/升以上。

二、硫酸根离子(SO_4^{2-})

地下水中的硫酸根离子主要来自含石膏($\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$)或其他硫酸盐岩石的溶解;也可来自含硫矿物的氧化,煤系地层和金属硫化物矿床中黄铁矿等硫化矿物的水解;当城市附近大量燃烧煤炭时,使大气中聚集大量 SO_2 ,形成“酸雨”渗入地下。补给地下水后使其 SO_4^{2-} 增加。

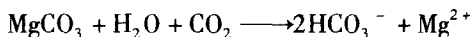
SO_4^{2-} 不如 Cl^- 来得稳定。并且因为 SO_4^{2-} 主要来源 CaSO_4 的溶解度较小,致使 SO_4^{2-} 在水中的含量不如 Cl^- 高。此外,在还原环境中, SO_4^{2-} 将被还原为 H_2S 及 S 。

在低矿化水中 SO_4^{2-} 的含量为每升仅数毫克至数百毫克。在

高矿化水中每升可达数克至数十克。 SO_4^{2-} 是中等矿化度水中最主要的阴离子。

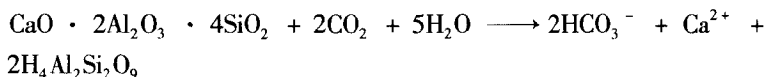
三、重碳酸根离子 (HCO_3^-)

地下水中的重碳酸根离子,来自地下水对碳酸盐岩的溶解,如

$$\text{CaCO}_3 + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2 \longrightarrow 2\text{HCO}_3^- + \text{Ca}^{2+}$$


石灰岩和白云岩的溶解度很小,当水中有侵蚀性 CO_2 存在时,才有一定数量溶解于水,水中 HCO_3^- 的含量取决于与 CO_2 含量的平衡关系。

重碳酸根离子还可来自长石类铝硅酸盐矿物的风化水解。如钙长石风化后可形成 HCO_3^- 和 Ca^{2+} 。

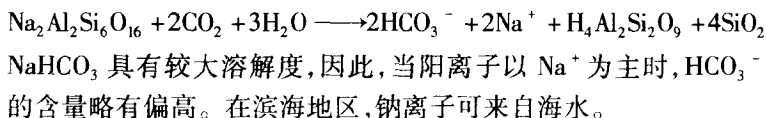


(钙长石)

地下水中重碳酸根离子的含量一般不超过数百毫克/升,它是低矿化度水的主要阴离子成分。

四、钠离子 (Na^+)

钠离子在地下水中主要来源为沉积岩中岩盐及其他钠盐的溶解,以及岩浆岩和变质岩地区的含钠矿物的风化溶解。如钠长石为酸性岩浆岩的主要矿物,在 CO_2 和 H_2O 的作用下,常形成低矿化度的以 Na^+ 及 HCO_3^- 为主的地下水。



钠离子在低矿化度水的含量每升仅数毫克至数十毫克,而在高矿化度水中每升可达数十克或更高,成为高矿化水中的主要的

阳离子,但因 Na^+ 易被岩石吸附,其含量总是低于 Cl^- 。

五、钾离子 (K^+)

钾离子在地下水中的主要来源为沉积岩中钾盐的溶解,以及岩浆岩、变质岩中含钾矿物的风化溶解。在地下水中钾离子的含量要比钠离子少得多,这是因为钾离子大量地参与形成不溶于水的次生矿物,如水云母等,并易为植物所吸收。

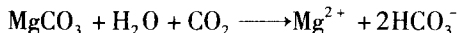
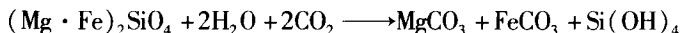
六、钙离子 (Ca^{2+})

地下水中的钙离子来自白灰岩、白云岩及含石膏沉积物的溶解,以及岩浆岩、变质岩中含钙矿物的风化溶解。

钙是低矿化地下水中的主要阳离子,其含量一般小于每升数百毫克。

七、镁离子 (Mg^{2+})

镁离子来源于含镁的碳酸盐类沉积均如白云岩等的溶解。还来自岩浆岩,变质岩中含镁矿物的风化溶解。



镁离子在地下水中的含量由每升数毫克到每升数十毫克。除含白云质岩石地区外, Mg^{2+} 的含量总是比 Ca^{2+} 小。地下水中 Mg^{2+} 比 Ca^{2+} 少的原因是它在地壳中的含量比 Ca^{2+} 小,并容易被植物吸收和易被岩石颗粒吸附。

地下水中还含有 Br、I、F、Ba、Li、Sr、Se、Co、Mo、Cu、Pb、Zn、B、P、As 等微量元素。这些元素的存在可说明地下水的形成环境,并对人体有益。

另外在地下水中还含有胶体化合物、有机质、微生物等。这些物质对水质都会产生不同程度的影响。例如污染水中的致病细

菌,则将影响人体健康。

第二节 地下水的化学成分的形成作用

地下水的主要补给来源为大气降水和地表水等。这些水体本身就含有 O_2 、 N_2 、 CO_2 等气体以及钙、镁、钠等盐类。渗入地下后,与围岩发生化学作用,使水中离子、分子、气体等成分不断变化,所以地下水是一种复杂的溶液。地下水化学成分形成作用主要有:溶滤作用、浓缩作用、脱硫酸作用、脱碳酸作用、阳离子交换作用、混合作用等。

一、溶滤作用

溶滤作用是指水和岩土相互作用时,岩土中一部分物质溶于水中的作用。溶滤作用的结果,岩石失去一部分可溶物质,地下水则补充了新的组分。

水分子具有偶极性,当水与岩土接触时,组成结晶格架的盐类离子,被水分子带相反电荷的一端所吸引。当水分子对离子的吸力足以克服晶格中离子间的引力时,离子脱离晶格并溶解于水中。

溶滤作用的强度取决于岩石的溶解度、空隙发育情况,也取决于水的溶解能力及水的交替强度。

不同矿物具有不同的溶解度。表 5-1 为地下水中某些盐类的溶解度数值。

从表中可见 $CaCO_3$ 的溶解度最小, $CaCl_2$ 的溶解度最大。

岩土的空隙情况对溶滤作用也有影响。例如松散岩土的孔隙越发育,坚硬岩石的裂隙或岩溶越发育,岩层愈破碎,越有利于溶滤作用的进行。

随着溶滤作用的持续进行,水中溶解盐类不断增多,水的溶解能力将逐渐减小,当达到饱和后,溶解能力将全部丧失。水的溶解

能力还受温度、水中气体含量、pH 值及水中共生盐类的影响。

表 5-1 某些盐类的溶解度 (g/L)

盐类	溶解度	盐类	溶解度
CaCO_3	0.012	Na_2SO_4	340.0
$\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$	0.385	K_2SO_4	100.3
MgCO_3	0.1	NaCl	263.9
Na_2CO_3	1.78	KCl	265.0
K_2CO_3	215.0	MgCl_2	253.0
CaSO_4	202.0	CaCl_2	427.0
MgSO_4	202.0		

(根据章至洁等, 1995)

图 5-1 说明了某些盐类溶解度与温度关系。一般盐类的溶解度常随温度的升高而增大。但 Na_2SO_4 却相反, 这些矿物随温度升高, 结晶格架间的水分子将逸出, 离子间的吸引力反而增大, 溶解度反而降低。

温度升高会产生脱碳酸作用, 使 CO_2 从水中逸出, CaCO_3 、 MgCO_3 的溶解度也随之减小。水中含 CO_2 数量愈多, 水溶解碳酸盐的能力愈强。若水中含 O_2 数量愈大, 水溶解硫化物的能力也越强。

水的 pH 值越低, 水的溶解能力愈大, 绝大多数金属离子只有在酸性地下水中才能存在。

地下水的交替能力是决定溶滤作用强度的主要因素。例如流

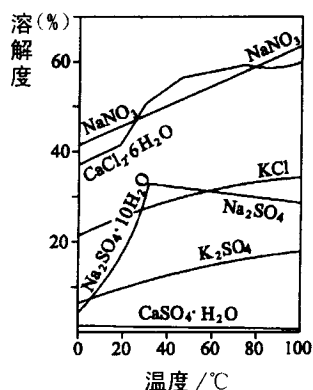


图 5-1 某些盐类溶解度与温度关系曲线 (据王大纯等, 1995)

动缓慢的地下水通常具有较高的矿化度,当含盐量接近饱和时, CO_2 和 O_2 等逐渐被消耗,以至于趋于耗尽。此时水的溶解能力也降低。若水交替情况良好,那么地下水的溶滤作用则愈强。

由于溶滤作用是在漫长的地质历史过程中,并在一定的自然地理条件和各种因素的影响下,岩石被水不断溶解、迁移的过程。因此溶滤作用是与纯化学溶解作用不同的。

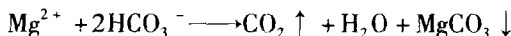
二、浓缩作用

地下水因蒸发失去水分,造成盐类积累浓缩的作用称为浓缩作用。浓缩作用一般发生在以地下水蒸发为主要排泄途径的地区。随着地下水不断地蒸发,水中盐分就不断地浓缩,地下水的矿化度也相应地增高。

一般情况下,低矿化水中常以 HCO_3^- 及 Ca^{2+} 、 Mg^{2+} 为主。随着浓缩作用的进行。地下水中的钙、镁的碳酸盐部分析出, SO_4^{2-} 及 Na^+ 逐渐上升为主要成分,形成硫酸盐水。此时矿化度也逐渐增高可形成中等矿化水。若浓缩作用再继续进行,水中硫酸盐达到饱和并开始析出,便形成氯化物水,形成高矿化水。因此浓缩作用的结果,将使地下水的总矿化度及其化学类型都发生变化。

三、脱碳酸作用

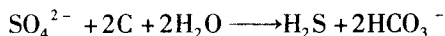
由于温度升高或压力降低等原因,使游离 CO_2 从水中逸出,发生碳酸盐沉淀的作用称脱碳酸作用。例如



这是由于水中的 CaCO_3 或 MgCO_3 的溶解能力取决于 CO_2 的含量,温度升高或压力降低都可使溶于水中的一部分 CO_2 从水中逸出,使水中的钙、镁,形成碳酸沉淀。

四、脱硫酸作用

使 SO_4^{2-} 减少或消失的作用称脱硫酸作用。在与大气较为隔绝的还原环境中,由于存在有机质,脱硫酸细菌能使 SO_4^{2-} 还原为 H_2S ,例如



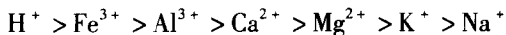
脱硫酸作用的结果,使地下水中 SO_4^{2-} 减少以至消失, H_2S 气体增多, HCO_3^- 增加, pH 值变大。如储油构造为封闭的地质构造,是产生脱硫酸作用的有利环境。

五、阳离子交换作用

岩土颗粒表面带有负电荷,能够吸附阳离子。当地下水从岩土空隙中流过时,在一定条件下,岩土颗粒所吸附的阳离子能与地下水中的阳离子发生交换,这种作用称为阳离子交换作用,也称阳离子交替吸附作用。

例如当含 Ca^{2+} 为主的地下水,进入主要吸附有 Na^+ 的岩土空隙时,水中的 Ca^{2+} 便置换岩土颗粒所吸附的一部分 Na^+ ,使地下水中的 Na^+ 增多而 Ca^{2+} 减少。

各种阳离子被岩石颗粒吸附的能力不同,吸附能力的大小依次为



通常离子价愈高,离子半径愈大,水化离子半径愈小,则吸附能力愈大。 H^+ 则是例外。

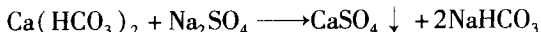
吸附能力大小,还与该离子在水中浓度大小有关。地下水中某种离子的相对浓度增大,则该种离子的交换能力也随之增大。例如含 Na^+ 海水侵入陆相沉积物中,此时海水中浓度大的 Na^+ 可被岩石颗粒吸附,而将原先吸附的 Ca^{2+} 排入水中,使水中 Ca^{2+} 含

量增多。

阳离子交换作用的强度取决于颗粒吸附能力的大小,即颗粒比表面积的大小。颗粒愈细,比表面积愈大,交替吸附作用的强度也愈大。因此黏土及黏土岩类最容易发生阳离子交换附作用。

六、混合作用

两种或两种以上不同化学成分、不同矿化度的地下水混合后,形成一种与原来两者都不相同的地下水,称为水的混合作用。例如



当含有重碳酸钙和硫酸钠两种不同化学成分的地下水混合后,形成了重碳酸钠水,此时产生石膏沉淀。

人类活动也会使地下水的化学成分发生变化。这是因为人类的生产及生活活动所产生的废水、废气和废渣等废弃物使地下水发生污染。还因为人类通过生产活动改变了地下水的形成条件,从而使地下水的化学成分发生相应变化。

综上所述,地下水的化学成分的形成及其变化,是在诸多因素的作用下造成的,当然还取决于地下水的存在环境。例如气候、水文、地质、人为等因素。

第三节 地下水化学分析资料的整理和分类图示

一、地下水化学成分分析资料的整理

天然水是一种多少有些稀释的盐类溶液,在大多数的情况下,水中的盐类的分子几乎全部离解为离子。所以离子的形式是表示水分析结果的基本形式。某种离子的含量用每公升水中所含离子的毫克数表示。

分子形式和毫克当量形式可以反映存在于水的成分中的物质的化学性质,因此也反映了水的性质。要把用离子形式表示的分析结果换算为毫克当量形式,就要用一公升水中所含的离子的毫克数被其当量的重量来除,即

$$\text{一公升水中某离子的毫克当量数} = \frac{\text{该离子的毫克数}}{\text{该离子的当量}} \quad (5-1)$$

$$\text{某离子的当量} = \frac{\text{某离子的原子量}}{\text{某离子的原子价}} \quad (5-2)$$

$$\text{例如: } 40.08 \text{ 毫克的 } \text{Ca}^{2+} \text{ 相当于 } \frac{40.08}{20.04} = 2 \text{ 毫克当量的 } \text{Ca};$$

$$144.09 \text{ 毫克的 } \text{SO}_4^{2-} \text{ 相当于 } \frac{144.09}{48.03} = 3 \text{ 毫克当量的 } \text{SO}_4^{2-}。$$

为了获得水中各种离子的含量百分比的概念,反映其在水中所起的作用,并便于对比和分类,可采用毫克当量百分数表示。即将 1 升水中阴离子或阳离子的毫克当量总数分别去除每个离子的毫克当量数,便可得到每一个离子的毫克当量百分数。

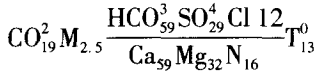
某一个阴(阳)离子的毫克当量百分数 =

$$\frac{\text{某阴(阳)离子的毫克当量数}}{\text{阴(阳)离子毫克当量总数}} \times 100\% \quad (5-3)$$

为了简便地用概略和明显的形式来表示水的化学成分,可采用库尔洛夫表示式。在此式中元素的含量是以毫克当量%表示的,并且将主要的阴离子按渐减的顺序排列在横线以上,主要的阳离子排在横线以下,元素的含量小于 10% 毫克当量的,在式中不表示出来。用 M 表示 1 公升水中以克为单位的总矿化度。总矿化度指地下水中所含的各种离子、分子、化合物的总量,气体除外。常以 105℃ - 110℃ 时将水蒸干后的干涸残余物表示。也可用分析所得的阴阳离子相加而得,此时 HCO_3^- 只取半数。(阴、阳离子的总和加上未离解的分子,气体除外)。横线前依次表示气体成分、特殊成分(如 Fe^{2+} , Br^- 等)和总矿化度,横线后可以表示温度

t_0 。

下面的库尔洛夫表示式,说明一种矿泉水的化学成分。



二、地下水的化学分类及其图示

地下水的化学分类很多,其中 1934 年 C. A. Шукалев 提出了天然水的化学分析系统化的方法。他的分类方法是把地下水的化学成分按其主要的六种成分 Cl^- 、 SO_4^{2-} 、 HCO_3^- 、 Na^+ 、 Mg^{2+} 、 Ca^{2+} (K^+ 合并于 Na^+ 中) 作为分类的基础,并且他考虑到那些毫克当量百分数超过 25% 的成分进行组合。从这六种成分中能组成 49 种组合,相当于 49 类。

H. H. 斯拉夫扬诺夫提出另一种顺序来排列这些类,这就更方便了。本书介绍的是根据 C. A. Шукалев 所作,后经 H. H. Славянов 修改过的地下水成分系统分类表(表 5-2)。

每一类型的水以表中的数字为代号,每一类按其总矿化度又可以分为几类:A) 小于 1.5g/L, B) 1.5 - 10g/L, C) 10 - 40g/L, D) 大于 40g/L。如 2-A 代表矿化度小于 1.5g/L 的 $\text{HCO}_3^- - \text{Ca}^{2+}$ 、 Mg^{2+} 型水。

表 5-2 经斯拉夫扬诺夫修改的舒卡列夫分类

超过 25 克当量% 的离子	HCO_3^-	$\text{HCO}_3^- \text{SO}_4^{2-}$	$\text{HCO}_3^- \text{SO}_4^{2-} \text{Cl}^-$	$\text{HCO}_3^- + \text{Cl}^-$	SO_4^{2-}	$\text{SO}_4^{2-} + \text{Cl}^-$	Cl^-
Ca^{2+}	1	8	15	22	29	36	43
$\text{Ca}^{2+} + \text{Mg}^{2+}$	2	9	16	23	30	37	44
Mg^{2+}	3	10	17	24	31	38	45
$\text{Na}^+ + \text{Ca}^{2+}$	4	11	18	25	32	39	46
$\text{Na}^+ + \text{Ca}^{2+} + \text{Mg}^{2+}$	5	12	19	26	33	40	47
$\text{Na}^+ + \text{Mg}^{2+}$	6	13	20	27	34	41	48
Na^+	7	14	21	28	35	42	49

(根据 A. M. Овчинников 修改)

Н. И. 托尔斯基汉提出的分类, 为一个方格图解 (图 5-2)。

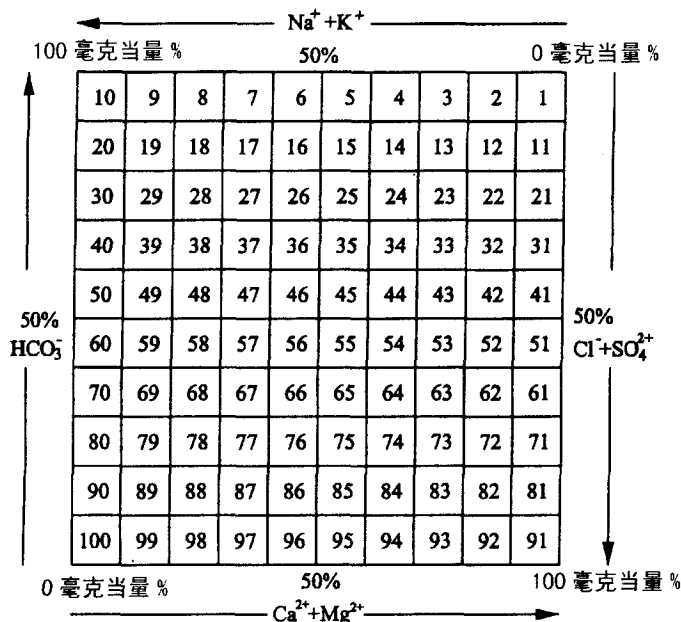


图 5-2 Н. И. Толстихин 的地下水化学成分分类图表

(根据 А. М. Овчинников)

在此图横线上注的是阳离子含量的毫克当量百分数, 而在纵线上注的是阴离子。 $\text{Ca}^{2+} + \text{Mg}^{2+}$ 的量自左向右增加, 同时, $\text{Na}^{+} + \text{K}^{+}$ 的量在减少, 阴离子 HCO_3^{-} 的含量自下向上增加; 同时 $\text{Cl}^{-} + \text{SO}_4^{2-}$ 之量逐渐减少。

用一点的位置就能表示出水的化学成分。例如这一点落在方格的右上角, 水就是属于重碳酸钙类型。假如落在左上角, 则是重碳酸钠类型。依此类推。

该方法把大方格分为 100 个小方格 (每间隔 10 毫克当量%), 每个小格里有顺序的号码。这种号码对水的系统分类是很方便的。

决定水的号码方法如下:首先要计算阳离子 Na^+ 加 K^+ 的毫克当量百分数,用个位数 n_1 表示, n_1 为 1—10 的数表示毫克当量为 10%—100%。然后再计算强酸 ($\text{Cl}^- + \text{SO}_4^{2-} + \text{NO}_3^-$ 等) 的毫克当量百分数,用 10 位数 n_2 表示,所求之号码为 $n_1 + n_2$ 。如该阴离子的毫克当量百分数为一位数,则令 $n_2 = 0$, 号码为 n_1 。

例如,某淡水中含有:

$$r(\text{Na}^+ + \text{K}^+) = 16.3 \text{ 毫克当量\%}, \text{ 则 } n_1 = 2.$$

此外, $r\text{Cl}^- + r\text{SO}_4^{2-} + r\text{NO}_3^- = 2.6 + 5.9 + 4.6 = 13.1 \text{ 毫克当量\%}$, 则 $n_2 = 10$

$$\text{水号} = n_1 + n_2 = 2 + 10 = 12.$$

也就是该水落在方格图解的右上角,那里通常表示矿化度较弱的重碳酸钙类型的水。

再例如:一个海水的例子

$$r\text{Na}^+ + r\text{K}^+ = 76.98 + 1.63 = 78.61 \text{ 毫克当量\%}, \text{ 则 } n_1 = 8.$$

$r\text{Cl}^- + r\text{Br}^- + r\text{SO}_4^{2-} = 90.19 + 0.13 + 9.26 = 99.58 \text{ 毫克当量\%}$, 则 $n_2 = 90$

$$\text{水号} = n_1 + n_2 = 8 + 90 = 98.$$

自然,水落在方格图解的左下角,那里是矿化度最高的盐水(氯化钠水和卤水)。

另外还有皮伯(A. M. Piper)三线图解法。该法是由两个三角形及一个菱形组成(图 5-3)。在左下角三角形的三条边线分别代表阳离子中 $\text{Na}^+ + \text{K}^+$ 、 Ca^{2+} 及 Mg^{2+} 的毫克当量百分数。右下角三角形则表示阴离子 Cl^- 、 SO_4^{2-} 及 $\text{HCO}_3^- + \text{CO}_3^{2-}$ 的毫克当量百分数。任一水样的阴阳离子的相对含量分别在两个三角形中以标号的圆圈表示,也可在菱形图中找到它的位置,然后按一定的比例尺画圆圈的大小来表示矿化度,圆圈愈大,矿化度愈高。

菱形图中水样所在的位置不同,其化学特征也不同,见图 5-4。

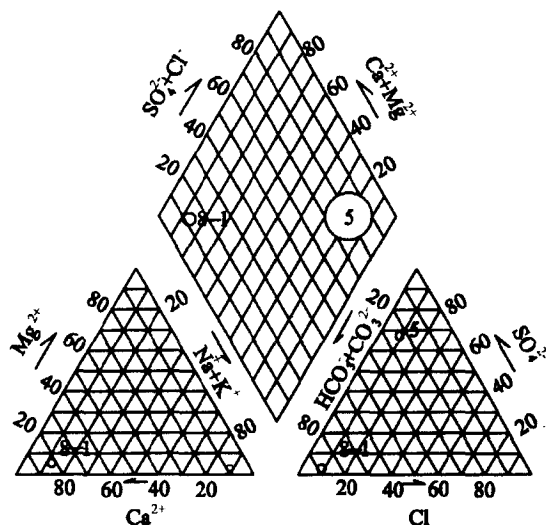


图 5-3 皮伯(Piper)的三线图解(据 A. M. Piper, 1953)

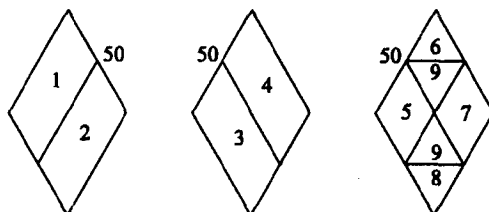


图 5-4 皮伯(Piper)的三线图分区(据 A. M. Piper, 1953)

- 1 区 Ca^{2+} 、 $\text{Mg}^{2+} > 50\%$; 2 区 $\text{K}^{+} + \text{Na}^{+} > 50\%$;
 3 区 $\text{HCO}_3^{-} > 50\%$; 4 区 $\text{SO}_4^{2-} + \text{Cl}^{-} > 50\%$;
 5 区碳酸盐硬度 $> 50\%$; 6 区永久硬度 $> 50\%$;
 7 区碱及强酸 $> 50\%$; 8 区碱土及弱酸 $> 50\%$;
 9 区任何一对阴阳离子的含量均小于 50% 。

皮伯图解的优点是不受人为影响,从菱形中易判断水样的一

般化学特征,在三角形中可以看出各种离子的相对含量。若将一个地区的水样标在图上,可以分析地下水化学成分的演变规律。

地下水化学成分分类还有布罗茨基分类,阿廖金分类等等,本书就不一一列举。

第四节 地下水中的环境同位素

一、基本概念

1. 元素、核素和同位素

一个核素(即一个特定同位素的原子)的原子核是由质子(Z)和中子(N)构成的。质子数(Z)确定元素的名称,中子(N)确定同位素。质子数和中子数之和给出原子重量。例如对于氧,一般为8个质子和8个中子,可写为 $^{16}_8\text{O}_8$,左上标为原子重量,左下标为质子数,右下标为中子数。如果氧有10个中子,则该同位素表示为 $^{18}_8\text{O}_{10}$ 。因为同一种元素,其质子数是一定的,为了简化起见,常标为 ^{16}O 和 ^{18}O ,有了原子重量,则原子重量减去质子数自然就得出中子数。

在原子核中的核子数是可能变化的。其变化范围由核子数太多或太少引起的不稳定程度限制。不稳定同位素也称放射性核素,有一定的衰变概率。而稳定同位素不可能自发地分解。至今已知有270种稳定核素和超过1700种放射性核素,对于轻元素(Z 为20以下)最大的稳定性发生在 Z 与 N 的比值接近于1时,对于重元素可增加到1.5。根据 Z 和 N 数目作的图表(图5-5),稳定同位素形成一个“稳定谷”,从稳定谷出发产生短半衰期的放射性核素。例如,氧有11个同位素(^{12}O 到 ^{22}O),但仅有中间的 ^{16}O , ^{17}O 和 ^{18}O 是稳定的图5-6。

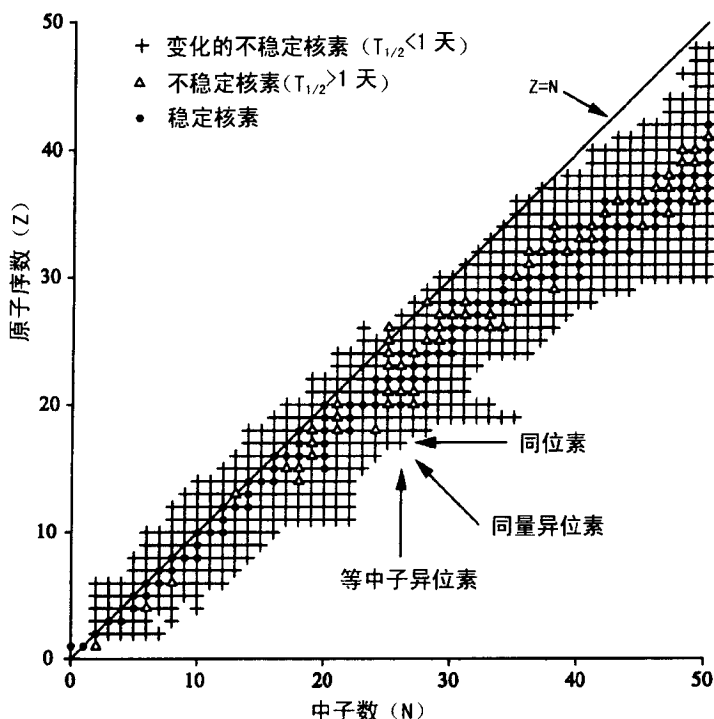


图 5-5 核素的原子序数和中子数关系图表
和核数的“稳定谷”(据 I. Clark 和 P. Fritz)

2. 环境同位素

虽然所有的元素在水文地质系统中都有一定数量的同位素,但对我们来说,只有少数才具有实际意义。环境同位素是天然产生的元素同位素并且在我们的环境中可大量找到,例如 H、C、N、O 和 S。这些是水系统、地质系统和生物系统的主要元素。这些元素的稳定同位素可作为水循环、碳循环、营养物和溶质循环的示踪剂。它们也都是轻元素。放射性同位素在水文地质中也是很重

的。它们的衰变使我们有一个时间度量。如 ^{14}C 和 ^3H 可用来估计地下水循环的年代。

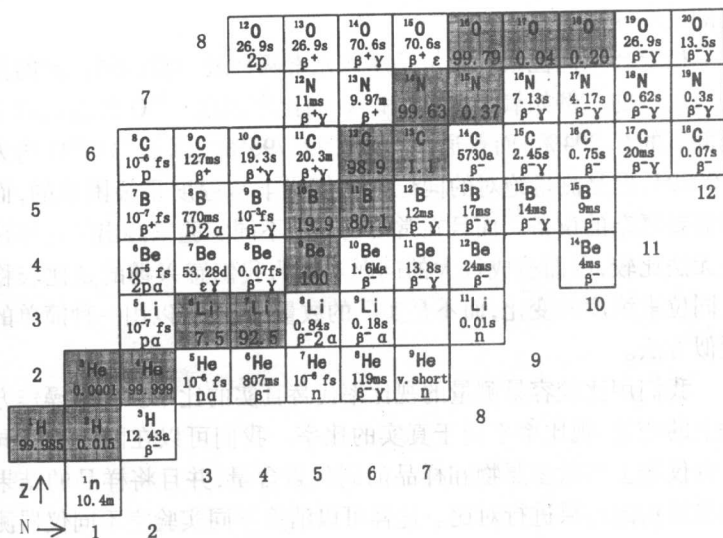


图 5-6 轻元素的稳定同位素存在比例和放射性同位素半衰期及衰变模式

注:阴影框表示稳定同位素,下面的数字表示各种稳定同位素所占的百分比,白框表示放射性同位素,第二行为半衰期,s表示秒,m为分,d为天,a为年,第三行为衰变模式,p为质子发射,n为中子发射,ε为电子俘获,β⁺为正电子发射,α,β⁻,γ分别为α,β,γ射线发射(根据 General Electric Ltd., 1989)

现在环境同位素不仅用来示踪地下水的起源,也用来研究补给过程、地下作用过程、地球化学反应及反应速率。并且在生物化学循环研究,土、水、大气过程,污染物水文地质学研究中日益显示其重要性。

3. 同位素比率,δ和千分比(‰)

一个元素核子数目的变化,使得具有不同的质量(原子量)。

由这些元素组成的分子分子量也不同。例如正常的水 $^1\text{H}_2^{16}\text{O}$ 的质量为 18,而重水 $^2\text{H}_2^{16}\text{O}$ 的质量为 20。具有不同质量的分子有不同的反应速率。

稳定环境同位素的数量是用该元素两种最丰富的同位素的比率来量度的。例如氧是由 ^{18}O 和 ^{16}O 的比率表示。 ^{18}O 约占地球上全部氧的 0.204%,而普通的 ^{16}O 占 99.796%。因而 $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$ 约为 0.00204,但是测量绝对的同位素比值或丰富程度是很困难的,而且需要复杂的设备。而且在常规基础上不同实验室测出的比率往往无法比较,因而造成很大的问题。因为我们感兴趣的是比较稳定同位素浓度的变化,而不是实际的数量,因而可以用一种简单的近似方法。

我们用比较容易测量的视比率代替真实的比率。由于操作方法上的变化,视比率不同于真实的比率。我们可以在同一时间同一台仪器上测量参照物和样品的同位素含量,并且将样品的结果和参照物的结果进行对比。这样可以消除不同实验室不同仪器测量的误差。我们用符号 δ 表示同位素的视比率

$$\delta^{18}\text{O}_{\text{样品}} = \left[\frac{(^{18}\text{O}/^{16}\text{O})_{\text{样品}}}{(^{18}\text{O}/^{16}\text{O})_{\text{参照物}}} - 1 \right] \times 1000\text{‰VSMOW} \quad (5-4)$$

式中 VSMOW 是所用的参照物的名称,即维也纳标准平均海洋水。我们就用 δ 表示稳定同位素的含量(浓度)。

二、稳定同位素

主要的稳定环境同位素及其基本情况列于表 5-2 中。

1. 水中的氧—18 和氘

氧—18 和氘用的测量标准为维也纳平均海洋水即 VSMOW。VSMOW测得同位素比值为

$$\left[\frac{^{18}\text{O}}{^{16}\text{O}} \right]_{\text{VSMOW}} = (2005.2 \pm 0.45) \times 10^{-6} \quad (\text{Baertschi, 1976})$$

$$\left[\frac{{}^2\text{H}}{{}^1\text{H}} \right]_{\text{VSMOW}} = (155.762 \pm 0.05) \times 10^{-6} \quad (\text{Hageman 等, 1970})$$

表 5-2 主要的稳定环境同位素表

同位素	比率	天然丰富程度(%)	参 照 物 (丰度比率)	通常测量的相
${}^2\text{H}$	${}^2\text{H}/{}^1\text{H}$	0.015	VSMOW(1.5575×10^{-4})	H_2O , CH_2O , CH_4 , H_2 , OH^- 矿物
${}^3\text{He}$	${}^3\text{He}/{}^4\text{He}$	0.000138	大气圈 He(1.3×10^{-6})	He 在水、气、结晶液体、玄武岩中
${}^6\text{Li}$	${}^6\text{Li}/{}^7\text{Li}$	7.5	LSVEC(8.32×10^{-2})	盐水, 岩石
${}^{11}\text{B}$	${}^{11}\text{B}/{}^{10}\text{B}$	80.1	NBS 951(4.04362)	盐水, 黏土, 硼酸盐, 岩石
${}^{13}\text{C}$	${}^{13}\text{C}/{}^{12}\text{C}$	1.11	VPDB (1.1237×10^{-2})	CO_2 , 碳酸盐, DIC, CH_4 , 有机物
${}^{15}\text{N}$	${}^{15}\text{N}/{}^{14}\text{N}$	0.366	AIR N_2 (3.677×10^{-3})	N_2 , NH_4^+ , NO_3^- , 氮有机物
${}^{18}\text{O}$	${}^{18}\text{O}/{}^{16}\text{O}$	0.204	VSMOW (2.0052×10^{-3})	H_2O , CH_2O , CO_2 , 硫酸盐, NO_3^-
			VPDB(2.0672×10^{-3})	碳酸盐, 硅酸盐, OH^- 矿物
${}^{34}\text{S}$	${}^{34}\text{S}/{}^{32}\text{S}$	4.21	CDT(4.5005×10^{-2})	硫酸盐, 硫化物, H_2S , 硫有机物
${}^{37}\text{Cl}$	${}^{37}\text{Cl}/{}^{35}\text{Cl}$	24.23	SMOC(0.324)	盐水, 岩石, 蒸发岩
${}^{81}\text{Br}$	${}^{81}\text{Br}/{}^{79}\text{Br}$	49.31	SMOB	盐水
${}^{87}\text{Sr}$	${}^{87}\text{Sr}/{}^{86}\text{Sr}$	${}^{87}\text{Sr}=7.0$	测定绝对比率	水, 碳酸盐, 硫酸盐, 长石
		${}^{86}\text{Sr}=9.86$		

(根据 I. Clark 和 P. Fritz)

2. 碳酸盐、有机碳和碳氢化合物

碳的各种氧化物组成了生物圈和水圈的基本单元。碳—13 可以示踪碳的来源及一大批有机物和无机物之间的相互作用。

国际原子能机构采用 VPDB 作为所用的 $\delta^{13}\text{C}$ 和碳酸盐中的 $\delta^{18}\text{O}$ 参照物。VPDB 是美国南卡罗米纳州一个地层中的方解石的 ${}^{13}\text{C}/{}^{12}\text{C}$ 的比值。其比值见表 5-2。对于 ${}^{18}\text{O}$ 的国际标准有两个。对于水用 VSMOW, 对于碳酸盐用 VPDB。二者之间的关系为

$$\delta^{18}\text{O}_{\text{VSMOW}} = 1.03091 \times \delta^{18}\text{O}_{\text{VPDB}} + 30.91 \quad (5-5)$$

$$\delta^{18}\text{O}_{\text{VPDB}} = 0.97002 \times \delta^{18}\text{O}_{\text{VSMOW}} - 29.98 \quad (5-6)$$

3. 硫酸盐和硫化物

测硫—34 含量的样品, 可以从地下水中的硫酸盐(SO_4^{2-})或硫化物(H_2S 或 HS)取得, 对于硫酸盐还可测 ${}^{18}\text{O}$ 。样品可以从露

头、泉口、断裂面或含水岩石的岩芯中取得。 $\delta^{34}\text{S}$ 的国际标准的参照物为 CDT, 这是一种陨石中的 FeS 。 $^{34}\text{S}/^{32}\text{S}$ 的丰度比率为 0.0450。 ^{18}O 仍用 VSMOW。

4. 硝酸盐和氮

在水文地质研究中, 尤其要查明地下水中的硝酸盐或其他的氮污染物的来源和衰亡时, ^{15}N 是有用的。

国际上采用的 ^{15}N 的参照物为大气中的氮, 称为 AIR。参照物的 $^{15}\text{N}/^{14}\text{N}$ 为 3.677×10^{-3} 。

5. 氯化物

自然界中只有两种稳定同位素 ^{35}Cl 和 ^{37}Cl 。在放射性氯同位素中, 只有 ^{36}Cl 由于半衰期较长 (301000 年) 比较有意义。在地球化学中, 氯是一种保守元素。它易于溶解而且溶解度大。即使在生物圈, 它通常仍保持一价。它可用来研究地下水的来源和地下水的混合。地下水中氯污染物中 ^{37}Cl 的含量可作为来源的印记, 并可发展成为污染物水文地质学的有力工具。国际的参照物是标准平均海洋氯化物 (SMOC), 其 $^{37}\text{Cl}/^{35}\text{Cl}$ 的比值为 0.324, 见表 5-2。

三、放射性同位素

主要的放射性同位素列于表 5-3。在水文地质学中最常用的放射性同位素为氚和碳-14。

1. 氚

氚 (^3H) 是一种短半衰期的氢同位素, 其半衰期为 12.43 年。在热核炸弹试验的年代, 它引起了人们的注意。加拿大原子能有限公司的 R. Brown 博士首先指出渥太华降水中 ^3H 含量的显著增高和 1952 年以后的 20 年间大气层中的氢弹试验有关。在平流层由于宇宙射线作用于 ^{14}N 也可天然产生少量的氚。无论是天然的或人工产生的氚通过降水进入到水循环中。它在地下水中的存在

表 5-3 放射性环境同位素表

同位素	半衰期 (年)	衰变 方式	基本来源	通常测量的相
^3H	12.43	β^-	宇宙射线,核武器试验	$\text{H}_2\text{O}, \text{CH}_2\text{O}$
^{14}C	5730	β^-	宇宙射线,核武器试验,核反应	$\text{DIC}, \text{DOC}, \text{CO}_2, \text{CaCO}_3, \text{CH}_2\text{O}$
^{36}Cl	301000	β^-	宇宙射线和地下过程	Cl^- , 表面氯盐
^{39}Ar	269	β^-	宇宙射线和地下过程	Ar
^{85}Kr	10.72	β^-	核燃料过程	Kr
^{81}Kr	210000	ec	宇宙射线和地下过程	Kr
^{129}I	1.6×10^7 年	β^-	宇宙射线,地下过程,核反应	I^- 和在有机物中的碘
^{222}Rn	3.8 天	α	^{238}U 衰变系列中的 ^{226}Ra 的产物	Rn 气
^{226}Ra	1600	α	^{238}U 衰变系列中的 ^{230}Th 的产物	Ra^{2+} , 碳酸盐, 黏土
^{230}Th	75400	α	^{238}U 衰变系列中的 ^{234}U 的产物	碳酸盐, 有机物
^{234}U	246000	α	^{238}U 衰变系列中的 ^{234}Pa 的产物	UO_2^{2+} , 碳酸盐, 有机物
^{238}U	$4.47 \cdot 10^9$	α	原始的	UO_2^{2+} , 碳酸盐, 有机物

β^- —— β 发射, α —— α 发射, ec——电子俘获。(根据 I. Clark 和 P. Fritz)

提供了地下水的补给作用很活跃的证据。当它是水分子一部分时,它是仅有的水的直接记年的方法。在水文地质研究中 ^3H 可作为示踪剂。

氚的浓度是用绝对浓度 TU 表示的。它不需要有标准的参照物。一个 TU 相当于每 10^{18} 个氢原子中有一个 ^3H 。对于一升水来说,它的放射性相当于 0.12Bq (Becquerel)。一个 Bq 等于一次衰变/秒。或相当于 3.2pCi/l。1pCi 等于 10^{-12}Ci , 而 1Ci 是 1 克镭—226 的放射性。故 $1\text{Ci} = 3.7 \times 10^{10}\text{Bq}$ 。现代的地下水很少有超过 50 TU 的。多数情况在小于 1 到 10 TU 的范围内。

2. 碳—14

^{14}C 的半衰期为 5730 年。因此常用于考古和晚第四纪年代学的研究,在水文地质学中也广泛应用于地下水的记年(即年龄测定)。在大气圈的上部天然产出的数量是和衰减数量相平衡的。大气圈中 $^{14}\text{CO}_2$ 维持一个稳定状态,即每分钟每克碳衰变 13.56 次(即 13.56dpm/g),或每 10^{12} 个稳定碳原子中有一个 ^{14}C 。然而,由

于核装置爆炸所产生的高的中子通量,以至于到 1964 年在大气圈中 ^{14}C 的浓度在北半球翻了一倍,现在这种放射性碳几乎已被“洗掉”,但在植物中和海洋中仍能找到。

用放射性碳进行地下水记年,不能用水分子本身做,而要用溶于水中的无机碳(DIC)或有机碳(DOC)。这两种形式的 $^{14}\text{CO}_2$ 从大气圈进入地下水需要通过土壤层。如果经过足够的时间 ^{14}C 的初始放射性强度有可观的衰减,则可用于对古老地下水定年(确定年龄)。

和氡不同, ^{14}C 的放射性强度是参照一种称为“现代碳”(mC)的国际标准。“现代碳”的放射性强度定义为 1950 年 NBS 草酸中 ^{14}C 放射性强度的 95% 为标准。它接近于在 1890 年在自由 CO_2 环境中生长的树木化石的放射性强度或等于 13.56dpm/g 的碳。因此,测得的 ^{14}C 的放射性强度表示为“现代碳”的百分数(pmc)。

3. 氯—36 和碘—129

和 ^{14}C 及 ^3H 类似, ^{36}Cl 和 ^{129}I 也是大气圈上部的宇宙射线和 20 世纪 60 年代和 70 年代大气层中的核武器试验产生的。由于降水进入到水循环中。 ^{36}Cl 的半衰期为 301000 年, ^{129}I 为 1.6×10^7 年。因此适合于很古老的地下水的定年以及示踪盐浓度的来源。

第六章 地下水运动和水中的溶质运移

第一节 地下水运动和溶质运移的基本定律

一、达西定律

1856 年法国的水力工程师 H. Darcy 在装砂的圆桶中进行了大量的实验,实验装置如图 6-1,得出了如下的关系式

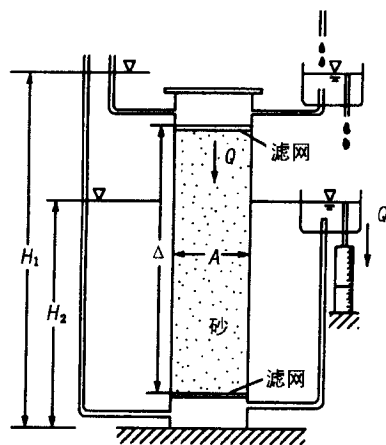


图 6-1 达西定律的试验装置

$$Q = KA \frac{H_1 - H_2}{l} \quad (6-1)$$

式中 Q ——通过圆筒的水流量;
 A ——圆筒的横截面积;

l ——圆筒内装砂的长度,即水通过砂柱的长度;

H_1 ——水通过砂柱前的水头,保持定值;

H_2 ——通水过砂柱后的水头,保持定值;

K ——比例系数,称为渗透系数,也称水力传导系数。

式(6-1)中的 $\frac{H_1 - H_2}{l} = I$, 即水力坡度,或称水力梯度。 $\frac{Q}{A} = v$ 称为渗透速度,也称渗流速度。因为砂柱的横截面积 A 既包括透水的孔隙面积,也包括不透水颗粒所占的面积。因此 v 只是一个引用速度而不是实际的水流速度。实际平均流速 u 为

$$u = \frac{Q}{A \cdot n} = \frac{v}{n} \quad (6-2)$$

达西定律(Darcy's Law)也可写成

$$v = KI \quad (6-3)$$

即地下水的渗透速度和水力坡度成正比,这一实验定律成为研究地下水运动的基本定律。渗透系数 K 代表当水力坡度为 1 时的渗透速度,因而有速度的量纲。常用单位为 m/d 。

为了加深对达西定律的理解,我们可把孔隙介质理解为有许多直径都为 d 的直的圆管,把裂隙介质理解为许多宽度为 b 的平直间隙(图 6-2)。由流体力学可以导出:

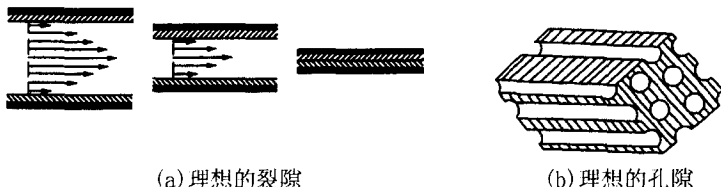


图 6-2 理想化的孔隙含水层和裂隙含水层

孔隙水:

$$Q = \frac{nd^2 \rho g A I}{32 \mu} \quad (6-4)$$

或

$$v = \frac{nd^2 \rho g I}{32 \mu} \quad (6-5)$$

裂隙水

$$Q = \frac{nb^2 \rho g A I}{12 \mu} \quad (6-6)$$

或

$$v = \frac{nb^2 \rho g I}{12 \mu} \quad (6-7)$$

式中 ρ ——水的密度, g/cm^3

g ——重力加速度, cm/s^2

μ ——动力黏滞系数, $\text{P}_a \cdot \text{s}$ 。

其余的符号同前。

将(6-5)式,(6-7)式和(6-3)式进行比较,当孔隙介质相当于直径都为 d 的直圆管时有:

$$K = \frac{nd^2 \rho g}{32 \mu} \quad (6-8)$$

当裂隙介质相当于间隙都为 b 的光滑平行板时有:

$$K = \frac{nb^2 \rho g}{12 \mu} \quad (6-9)$$

二、渗透系数和导水系数

由(6-8)式和(6-9)式可以看出,渗透系数取决于孔隙度 n ,圆管直径 d 和间隙的张开度 b ,即介质的性质。换言之,介质的颗粒愈粗,孔隙愈大,裂隙的张开度愈大,孔隙度或裂隙率愈大,则渗透系数 K 愈大,透水性愈好。而且 K 与 n 的一次方成比例,而与 d 或 b 的二次方成比例。因此孔隙大小对 K 的影响比孔隙多少(即

n 的大小) 的影响要大。渗透系数 K 还和液体的性质(密度 ρ , 重力加速度 g 和动力黏滞系数 μ) 有关。即使是同一种介质, 对于不同的液体来说有不同的渗透系数。当水和石油在同一种砂岩中流动时, 其渗透系数就不一样。为了单单反映岩性的影响, 引进了参数另一渗透率 k 。

$$k = \frac{\mu}{\rho g} K \quad (6-10)$$

渗透率 k 仅仅反映了介质的性质, 而和液体的性质无关。它的量纲为 $[L^2]$ 。常用单位为 cm^2 或达西 (da) 及毫达西 (mda)。达西是这样定义的: 当液体的动力黏滞系数为 0.001 , 压强差为 101325 Pa 的情况下, 通过面积为 1 cm^2 , 长度为 1 cm 的岩样的流量为 $1 \text{ cm}^3/\text{s}$ 时, 岩样的渗透率为 1 达西。da 和 cm^2 二种单位之间有如下关系:

$$1 \text{ da} = 9.8697 \times 10^{-9} \text{ cm}^2$$

当参数用渗透率表示时, 达西定律有如下形式

$$v = -k \frac{\rho g dH}{\mu dl} \quad (6-11)$$

在各向同性介质中, K 和 k 为标量。只有一个数值。在各向异性介质中, K (或 k) 为二秩张量, 一般在二维情况下有四个值 K_{xx} , K_{xy} , K_{yx} , K_{yy} ; 在三维情况下有 9 个值 K_{xx} , K_{xy} , K_{xz} , K_{yx} , K_{yy} , K_{yz} , K_{zx} , K_{zy} , K_{zz} 。各向异性介质中的达西定律可表示为

$$v = K \cdot I \quad (6-12)$$

或写作

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} I_x \\ I_y \\ I_z \end{Bmatrix} \quad (6-13)$$

式中 v_x, v_y, v_z ——为流速矢量在三个坐标轴 x, y, z 上的分量;

I_x, I_y, I_z ——为水力坡度在三个坐标轴 x, y, z 上的分量。

渗透系数矩阵

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix} \quad (6-14)$$

为一对称矩阵。 $K_{xy} = K_{yx}$, $K_{xz} = K_{zx}$, $K_{yz} = K_{zy}$, 因此实际的未知量只有 6 个, 即 $K_{xx}, K_{yy}, K_{zz}, K_{xy}, K_{xz}, K_{yz}$ 。对于二维的情况, 有

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \quad (6-15)$$

实际的未知量只有三个, 即 K_{xx}, K_{xy}, K_{yy} 。

式(6-13)表明, 在各向异性介质中, x 方向的渗透速度分量 v_x , 不仅同方向的水力坡度 I_x 有贡献, 而且不同方向的 I_y 和 I_z 也有贡献。即渗透速度矢量 v 和水力坡度矢量 I 不共线, 有如图 6-3 所示, 而在各向同性介质中二者是共线的。

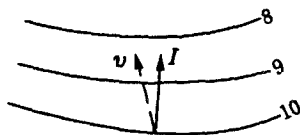


图 6-3 各向异性介质中渗透速度矢量和水力坡度矢量的关系

二秩渗透系数张量存在三个相互垂直的主轴和实的主值。所谓主值即为在主轴方向上的渗透系数值。当取主轴方向为坐标轴时, 渗透系数张量有如下表达式

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{bmatrix} \quad (6-16)$$

式中的 K_x, K_y, K_z 为渗透系数的主值。该情况下的达西公式为

$$\begin{cases} v_x = K_x I_x \\ v_y = K_y I_y \\ v_z = K_z I_z \end{cases} \quad (6-17)$$

渗透系数张量所对应的图形为一椭球, 见图 6-4。

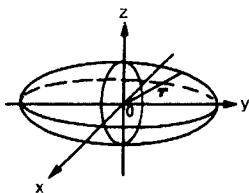


图 6-4 渗透系数椭球(根据 J. Bear)

椭球方程为

$$\frac{x^2}{K_x} + \frac{y^2}{K_y} + \frac{z^2}{K_z} = 1 \quad (6-18)$$

沿 x, y, z 方向的半轴长度分别为 $\sqrt{K_x}, \sqrt{K_y}, \sqrt{K_z}$ 。沿任意流动方向上的渗透系数为沿该方向椭球矢径 r 的平方。即

$$K_r = r^2 \quad (6-19)$$

在二维情况下, 如果知道了张量的主值 K_x 和 K_y , 则与原主轴坐标系 Oxy 交角为 α 的新坐标系 ox_1y_1 上的分量值 K_{xx}, K_{xy} 和 K_{yy} 可用下式求出

$$\begin{cases} \begin{Bmatrix} K_{xx} \\ K_{yy} \end{Bmatrix} = \frac{K_x + K_y}{2} \pm \frac{K_x - K_y}{2} \cos 2\alpha \\ K_{xy} = \frac{K_x - K_y}{2} \sin 2\alpha \end{cases} \quad (6-20)$$

其值也可用摩尔圆方法求出, 见图 6-5。

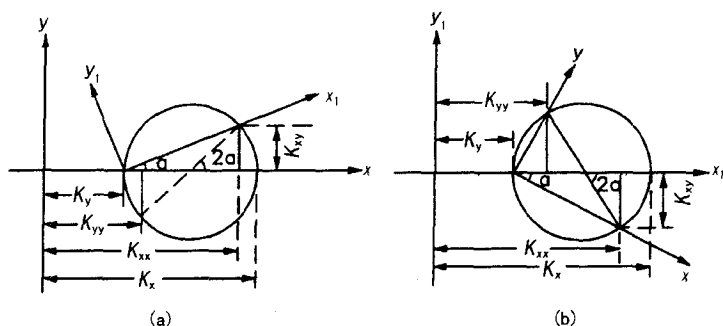


图 6-5 用摩尔圆求二维情况下的各向异性渗透系数

反之,如已知 ox_1y_1 坐标系上的分量 K_{xx} , K_{xy} 和 K_{yy} , 求与之交角为 α 的主轴坐标系 oxy 上的主值,可用下式

$$\left. \begin{matrix} K_x \\ K_y \end{matrix} \right\} = \frac{K_{xx} + K_{yy}}{2} \pm \left[\left(\frac{K_{xx} - K_{yy}}{2} \right)^2 + K_{xy}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6-21)$$

交角 α 也可用下式求出

$$\operatorname{tg} 2\alpha = 2K_{xy} / (K_{xx} - K_{yy}) \quad (6-22)$$

导水系数的表达式为

$$T = Kb \quad (6-23)$$

式中 b 为含水层的厚度。

导水系数只有在二维情况下才有意义。它代表当水力坡度为 1 时通过单位宽度含水层的流量。因此,它表示含水层的透水能力。如不考虑地下水的补给条件,则导水系数愈大,能透过的水量愈多,取水的效率愈高。

在地下水的实际工作中,一般采用的参数为渗透系数 K 和导水系数 T 。一般不采用渗透率 k 。这是因为地下水多数为淡水,水温变化不大。因此水的密度 ρ , 动力黏滞系数 μ 变化不大,水的性质对渗透的影响很小。但当计算油田水、卤水、热水时,要考虑 ρ 和 μ 的变化。

三、费克定律和水动力弥散

当溶质在溶液中分布不均匀时,即使溶液是静止的,没有流动。溶质也会从高浓度处向低浓度处扩散,扩散通量即单位时间通过单位横截面的溶质质量 J_d 和浓度梯度成正比,有

$$J_d = -D^* \frac{dC}{dn^*} \quad (6-24)$$

式中 C ——溶质在溶液中的浓度;

n^* ——浓度梯度的方向;

D^* ——比例系数,称为扩散系数。

式中的负号表示溶质移动的方向和浓度梯度的方向相反。(6-24)式称为费克定律(Fick's law)。

在多孔介质中,仅仅在孔隙中充满了水,而固体颗粒所占的部分不会发生扩散,故式(6-24)应改写为

$$J_d = -nD' \frac{dC}{dn^*} \quad (6-25)$$

式中 n ——多孔介质的孔隙度,

D' ——多孔介质中的扩散系数。由于孔隙弯弯曲曲,故 D' 比 D^* 小,有:

$$D' = \tau D^* \quad (6-26)$$

τ 值大致为 0.67。

溶质在地下水中运移,除了由于浓度差引起的分子扩散以外,还有溶质分子随水质点一起的流动,称为对流(Advection),以及多孔介质中由于液体流动速度的大小和方向不一致引起的机械弥散。机械弥散和分子扩散合称为水动力弥散(Hydraulic Dispersion),二者很难截然分开。由于水动力弥散的作用,当我们在含水层中某一点注入示踪剂,随着地下水的流动,示踪剂浓度的峰值将愈来愈低,但扩展的范围愈来愈大,见图 6-6。其中机械弥

散起了很重要的作用。机械弥散主要是由以下三种情况引起的：
 (a) 在同一孔隙中，由于摩擦阻力，孔隙中不同部位的水流速都不同，中心最大，孔隙壁上为零，速度分布如图6-7a。(b) 由于多孔介质中孔隙大小的差异，大孔隙中的溶质随水流得快，小孔隙中溶质走得慢，图6-7b。(c) 由于孔隙本身弯弯曲曲，其中水流方向也不断改变。使随水流动的溶质（示踪剂）占据的范围愈来愈大。

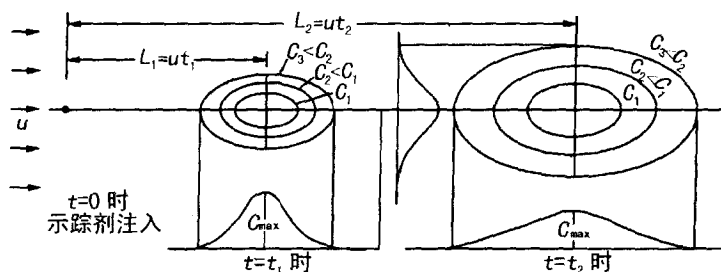


图6-6 水动力弥散现象(根据 J. Bear)

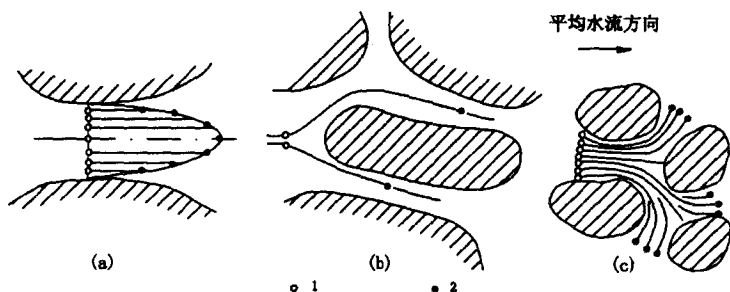


图6-7 机械弥散引起的示踪剂扩展

1——水质点原始位置；2——流动以后的水质点位置

由于机械弥散引起的溶质运移，近似地也可用费克定律表示，
 即

$$J_m = -nD_m \frac{dC}{dn} \quad (6-27)$$

式中 J_m ——由于机械弥散引起的溶质质量通量；

D_m ——机械弥散系数。

其余的符号同前。

由于机械弥散和分子扩散很难区分,故综合式(6-25)和式(6-27),得到由于水动力弥散引起的溶质质量通量 J 的表达式为

$$J = J_d + J_m = -nD \frac{dC}{dn} \quad (6-28)$$

或

$$J = -nD \text{grad} C \quad (6-29)$$

上两式中的参数 D 称为水动力弥散系数。

四、水动力弥散系数和弥散度

水动力弥散系数 D 是一个与水流速度 u 有关的参数,它也是一个二秩张量。当坐标轴 x 轴取得和水流方向一致, y 轴和 z 轴和水流方向垂直时,此时 x 轴方向的弥散系数 D_x 称为纵向弥散系数 D_L ,而 y 轴和 z 轴方向的弥散系数 D_y 和 D_z 称为横向弥散系数 D_T , D_L 和 D_T 的表达式(J. Bear, 1964) 为

$$\begin{cases} D_L = \alpha_L u + D' \\ D_T = \alpha_T u + D' \end{cases} \quad (6-30)$$

式中 α_L ——向弥散度；

α_T ——向弥散度；

D' ——分子扩散系数。

当地下水的流速 u 较大,而分子扩散系数相对较小时,式(6-30)可近似简化为

$$\begin{cases} D_L = \alpha_L u \\ D_T = \alpha_T u \end{cases} \quad (6-31)$$

弥散系数 D 和渗透系数 K 不同,不管含水层是各向同性抑或各向异性, D 都是张量。因此(6-29)式 J 的三个分量的表达式为

$$\begin{Bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{Bmatrix} = -n \begin{bmatrix} D_{xx} & D_{xy} & D_{xz} \\ D_{yx} & D_{yy} & D_{yz} \\ D_{zx} & D_{zy} & D_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial C}{\partial x} \\ \frac{\partial C}{\partial y} \\ \frac{\partial C}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (6-32)$$

如 x 轴方向取得和水流方向一致,即取主轴坐标系,则有

$$\begin{Bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{Bmatrix} = -n \begin{bmatrix} D_x & 0 & 0 \\ 0 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial C}{\partial x} \\ \frac{\partial C}{\partial y} \\ \frac{\partial C}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (6-33)$$

式中水力弥散系数为

$$D = \begin{bmatrix} D_x & 0 & 0 \\ 0 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_L & 0 & 0 \\ 0 & D_T & 0 \\ 0 & 0 & D_T \end{bmatrix} \quad (6-34)$$

水力弥散系数在性质上和渗透系数有下列不同:(1) 在各向同性介质中,渗透系数 K 是标量,只有在各向异性介质中, K 才是二秩张量。但无论介质是各向同性还是各向异性,水力弥散系数 D 都是张量。(2) 当水的性质变化不大时,渗透系数 K 是岩层常数,它不随流动状态而变化。而水力弥散系数 D 不是岩层常数。当水流速 u 不同时, D 值是不同的。(3) 渗透系数 K 没有尺度效应。如果介质是均质的,不管测定是在实验室做的还是在野外做的,不管试验的范围多大,都具有相同的 K 值。因此,可以利用实验室的结果或野外抽水试验求得的 K 值,用于地下水今后的计算。但水力弥散系数 D 和弥散度 α 具有尺度效应。即 α 值随试验范围的大

小而不同,试验范围愈大 α 值也愈大。对于同一种介质,实验室求得的 α 值和野外弥散试验求得的 α 值以及实际污染物运移的 α 值,差别可达一个数量级或更大。因此,一般不能用试验求得的 α 值,直接进行溶质运移的计算。因此,有些实际工作者把弥散试验和抽水试验同等对待是不正确的。

引起多孔介质中溶质运移的既有对流,又有弥散。为了表示哪一项占主导地位,引进了一个无量纲数 Peclet 数 Pe ,

$$Pe = \frac{ud}{D'} \quad (6-35)$$

式中 u ——下水的实际平均流速;

d ——多孔介质的平均粒径;

D' ——分子扩散系数。

Pe 值表示实际平均流速和分子扩散相比的相对大小。 Pe 愈大,对流对溶质运移的影响也相对愈大。当流速足够大以后,水动力弥散的影响变得相当小,我们称这一类的溶质运移问题为对流占优势的问题。

第二节 地下水运动和溶质运移的数学模型

一、关于地下水数学模型

地下水数学模型是将实际的地下水问题进行简化和概化,用一系列的数学关系式刻画其数量关系和时、空形式,以达到仿真的目的。随着现代科技的进步和电子计算机技术的发展,许多自然科学和工程技术问题都用建立和求解数学模型来解决,地下水水文学也不例外。

数学模型有两类。一类为确定性模型。该模型中各变量之间有严格确定的关系。通常用一个偏微分方程表示这种关系。当输

人含水层参数、某些给定的输入和输出值(如抽水量、补给量等)和定解条件,可得到解在指定时间指定地点确定的数值。另一类随机模型是以含水层参数的概率分布为基础,随机模型的解不是给出某一确定的数值,而是给出可能的结果出现的范围,即结果(水头、溶质浓度)落在某一范围内的概率是多少。

一个地下水问题的确定性数学模型,必须具备以下两项:

(1)描述地下水运动规律的偏微分方程(或积分方程),以及地下水流动区域的范围、形状,以及方程中出现的参数值。

(2)定解条件。定解条件包括边界条件和初始条件。对于地下水稳定流动问题,只需要边界条件,而对于非稳定流问题,必须同时给出初始条件和边界条件。

对于一个具体问题,如只给出方程而没有定解条件是无法求解的。因为不同的物理问题往往有相同的方程,而边界条件则各异。

地下水数学模型的求解一般分成两个步骤。首先是解逆问题,即模型的校正(Calibration)和反求参数。这一步骤的目的是看看所建的模型和所给出的参数是否合适。做法是将参数代入模型,将计算的结果和实测资料相比较,如误差较大,则不断修改模型和参数,直到合适为止。有时在最后还要做一次模型检验(Verification)。第二步是解正问题,即利用模型进行预测。

限于篇幅,本书不涉及地下水的随机数学模型。

下面对不同的地下水问题的方程和定解条件分别进行论述。

二、地下水运动的连续性方程

连续性方程反映液体流动时的质量守恒关系。下面推导地下水流动时的连续性方程。在多孔介质中的地下水流动我们称之为渗流。在渗流场中取一个以 $P(x, y, z)$ 点为中心的平行六面体,称之为均衡单元体,其边长为 $\Delta x, \Delta y$ 和 Δz ,分别和坐标轴平行,即六面体的每一面都和坐标轴相垂直,见图6-8。如 P 点沿各坐标轴

方向的渗透速度分量分别为 v_x, v_y, v_z , 水的密度为 ρ , 则单位时间内通过垂直于坐标轴方向的单位面积的水流质量分别为 $\rho v_x, \rho v_y$ 和 ρv_z 。因此, 通过六面体左侧的 $abcd$ 面的中点 $P_1(x - \frac{\Delta x}{2}, y, z)$ 的单位时间单位面积的水流质量 ρv_{x1} 可利用泰勒 (Taylor) 级数求得:

$$\begin{aligned} \rho v_{x1} = \rho v_x(x - \frac{\Delta x}{2}, y, z) &= \rho v_x(x, y, z) + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x}(-\frac{\Delta x}{2}) + \\ &+ \frac{1}{2!} \frac{\partial^2(\rho v_x)}{\partial x^2}(-\frac{\Delta x}{2})^2 + \cdots + \frac{1}{n!} \frac{\partial^n(\rho v_x)}{\partial x^n}(-\frac{\Delta x}{2})^n + \cdots \end{aligned} \quad (6-36)$$

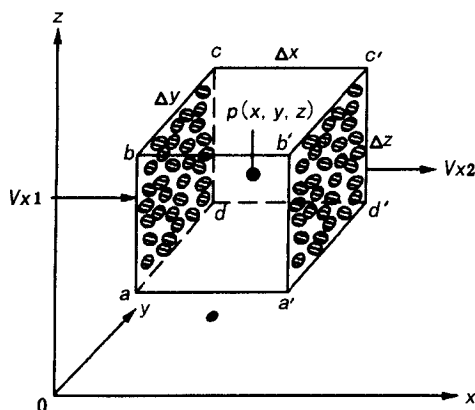


图 6-8 渗流区中的均衡单元体

略去二阶导数以上的高次项, 则得

$$\rho v_{x1} = \rho v_x - \frac{1}{2} \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \Delta x \quad (6-37)$$

同理可求得通过右侧的 $a'b'c'd'$ 面单位时间单位面积流出的水流质量为

$$\rho v_{x2} = \rho v_x + \frac{1}{2} \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \Delta x \quad (6-38)$$

因此沿 x 轴方向流入和流出均衡单元体的质量差应为(6-37)式减去(6-38)式再乘上过水断面的面积和时间,即

$$\begin{aligned} & \left\{ \left[\rho v_x - \frac{1}{2} \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \Delta x \right] - \left[\rho v_x + \frac{1}{2} \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \Delta x \right] \right\} \Delta y \Delta z \Delta t \\ &= - \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \end{aligned}$$

同理可写出沿 y 轴方向和沿 z 轴方向流入和流出这个均衡单元体的水流质量差分别为

$$\begin{aligned} & - \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \\ & - \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \end{aligned}$$

因此,流入和流出这个均衡单元体的水流总的质量差为

$$- \left[\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right] \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$$

均衡单元体内,水所占的体积为 $n \Delta x \Delta y \Delta z$,其中 n 为孔隙度。则水的质量为 $\rho n \Delta x \Delta y \Delta z$ 。所以在 Δt 时间内,水体质量的变化为

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho n \Delta x \Delta y \Delta z] \Delta t$$

这个质量变化是由于流入和流出单元体的水的质量差造成的,根据质量守恒定律,两者应相等。有

$$- \left[\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right] \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t = \frac{\partial}{\partial t} [\rho n \Delta x \Delta y \Delta z] \Delta t \quad (6-39)$$

(6-39)式称为渗流的连续性方程或渗流的质量守恒方程。

如果假定水和含水层的骨架都是不可压缩的,则(6-39)式右端项对时间的导数为零。(6-39)式变为

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (6-40)$$

即流入单元体的水量和流出单元体的水量相等,即水体积守恒。

三、地下水运动的基本微分方程

1. 承压水运动的基本微分方程

对于承压含水层来说,由于侧向受到限制,故可认为 Δx 、 Δy 不变,为常量。仅密度 ρ 、孔隙度 n 和垂直方向 Δz 发生变化,即含水层垂直方向可以压缩,方程式(6-39)右端项经推导后可以得出^[116]:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho n \Delta x \Delta y \Delta z] \Delta t = \rho^2 g (\alpha + n\beta) \frac{\partial H}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \quad (6-41)$$

式中 α ——含水层的压缩系数;

β ——水的体积压缩系数。

方程式(6-39)的左端项

$$\begin{aligned} & - \left[\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right] \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t = \\ & \left[-\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - \left(v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + v_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) \right] \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \end{aligned}$$

由于密度 ρ 沿坐标轴方向的变化比速度分量沿坐标轴的变化小得多,故可忽略上式的第二项,有

$$\begin{aligned} & - \left[\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right] \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \approx \\ & - \rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \quad (6-42) \end{aligned}$$

在各向同性介质中,有

$$v_x = -K \frac{\partial H}{\partial x}; \quad v_y = -K \frac{\partial H}{\partial y}; \quad v_z = -K \frac{\partial H}{\partial z}$$

将其代入(6-42)式中,由于(6-41)式与(6-39)式相等,得

$$- \rho \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(-K \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-K \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-K \frac{\partial H}{\partial z} \right) \right] \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t = \rho^2 g (\alpha + n\beta) \frac{\partial H}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$$

有

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right) \right] = \rho g (\alpha + n\beta) \frac{\partial H}{\partial t} \quad (6-43)$$

$$\text{令} \quad \rho g (\alpha + n\beta) = S_s \quad (6-44)$$

称为贮水率或弹性释水率。它表征面积为一个单位面积,厚度为一个单位的含水层,当水头降低一个单位时释放的水量,量纲为 $[L^{-1}]$ 。其中 $\rho g \alpha$ 表示由于含水层骨架的压缩,造成充满于含水层孔隙中水的挤出, $\rho g n\beta$ 代表由于水的弹性膨胀造成水的释出。故(6-43)式变为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial H}{\partial t} \quad (6-45)$$

(6-45)式即为非均质各向同性条件下,承压水的三维流动的基本微分方程。如为非均质各向异性介质,一般情况下的基本微分方程为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial H}{\partial x} + K_{xy} \frac{\partial H}{\partial y} + K_{xz} \frac{\partial H}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yx} \frac{\partial H}{\partial x} + K_{yy} \frac{\partial H}{\partial y} + K_{yz} \frac{\partial H}{\partial z} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zx} \frac{\partial H}{\partial x} + K_{zy} \frac{\partial H}{\partial y} + K_{zz} \frac{\partial H}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial H}{\partial t} \end{aligned} \quad (6-46)$$

当取主轴坐标系时,(6-46)式简化为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial H}{\partial t} \quad (6-47)$$

如果为均质各向同性介质,(6-45)式简化为

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \frac{S_s}{K} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (6-48)$$

对于均质各向同性的二维问题, (6-48) 式变为

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = \frac{S_s}{K} \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{S}{T} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (6-49)$$

$$\text{式中} \quad S = S_s \cdot b \quad (6-50)$$

称为贮水系数。它等于贮水率乘以含水层的厚度 b 。它表示面积为一个单位面积, 厚度为含水层厚度 b 的柱体中, 当水头降低一个单位时弹性释放出来的水量。它表征含水层的释水能力, 也称弹性释水系数, 无量纲。它是一个重要的含水层参数。

对于二维的非均质各向同性介质, 有

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial H}{\partial y} \right) = S \frac{\partial H}{\partial t} \quad (6-51)$$

而二维的非均质各向异性介质, 当取主轴坐标系时, 则基本微分方程为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) = S \frac{\partial H}{\partial t} \quad (6-52)$$

如果地下水作稳定运动, 水头 H 不随时间而变化, 因而, 则对于均质各向同性介质, 有

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0 \quad (6-53)$$

上式称为拉普拉斯 (Laplace) 方程。

类似地, 对于非均质各向同性介质, 有

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(T \frac{\partial H}{\partial z} \right) = 0 \quad (6-54)$$

非均质各向异性介质, 取主轴坐标系时, 有

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(T_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) = 0 \quad (6-55)$$

2. 越流含水层中地下水非稳定运动的基本微分方程

如果承压含水层上、下的岩层不是绝对不透水的, 而是其中一个或两个都是弱透水层。此时含水层中的地下水虽然承压, 但能

通过弱透水层和相邻含水层发生水力联系。当二含水层存在水头差时,地下水可能从水头高的含水层向水头低的含水层流动。这种情况称为越流(Leakage)。越流现象在我国相当普遍。

如果不考虑弱透水层本身的贮存的水的释放,把弱透水层仅仅看作是过水的通道,称为第一类越流。如果不仅把弱透水层看

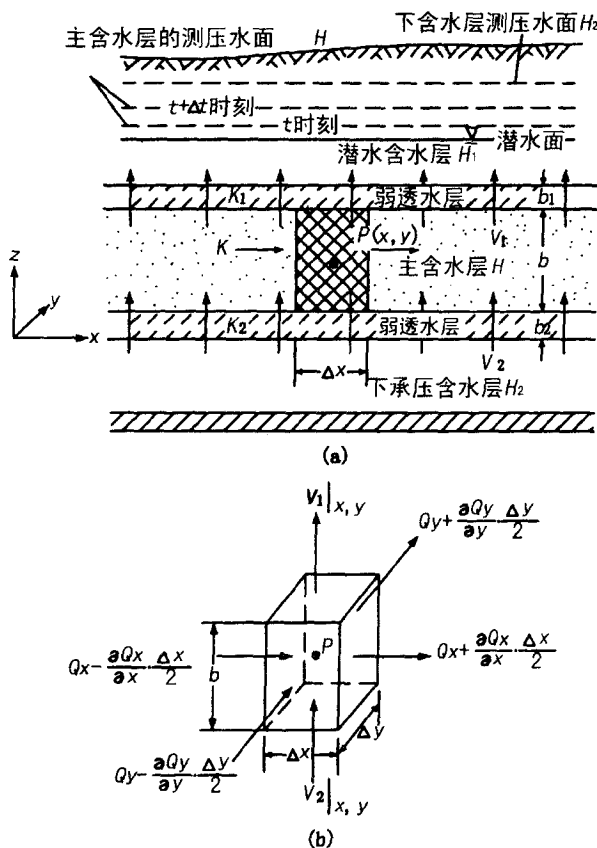


图 6-9 越流含水层中的水流 (a) 和均衡单元体 (b)

(根据 J. Bear 修改)

作过水通道,还考虑弱透水层本身贮存的水的释放并补给主含水层,则称为第二类越流。

此处仅研究第一类越流的地下水运动的基本微分方程。弱透水层的渗透系数 K_1 通常比主含水层的渗透系数 K 小几个数量级。故可近似地认为水是垂直地通过弱透水层,进入主含水层以后折向水平流动。实际上,当 K_1 比 K 小两个数量级时,这一假定的误差小于 5%,实际上是允许的。假设含水层的情况如图 6-9,在整个含水层厚度上切出一个六面柱体,作为均衡单元体。研究通过该柱体的水量平衡,最后得到^[116]非均质各向异性条件下的微分方程为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial H}{\partial y} \right) + K_1 \frac{H_1 - H}{b_1} + K_2 \frac{H_2 - H}{b_2} = S \frac{\partial H}{\partial t} \quad (6-56)$$

式中 K_1, K_2 ——上、下弱透水层的垂向渗透系数;

b_1, b_2 ——上、下弱透水层的厚度。

对于均质各向同性介质,式(6-56)简化为

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{K_1}{Tb_1}(H_1 - H) + \frac{K_2}{Tb_2}(H_2 - H) = \frac{S}{T} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (6-57)$$

令

$$B_1 = \sqrt{\frac{Tb_1}{K_1}}; \quad B_2 = \sqrt{\frac{Tb_2}{K_2}} \quad (6-58)$$

得到

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{H_1 - H}{B_1^2} + \frac{H_2 - H}{B_2^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (6-59)$$

参数 B_1 和 B_2 称为越流因素。量纲是[L]。弱透水层的渗透性愈小,厚度愈大,则 B 愈大,越流量愈小。如果弱透水层变成完全隔水,则 B 成为无穷大。反之,另一个参数

$$\sigma_1 = \frac{K_1}{b_1}; \quad \sigma_2 = \frac{K_2}{b_2} \quad (6-60)$$

称为越流系数。它表示当主含水层和相邻含水层之间的水头差分配到每单位厚度的弱透水层上为一个长度单位时,通过该含水层和弱透水层界面上单位面积上的水流量。显然,它的性质和越流因素相反,越流因素愈大越流量愈小,越流系数愈大越流量愈多。

3. 潜水运动的基本微分方程

法国工程师裘布衣 (Dupuit) 在 1863 年,根据潜水面的坡度在天然状态下都是很小的事实,提出潜水的水力坡度用正切代替正弦。这就是裘布衣假设。如用式子表示

$$I = \frac{dH}{ds} = -\sin\theta \quad (6-61)$$

但当 θ 很小时, $\sin\theta \approx \tan\theta$, 故

$$I \approx \frac{dH}{dx} = -\tan\theta \quad (6-62)$$

在裘布衣假设下,假定潜水流都是水平流动,渗透速度没有铅直分量,等水头面是铅直面,因而可使计算大大地简化。

潜水非稳定运动的微分方程,就是在裘布衣假设下导出的。推导时的示意图见图 6-10。

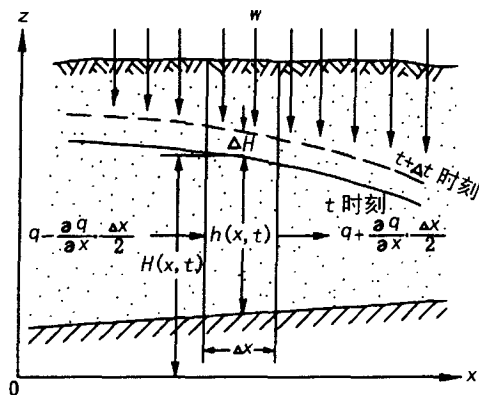


图 6-10 潜水的一维非稳定流动

考虑潜水为沿 x 轴方向的一维流动,取一长度为 Δx ,厚度为一个单位,从潜水面直到隔水底板的柱体,作为均衡单元体。考虑单元体内的水量平衡,经推导后得到^[116]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{W}{K} = \frac{\mu}{K} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (6-63)$$

式中 h ——潜水含水层的厚度;

W ——单位时间单位面积上的入渗补给量,如为蒸发排泄,则取负值;

μ ——潜水含水层的给水度,无量纲。

(6-63)式即为均质各向同性介质中,潜水一维流动时的基本微分方程,也称布西涅斯克(Boussinesq)方程。二维情况下有

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{W}{K} = \frac{\mu}{K} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (6-64)$$

对于非均质各向同性含水层,有

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(Kh \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(Kh \frac{\partial H}{\partial y} \right) + W = \mu \frac{\partial H}{\partial t} \quad (6-65)$$

四、地下水流问题的定解条件

1. 初始条件

只有在解非稳定流问题时才需要给出初始条件,解稳定流问题则不需要。所谓初始条件就是给定计算的起始时刻渗流场内各点的水头值。即

$$H(x, y, z, 0) = H_0(x, y, z) \quad (x, y, z) \in D \quad (6-66)$$

在二维情况下有

$$H(x, y, 0) = H_0(x, y) \quad (x, y) \in D \quad (6-67)$$

式中 D ——渗流区域,即进行计算的区域;

$H_0(x, y, z)$ 或 $H_0(x, y)$ —— D 上的已知函数。

初始条件给定的正确与否,对计算的结果有一定的影响,随着计算

时间的延长和时段的增加,影响将逐渐减弱。

2. 边界条件

(1) 第一类边界条件,即狄义克利(Dirichlet)条件,也称已知水头条件。即边界上每一时刻的水头都是已知的,有

$$H(x, y, z, t) = H_1(x, y, z) \quad (x, y, z) \in S_1 \quad (6-68)$$

或

$$H(x, y, t) = H_2(x, y) \quad (x, y) \in \Gamma_1 \quad (6-69)$$

式中 S_1 ——三维渗流区域的边界曲面;

Γ_1 ——二维渗流区域的边界曲线;

$H_1(x, y, z)$ ——边界表面上的已知水头;

$H_2(x, y)$ ——边界曲线上的已知水头。

已知水头边界不一定是定水头边界。只要各时刻的水头已知即可。

自然界中可以作为已知水头边界的情况是较多的。如边界为河流或湖泊等地表水体,当河水切穿整个含水层时,可作为第一类边界;但如果含水层很厚,而河湖只切过含水层的上部一小部分厚度,因而地表水渗入含水层有较大的阻力,或河底有较厚的淤泥质沉积,情况也类似,此时如作为第一类边界处理,计算出的流量会偏大,最好作为第三类边界处理。此外,泉水或矿山的疏干水平,在不干涸的情况下可作为第一类边界。如果为无限含水层,在估计边界附近有长期观测水位资料时,也可作为第一类边界。

(2) 第二类边界条件,即纽曼(Neumann)条件,也称已知流量条件。此时水头对于边界的法向偏导数已知或边界上单位面积(长度)的法向流量为已知。有

$$K \frac{\partial H}{\partial n} = q_1(x, y, z, t) \quad (x, y, z) \in S_2 \quad (6-70)$$

亦即

$$K \left[\frac{\partial H}{\partial x} \cos(n, x) + \frac{\partial H}{\partial y} \cos(n, y) + \frac{\partial H}{\partial z} \cos(n, z) \right] =$$

$$q_1(x, y, z, t) \quad (x, y, z) \in S_2 \quad (6-71)$$

在二维情况下,有

$$T \frac{\partial H}{\partial n} = q_2(x, y, t) \quad (x, y) \in \Gamma_2 \quad (6-72)$$

亦即

$$T \left[\frac{\partial H}{\partial x} \cos(n, x) + \frac{\partial H}{\partial y} \cos(n, y) \right] = q_2(x, y, t) \quad (x, y) \in \Gamma_2 \quad (6-73)$$

最常见的第二类边界为隔水边界,在各向同性介质中为

$$\frac{\partial H}{\partial n} = 0 \quad (6-74)$$

在自然界中下列场合可作为隔水边界处理:

a. 地下水分水岭。水向分水岭两侧流动,没有水流能通过分水岭。

b. 流线。流线处处和流速矢量相切,没有水流能通过流线。

如果研究区内有抽水井(或注水井),则井壁边界 Γ_w 也可作为第二类边界处理,有

$$2\pi r_w T \frac{\partial H}{\partial r} = Q(x, y, t) \quad (6-75)$$

式中 r ——径向距离;

$Q(x, y, t)$ ——抽水井的流量,如为注水井,则取负值。

由于 Γ_w 为内边界,外法线 n 的方向指向圆心,和 r 方向相反,故(6-75)式也可写作

$$T \frac{\partial H}{\partial r} \Big|_{\Gamma_w} = - \frac{Q}{2\pi r_w} \quad (6-76)$$

式中 r_w ——水井半径。

(3)第三类边界条件,即柯西(Cauchy)条件,也称混合边界条件。有

$$\frac{\partial H}{\partial n} + \alpha H = \beta \quad (6-77)$$

式中 α 和 β 为边界上的已知函数。

河底和河流侧面有污泥沉积时,可作为第三类边界处理,此时有^[23]

$$K \frac{\partial H}{\partial n} - \frac{K_1}{b_1} (H_n - H) = 0 \quad \text{在 } S_3 \text{ 上} \quad (6-78)$$

或写作

$$T \frac{\partial H}{\partial n} - b \frac{(H_n - H)}{\sigma} = 0 \quad \text{在 } \Gamma_3 \text{ 上} \quad (6-79)$$

式中 K ——主含水层的渗透系数;

T ——主含水层的导水系数;

b ——主含水层的厚度;

H_n ——河水位;

H ——地下水水位;

K_1 ——污泥层的渗透系数;

b_1 ——污泥层的厚度;

σ ——污泥层的越流系数。

五、地下水中溶质运移的对流弥散方程

在推导对流弥散方程时,先考虑一种比较简单的情况。假设地下水为沿 l 方向的一维流动,我们在流场内取一六面体单元 x 轴的方向平行地下水的流向 l , Δy 和 Δz 取垂直于流向,如图 6-11。

设由 x 方向流入单元体的流量为 $v\Delta y\Delta z$, 水的溶质浓度为 C , 则随水流对流流入的溶质质量为 $vC\Delta y\Delta z$, 而由 x 方向流出单元体的溶质质量为

$$\left[vC + \frac{\partial(vC)}{\partial x} \Delta x \right] \Delta y \Delta z$$

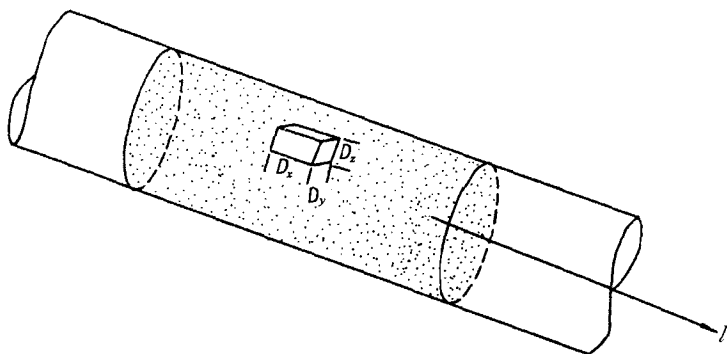


图 6-11 一维流动条件下的单元六面体

(根据 C. Zheng and G. D. Bennett 修改)

流入的质量减去流出的质量为

$$-\frac{\partial(vC)}{\partial x}\Delta x\Delta y\Delta z$$

因为 x 轴的取向和水流方向一致,故沿 y 轴和 z 轴方向都没有水流流动,故也没有由于对流引起的质量变化。由于对流引起的单元体内质量的总变化为

$$-\frac{\partial(vC)}{\partial x}\Delta x\Delta y\Delta z = -\frac{\partial(uC)}{\partial x}n\Delta x\Delta y\Delta z \quad (6-80)$$

式中 u 为实际平均流速, v 为渗透速度, n 为孔隙度。

除了对流,水动力弥散也引起单元体内溶质质量的变化。沿 x 轴方向单位时间单位面积上由于水动力弥散进入的溶质质量为 $-D_L \frac{\partial C}{\partial x}$, 而垂直于 x 方向弥散的面积为单元体的横截面积 $\Delta y\Delta z$ 再乘以孔隙度 n , 则流入的溶质质量为

$$-D_L \frac{\partial C}{\partial x}n\Delta y\Delta z$$

沿 x 方向由于弥散作用的流入流出的质量差为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D_L \frac{\partial C}{\partial x} \right) n \Delta x \Delta y \Delta z \quad (6-81)$$

式中 D_L 为纵向弥散系数。

同理可得沿 y 方向和 z 方向由于弥散作用流入流出单元体的质量差为

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(D_T \frac{\partial C}{\partial y} \right) n \Delta x \Delta y \Delta z \quad (6-82)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(D_T \frac{\partial C}{\partial z} \right) n \Delta x \Delta y \Delta z \quad (6-83)$$

式中 D_T 为横向弥散度。

因此,由于对流和水动力弥散,单位时间内流入流出单元体的总的质量差应为

$$-\frac{\partial(vC)}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z + \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D_L \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_T \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_T \frac{\partial C}{\partial z} \right) \right] n \Delta x \Delta y \Delta z \quad (6-84)$$

而单位时间内,单元体中溶质质量的变化为

$$n \Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial C}{\partial t} \quad (6-85)$$

显然,根据质量守恒定理,(6-84)和(6-85)式应当相等,得到

$$n \Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial(uC)}{\partial x} n \Delta x \Delta y \Delta z + \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D_L \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_T \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_T \frac{\partial C}{\partial z} \right) \right] n \Delta x \Delta y \Delta z$$

用 $n \Delta x \Delta y \Delta z$ 除等式两边,得到

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial(uC)}{\partial x} + \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D_L \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_T \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_T \frac{\partial C}{\partial z} \right) \right] \quad (6-86)$$

式中 u 为实际平均流速,其值为 $\frac{v}{n}$ 。

(6-86)式为当一维流动时, x 轴和水流方向一致时的对流弥散方程。

下面讨论更为一般的情况,即坐标轴中的任一个都不与水流的方向一致,见图 6-12。

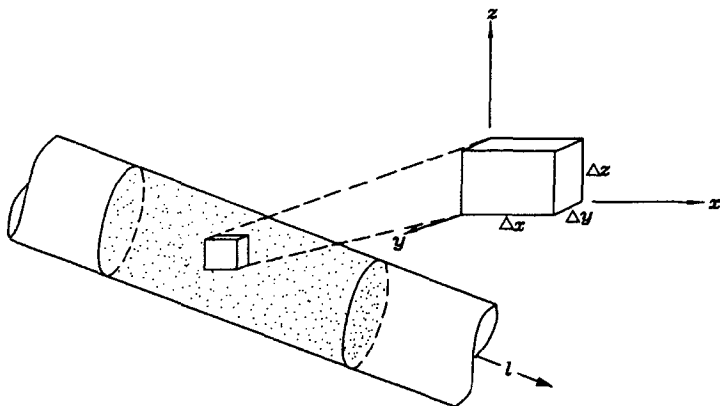


图 6-12 当水流方向和坐标轴不一致时的单元六面体
(根据 C. Zheng 和 G. D. Bennett)

此时在单元体的六个面上都有水流分量流入或流出。和上面的推导类似,可求得由于对流作用流入流出单元体的质量差为:

$$- \left[\frac{\partial}{\partial x}(v_x C) + \frac{\partial}{\partial y}(v_y C) + \frac{\partial}{\partial z}(v_z C) \right] \Delta x \Delta y \Delta z$$

如果在单元体内存在源、汇项,设单位时间的流量为 Q_s ,源为正、汇为负。其溶质浓度为 C_s ,则由于对流和源汇项造成单元体内的质量增加为

$$- \left[\frac{\partial}{\partial x}(v_x C) + \frac{\partial}{\partial y}(v_y C) + \frac{\partial}{\partial z}(v_z C) \right] \Delta x \Delta y \Delta z + Q_s C_s \quad (6-87)$$

因为 x 轴方向既不平行也不垂直于水流,故通过面积 $\Delta y \Delta z$ 的水动力弥散的质量为

$$- \left[D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{xy} \frac{\partial C}{\partial y} + D_{xz} \frac{\partial C}{\partial z} \right] n \Delta y \Delta z$$

和以前的推导类似,由于水动力弥散作用通过 $\Delta y \Delta z$ 平面的流入的质量减去流出的质量为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{xy} \frac{\partial C}{\partial y} + D_{xz} \frac{\partial C}{\partial z} \right) n \Delta x \Delta y \Delta z \quad (6-88)$$

类似地,可求得沿 y 轴方向通过 $\Delta x \Delta z$ 平面的质量差为

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(D_{yx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} + D_{yz} \frac{\partial C}{\partial z} \right) n \Delta x \Delta y \Delta z \quad (6-89)$$

沿 z 轴方向通过 $\Delta x \Delta z$ 平面的质量差为

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(D_{zx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{zy} \frac{\partial C}{\partial y} + D_{zz} \frac{\partial C}{\partial z} \right) n \Delta x \Delta y \Delta z \quad (6-90)$$

而单元体中的溶质质量变化仍为

$$n \Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial C}{\partial t}$$

由质量守恒原理,流入流出单元体的质量差应当等于单元体内的质量变化,故最后得到:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{xy} \frac{\partial C}{\partial y} + D_{xz} \frac{\partial C}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (u_x C) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_{yx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} + D_{yz} \frac{\partial C}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial y} (u_y C) \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{zx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{zy} \frac{\partial C}{\partial y} + D_{zz} \frac{\partial C}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} (u_z C) + \frac{q_s}{n} C_s \end{aligned} \quad (6-91)$$

式中 $D_{xx}, D_{xy}, D_{xz}, D_{yx}, D_{yy}, D_{yz}, D_{zx}, D_{zy}, D_{zz}$ 均为水动力弥散张量的 9 个分量。而

$$q_s = Q_s / \Delta x \Delta y \Delta z$$

为单位体积上的源汇项的流量。(6-91) 式为一般情况下的对流弥散方程。(6-91) 也可写成为矢量形式:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \nabla \cdot (D \cdot \nabla C) - \nabla \cdot (uC) + \frac{q_s}{n} C_s \quad (6-92)$$

或者按爱因斯坦求和法则,写成下标形式

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i C) + \frac{q_s}{n} C_s \quad (6-93)$$

如果考虑到固体颗粒对溶质的吸附和放射性衰变作用(某些生物降解作用也类似), (6-93) 式还可写成更一般的形式

$$R \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i C) + \frac{q_s}{n} C_s - \lambda \left(C + \frac{\delta}{n} \frac{\partial C^*}{\partial t} \right) \quad (6-94)$$

式中 R ——阻滞因子, 其值常大于 1;

λ ——放射性蜕变(或生物降解)常数, 其值为 $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$;

C^* ——固体颗粒吸附的溶质浓度 d ;

δ ——含水层的干容重;

$t_{1/2}$ ——放射性元素的半衰期。

六、对流弥散方程的定解条件

1. 初始条件

初始条件的一般表达式如下:

$$C(x, y, z, 0) = C_0(x, y, z) \quad \text{在 } \Omega \text{ 上} \quad (6-95)$$

式中 Ω ——计算区域;

C_0 ——已知的浓度分布。

如果 C 代表污染物的浓度, 而该污染物在正常的地下水中不存在, 则有

$$C(x, y, z, 0) = 0 \quad \text{在 } \Omega \text{ 上} \quad (6-96)$$

2. 边界条件

对流弥散方程的边界条件也有三类:

(1) 第一类边界条件, 也称狄义克利(Dirichlet)条件。即在研究的时间段内边界上的浓度是已知的, 即

$$C(x, y, z, t) = C_1(x, y, z) \quad \text{在 } \Gamma_1 \text{ 上 } t > 0 \quad (6-97)$$

式中 Γ_1 ——第一类边界；

$C_1(x, y, z)$ ——在第一类边界上的已知浓度。

和水流模型类似,第一类边界条件的作用相当于一个源或汇。相当于源时不断向研究区提供溶质质量。相当于汇时不断吸收区内的溶质质量。

(2)第二类边界条件,也称纽曼(Neumann)条件,即垂直于边界方向的浓度梯度是已知的。意指越过边界的水动力弥散通量已知。表达式为:

$$-D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j} = f_i(x, y, z) \quad \text{在 } \Gamma_2 \text{ 上, } t > 0 \quad (6-98)$$

(6-98)式也可写成

$$\begin{cases} -\left(D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{xy} \frac{\partial C}{\partial y} + D_{xz} \frac{\partial C}{\partial z}\right) = f_x(x, y, z) \\ -\left(D_{yx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} + D_{yz} \frac{\partial C}{\partial z}\right) = f_y(x, y, z) \\ -\left(D_{zx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{zy} \frac{\partial C}{\partial y} + D_{zz} \frac{\partial C}{\partial z}\right) = f_z(x, y, z) \end{cases} \quad (6-99)$$

式中 Γ_2 ——第二类边界；

$f_i(x, y, z)$ ——已知函数,其在坐标轴上的三个分量为 f_x , f_y 和 f_z 。

如果在不透水边界上或潜水面,则有

$$-D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j} = 0 \quad \text{在 } \Gamma_2 \text{ 上 } t > 0 \quad (6-100)$$

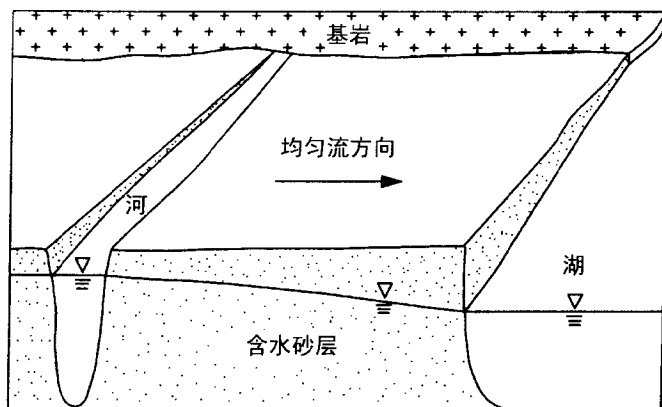
(3)第三类边界条件,也称柯西(Cauchy)边界条件。该情况下,沿边界的浓度和越过边界的浓度梯度的组合已知,亦即越过边界的对流和弥散通量两者之和是已知的,有

$$-D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j} + u_i C = g_i(x, y, z) \quad \text{在 } \Gamma_3 \text{ 上 } t > 0 \quad (6-101)$$

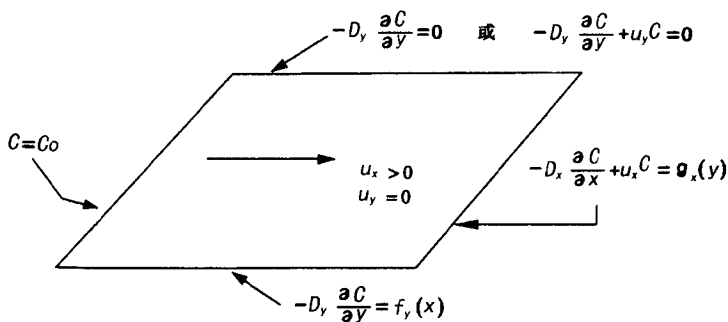
式中 Γ_3 ——第三类边界；

$g_i(x, y, z)$ —— 已知函数, 代表垂直于边界的总的质量通量, 包括对流和弥散。

对于不透水边界上, 无论是对流和弥散都等于零, 故 $g_i(x, y, z) = 0$



(a)



(b)

图 6-13 运移问题边界条件的例子

(根据 C. Zheng 和 G. D. Bennett)

如果在流入或流出边界,对流通量和弥散通量相比占绝对优势,则(6-101)式简化为:

$$u_i C = g_i(x, y, z) \quad \text{在 } \Gamma_3 \text{ 上 } t > 0 \quad (6-102)$$

为了更好地理解边界条件,可参考图6-13的例子。设含水层不厚,可假设为二维的对流弥散问题,左边为切到底板的河流假定为已知浓度边界 $C = C_0$,即狄义克利边界。前部为基岩,是不透水边界,可认为是柯西边界

$$-D_y \frac{\partial C}{\partial y} + u_y C = 0 \quad (6-103)$$

或纽曼边界

$$-D_y \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \quad (6-104)$$

右边是湖,可作为柯西边界,即流入湖内对流和弥散通量已知,即

$$-D_x \frac{\partial C}{\partial x} + u_x C = g_x(y) \quad (6-105)$$

后部边界为平行流速方向的边界,故对流通量为零。但沿 y 方向可能存在浓度梯度,故为纽曼边界条件

$$-D_y \frac{\partial C}{\partial y} = f_y(x) \quad (6-106)$$

第三节 地下水的稳定井流

首先介绍一下地下水的稳定流和非稳定流的概念。如果地下水的运动要素如流量 Q ,渗透速度 v ,压强 p ,水头 H 等不随时间而改变,则称此地下水为稳定流。反之,如这些要素中的一个或几个都随时间而变化,则称之为非稳定流。从大范围、长时间的尺度来看,地下水都是非稳定流。只有在局部范围内短时间的地下水流可达到稳定状态。

地下水主要用水井开采。所以本书中主要探讨井流问题。水

井有两种类型:一种水井贯穿整个含水层,而且井壁全部进水,称为完整井。另一种水井没有贯穿全部含水层,称为不完整井。

在抽水前井中的水头为 $H_0(x, y, 0)$ 如以海平面为基准面,称为静水位。抽水后,由于井中的水被抽出,井和井附近的水头将降低,此时水头为 $H(x, y, t)$, 如仍以海平面为基准面,称为动水位。静水位和动水位之差称为水位降深 $s(x, y, t)$, 有

$$s(x, y, t) = H_0(x, y, 0) - H(x, y, t) \quad (6-107)$$

一般在水井中水位降深最大,愈向外水位降深愈小,形成一个以水井为中心的漏斗状的水头下降区,称为降落漏斗。只要在水井中抽水,就会形成降落漏斗,由于漏斗的水力坡度,使周围的水源源不断地流入井内,补充被抽出的水,当井中被抽出的水和周围通过漏斗区流入井中的水量相平衡时,达到了稳定流状态,只有在下列三种水文地质条件下能真正达到稳定流:(1)含水层有侧向补给,侧向补给量等于水井的抽水量;(2)潜水有垂直入渗补给,当降落漏斗扩展到一定范围以后,进入漏斗区的垂直入渗补给量等于抽水量;(3)地下水有越流补给,越流补给量等于水井的抽水量。

一、承压完整井的裘布衣 (Dupuit) 公式和蒂姆 (Thiem) 公式

由承压水的基本微分方程(6-49)式

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial H}{\partial t}$$

如化为柱坐标,则成为

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (6-108)$$

因为是稳定流,故有 $\frac{\partial H}{\partial t} = 0$, 则上式变为

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2} = 0 \quad (6-109)$$

又因假设初始地下水面水平,含水层等厚,当到达稳定流时为水平径向流,等水头面为以井为共轴的圆柱面并且和过水断面一致。通过各个过水断面的流量都相等并且都等于水井抽水量,此时水头是轴对称的,和 θ 角无关,故(6-109)中的第二项等于零,有

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H}{\partial r} \right) = 0$$

或

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dH}{dr} \right) = 0 \quad (6-110)$$

其边界条件为

$$\begin{cases} H = H_0 & \text{当 } r = R \text{ 时} \\ H = H_w & \text{当 } r = r_w \text{ 时} \end{cases} \quad (6-111)$$

以上各式中

r ——径向距离, m;

H ——地下水水头, m;

H_0 ——边界上的水头,即抽水前的水头, m;

H_w ——水井中的水头, m;

R ——影响半径, m;

r_w ——水井的半径, m。

对(6-110)式进行积分,得

$$r \frac{dH}{dr} = C \quad (6-112)$$

因为不同过水断面的流量相等并且等于水井的流量,故有

$$Q_r = 2\pi T r \frac{dH}{dr} = Q$$

因此

$$C = \frac{Q}{2\pi T} \quad (6-113)$$

代入(6-112)式,得

$$r \frac{dH}{dr} = \frac{Q}{2\pi T} \quad (6-114)$$

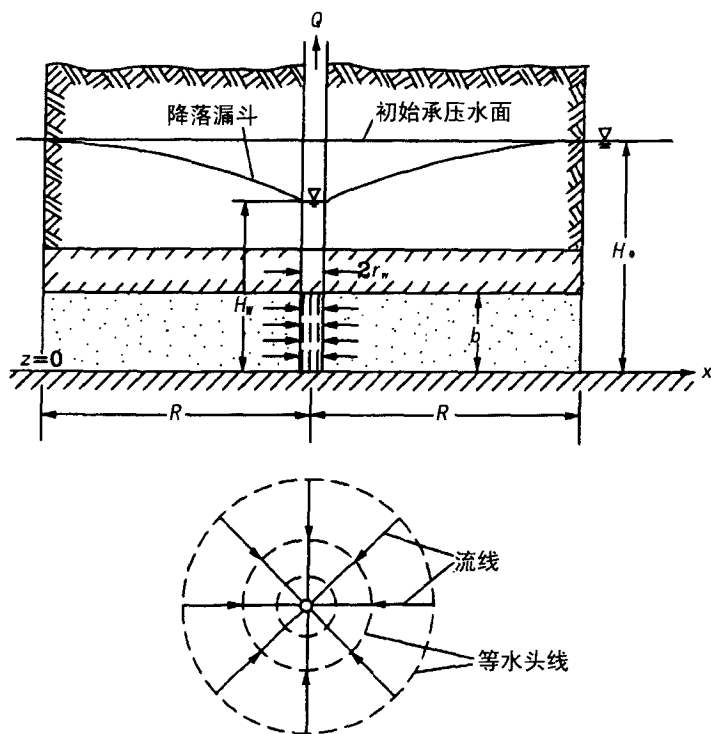


图 6-14 承压完整井的径向流

分离变量,并且按边界条件求定积分

$$\int_{H_w}^H dH = \frac{Q}{2\pi T} \int_{r_w}^R \frac{dr}{r}$$

得

$$H_0 - H_w = s_w = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r_w} \quad (6-115)$$

化为常用对数,有

$$Q = 2.73 \frac{Kbs_w}{\lg \frac{R}{r_w}} \quad (6-116)$$

以上各式中

T ——含水层的导水系数, m^2/d ;

H_w ——井内水位, m ;

s_w ——水井降深, m ;

Q ——水井抽水量, m^3/d ;

K ——渗透系数, m/d ;

b ——承压含水层厚度, m 。

各符号含义可参见图6-14。(6-115)式和(6-116)式称为承压完整井的裘布衣公式。

如果距抽水井 r_1 和 r_2 处有两眼观测井, 水头分别为 H_1 和 H_2 , 则由 r_1 处至 r_2 处求积分, 可得:

$$H_2 - H_1 = s_1 - s_2 = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (6-117)$$

或

$$Q = 2.73 \frac{Kb(s_1 - s_2)}{\lg \frac{r_2}{r_1}} \quad (6-118)$$

上两式称为蒂姆(Thiem)公式。

严格说来, 只有在圆形岛屿中心打井抽水时, 才满足裘布衣公式, 但当含水层有侧向补给边界, 而且侧向补给量和抽水量相等时, 在离抽水井不远处流线仍为放射状直线, 等水头面即过水断面仍近似为圆柱面, 仍可用裘布衣公式计算。此时的影响半径应换为引用影响半径 R_0 , R_0 为一想象的含水层半径, 用这个半径切割出一个理想的圆柱状含水层, 周边保持常水头 H_0 , 在这一想象含水层中抽水

的效果和实际含水层完全相同。此时(6-116)式变为

$$Q = 2.73 \frac{Kbs_w}{R_0 \lg \frac{r_0}{r_w}} \quad (6-119)$$

二、完整潜水泵的裘布衣公式和蒂姆公式

假设隔水底板水平,抽水前潜水面水平,含水层等厚。抽水时应用裘布衣假设,即近似认为水流是水平的,过水断面为同心圆柱面,通过各过水断面的流量相等并且等于水井的抽水量。由方程式(6-64)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{W}{K} = \frac{\mu}{K} \frac{\partial H}{\partial t}$$

如果没有入渗,则 $W=0$; 稳定流则 $\frac{\partial H}{\partial t}=0$, 如取隔水底板为基准面,则(6-64)式化为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial h}{\partial y} \right) = 0 \quad (6-120)$$

将上式线性化,得

$$\frac{\partial^2 (h^2)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (h^2)}{\partial y^2} = 0 \quad (6-121)$$

式中 h ——潜水含水层厚度。

把 h^2 看作一个变量,同时化为柱坐标,有

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[r \frac{d(h^2)}{dr} \right] = 0 \quad (6-122)$$

定解条件仍为

$$\begin{cases} h = H_0 & \text{当 } r = R \text{ 时} \\ h = h_w & \text{当 } r = r_w \text{ 时} \end{cases} \quad (6-123)$$

对(6-122)式求解,得

$$r \frac{d(r^2)}{dr} = C_1 \quad (6-124)$$

通过过水断面的流量为

$$Q_r = Q = 2\pi rhK \frac{dh}{dr} = \pi rK \frac{d(h^2)}{dr}$$

故

$$r \frac{d(h^2)}{dr} = \frac{Q}{\pi K} \quad (6-125)$$

对(6-125)式移项,求积分,得

$$h^2 = \frac{Q}{\pi K} \ln r + C_2 \quad (6-126)$$

将边界条件(6-123)代入上式,并消去积分常数 C_2 ,得

$$H_0^2 - h_w^2 = \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{R}{r_w} \quad (6-127)$$

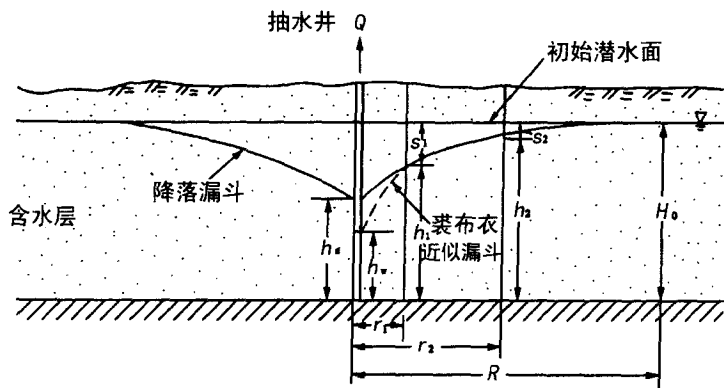


图 6-15 潜水完整井的抽水

化为常用对数,经整理后得

$$Q = 1.366K \frac{(2H_0 - s_w)s_w}{\lg \frac{R}{r_w}} \quad (6-128)$$

如采用引用影响半径 R_0 , 则有

$$Q = 1.366K \frac{(2H_0 - s_w)s_w}{\lg \frac{R}{r_w}} \quad (6-129)$$

公式 (6-127), (6-128), (6-129) 称为潜水井的裘布衣 (Dupuit) 公式。

如抽水井附近有两个观测孔, 并测得观测孔 (距抽水井中心为 r_1 和 r_2) 的水位降深为 s_1 和 s_2 , 同样可给出潜水井的蒂姆 (Thiem) 公式:

$$Q = 1.366K \frac{(2H_0 - s_1 - s_2)(s_1 - s_2)}{\lg \frac{r_2}{r_1}} \quad (6-130)$$

三、越流含水层中完整井的稳定井流

越流含水层中假设底部隔水, 上部通过弱透水层与潜水层相联系, 取得潜水的越流补给。并且假设主含水层和潜水含水层的初始水头都是 H_0 。抽水后, 在主含水层形成降落漏斗, 但潜水层水位不变。并且假定弱透水层的渗透系数 K_1 比主含水层的渗透系数 K 小得多, 故可近似认为水是垂直通过弱透水层, 进入主含水层后折向水平流动。参看图 6-16。

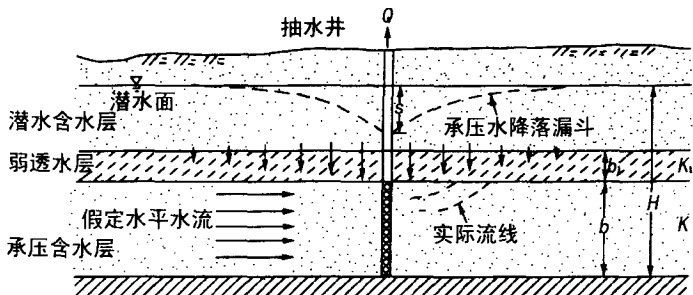


图 6-16 越流含水层中完整井的抽水

稳定流动时柱坐标的微分方程为

$$\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} + \frac{H_0 - H}{B^2} = 0 \quad (6-131)$$

式中 B ——越流因素, m 。

如将式(6-131)化为降深表示, 令 $s = H_0 - H$, 有

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} - \frac{s}{B^2} = 0 \quad (6-132)$$

对(6-132)式进行变换和整理, 有

$$\left(\frac{r}{B}\right)^2 \frac{\partial^2 s}{\partial \left(\frac{r}{B}\right)^2} + \left(\frac{r}{B}\right) \frac{\partial s}{\partial \left(\frac{r}{B}\right)} - \left(\frac{r}{B}\right)^2 s = 0 \quad (6-133)$$

(6-133)式为零阶的变形贝塞尔(Bessel)方程, 其通解为:

$$s = \alpha I_0\left(\frac{r}{B}\right) + \beta K_0\left(\frac{r}{B}\right) \quad (6-134)$$

式中 I_0 ——零阶第一类变形贝塞尔函数;

K_0 ——零阶第二类变形贝塞尔函数;

α 和 β ——由边界条件确定的待定常数。

将边界条件代入后, 得:

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \frac{K_0\left(\frac{r}{B}\right)}{\frac{r_w}{B} K_1\left(\frac{r_w}{B}\right)} \quad (6-135)$$

式中 K_1 ——一阶第二类变形贝塞尔函数。

对于函数 $K_1(x)$, 当 $x \ll 1$ 时, 有 $xK_1(x) \approx 1$ 。因为井径 r_w 很小,

而越流因素 B 相当大, 故 $\frac{r_w}{B} \ll 1$, 故

$$\frac{r_w}{B} K_1\left(\frac{r_w}{B}\right) \approx 1$$

近似有:

$$s = \frac{Q}{2\pi T} K_0\left(\frac{r}{B}\right) \quad (6-136)$$

对于 $K_0(x)$, 有如下性质:

当 $x \ll 1$ 时, 有 $K_0(x) \approx \ln\left(\frac{1.123}{x}\right)$, 故可得出 (6-136) 式的近似表达式为;

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{1.123B}{r} \quad (6-137)$$

对于越流含水层的稳定井流, 常用 (6-136) 式和 (6-137) 式计算。

第四节 地下水的非稳定井流

一、承压含水层非稳定井流的泰斯 (Theis) 公式

(一) 泰斯 (Theis) 公式

推导泰斯公式时作了以下的基本假定:

- (1) 含水层均质各向同性, 等厚, 侧向无限延伸, 产状水平;
- (2) 抽水前承压水面水平, 水力坡度等于零;
- (3) 单个完整井定流量抽水, 井径无限小;

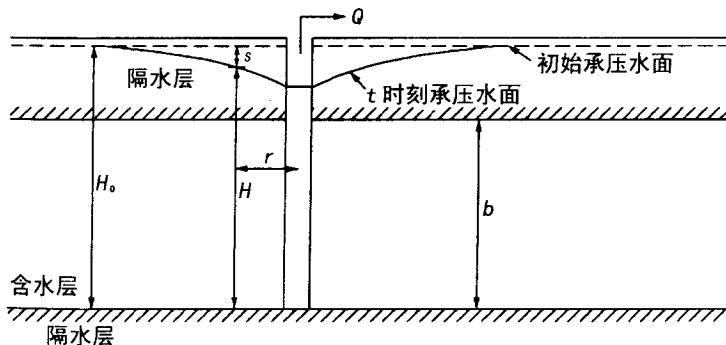


图 6-17 承压含水层的抽水

(4) 水流服从达西定律;

(5) 水头下降引起的地下水从贮存中释放是瞬时完成的。

因此,此时的水头是以井轴为中心呈轴对称状态。取柱坐标系,原点放在含水层底板的井轴处,取井轴为 z 轴,见图 6-17。

此时的数学模型如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} = \frac{S}{T} \frac{\partial s}{\partial t} & t > 0, 0 < r < \infty \end{cases} \quad (6-138)$$

$$\begin{cases} s(r, 0) = 0 & 0 < r < \infty \end{cases} \quad (6-139)$$

$$\begin{cases} s(\infty, t) = 0 & t > 0 \end{cases} \quad (6-140)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial s(\infty, t)}{\partial r} = 0 & t > 0 \end{cases} \quad (6-141)$$

$$\begin{cases} \lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial s(r, t)}{\partial r} = -\frac{Q}{2\pi T} & t > 0 \end{cases} \quad (6-142)$$

式中 $s = H_0 - H$ ——水位降深, m;

r ——径向距离, m;

S ——贮水系数, 无量纲;

T ——导水系数, m^2/d ;

Q ——抽水量, 为常数, m^3/d 。

以上的数学模型可用多种方法求得解析解。其解为;

$$s = H_0 - H = \frac{Q}{4\pi T} W(u) \quad (6-143)$$

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad (6-144)$$

$$\begin{aligned} W(u) &= -E_i(-u) = \int_u^\infty \frac{e^{-y}}{y} dy = -0.5772 - \ln u + u - \frac{u^2}{2 \cdot 2!} + \cdots \\ &+ (-1)^{n-1} \frac{u^n}{n \cdot n!} + \cdots \end{aligned} \quad (6-145)$$

公式(6-143)至(6-145)称为泰斯(Theis)公式。函数 $W(u)$ 称为泰斯水井函数。

根据不同的 u 值, 可以算出 $W(u)$ 值。许多参考书中都列有 u 和 $W(u)$ 的关系表^[117,116]。也可以以 $1/u$ 为横坐标, $W(u)$ 为纵坐标, 在双对数纸上作出标准曲线, 如图 6-18。

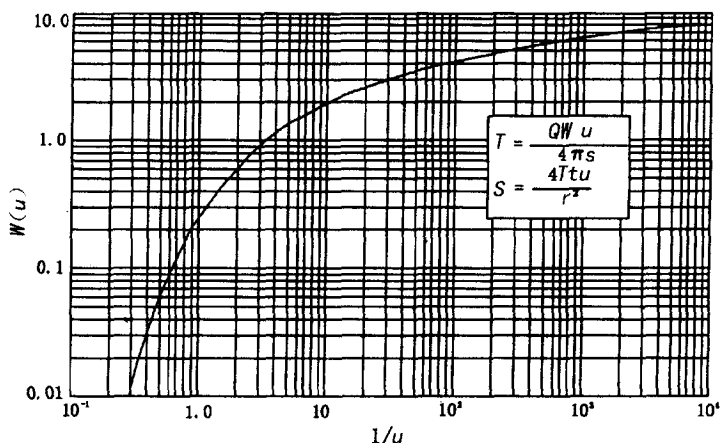


图 6-18 泰斯标准曲线

根据泰斯公式, 可求出当单井进行非稳定流抽水时, 距井轴为 r 的观察点在 t 时刻的水位降深 $s(r, t)$, 此时, 将 r, t 代入 (6-144) 式, 算出 u , 查表求得 $W(u)$, 即可算出 $s(r, t)$ 。同时也可利用抽水试验资料, 求出水文地质参数 S 和 T 。详见下面。

(二) 雅柯布 (Jacob) 近似公式

当 u 很小时 (6-145) 式 $W(u)$ 的级数展开式用前两项来代替误差很小。即当 $u \leq 0.01$ 时相对误差 $< 0.25\%$; 当 $u \leq 0.1$ 时, 相对误差 $< 5\%$ 。因此

$$W(u) \approx -0.5772 - \ln u = \ln \frac{1}{u} - \ln 1.78 = \ln \frac{2.25Tt}{r^2S} \quad (6-146)$$

代入(6-143)式得

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{2.25Tt}{r^2 S} \quad (6-147)$$

化为常用对数,有

$$s = \frac{0.183Q}{T} \lg \frac{2.25Tt}{r^2 S} \quad (6-148)$$

公式(6-147)和(6-148)称为雅柯布(Jacob)近似公式。

(三)利用泰斯公式确定水文地质参数

1. 配线法

对式(6-143)和(6-144)式两边取对数,得

$$\lg s = \lg W(u) + \lg \frac{Q}{4\pi T}$$

$$\lg t = \lg \frac{1}{u} + \lg \frac{r^2 S}{4T}$$

以上二式右端的第二项在同一次抽水试验中都是常数。所以在双对数坐标系内, $s-t$ 曲线和 $W(u) - \frac{1}{u}$ 标准曲线在形状上是相同的, 只是纵横坐标平移了 $\frac{Q}{4\pi T}$ 和 $\frac{r^2 S}{4T}$ 而已。只要将实测的 $s-t$ 曲线和 $W(u) - \frac{1}{u}$ 标准曲线重合, 在图上任选一配合点, 分别读出该点在两张曲线图上的 $W(u)$, $\frac{1}{u}$, s 和 t 值, 代入有关公式, 即可求出参数 S 和 T 值。具体步骤如下:

(1) 在双对数纸上绘制 $W(u) - \frac{1}{u}$ 的标准曲线。一般的地下水动力学的教科书中都附有标准曲线。^{[117][116]}

(2) 在另一张模数相同的透明双对数纸上绘制实测的 $s-t$ 曲线, s 为纵坐标, t 为横坐标。

(3) 将实测曲线叠置在标准曲线上, 保持对应的坐标轴平行,

移动 $s-t$ 曲线, 直至两条曲线重合为止。

(4) 在曲线上或曲线外任取一配合点, 读出该点在两条曲线坐标上的 $W(u)$, $\frac{1}{u}$, s 和 t 值。

(5) 将读出的值代入下式求参数:

$$T = \frac{Q}{4\pi[s]} [W(u)] \quad (6-149)$$

$$S = \frac{4T}{r^2 \left[\frac{1}{u} \right]} [t] \quad (6-150)$$

上两式中带方括号的值为由坐标上读出的值。实例如图 6-19 所示

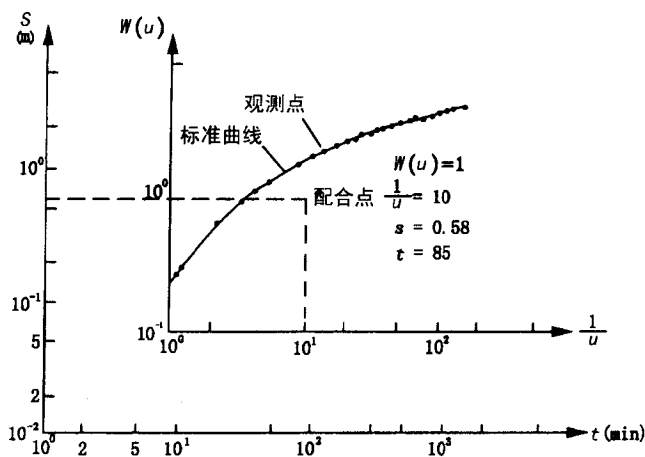


图 6-19 配线法求参数

2. 直线图解法

由雅柯布近似公式(6-148)式

$$s = 0.183 \frac{Q}{T} \lg \frac{2.25 T t}{r^2 S} = 0.183 \frac{Q}{T} \lg \frac{2.25 T}{r^2 S} + 0.183 \frac{Q}{T} \lg t$$

表明降深 s 和 $\lg t$ 呈线性关系。在半对数纸上以降深 s 为纵坐标, t 为横坐标(对数坐标), 绘出直线。直线的斜率为 i , 利用斜率 i 可用下式计算导水系数

$$T = 0.183 \frac{Q}{[i]} \quad (6-151)$$

将半对数纸上的直线延长, 交 $s=0$ 的横轴于 t_0 处, 有

$$0 = 0.183 \frac{Q}{T} \lg \frac{2.25T}{r^2 S} [t_0]$$

即

$$\lg \frac{2.25T}{r^2 S} [t_0] = 0$$

$$\frac{2.25T}{r^2 S} [t_0] = 1$$

得

$$S = 2.25 \frac{T}{r^2} [t_0] \quad (6-152)$$

情况可参看图 6-20。

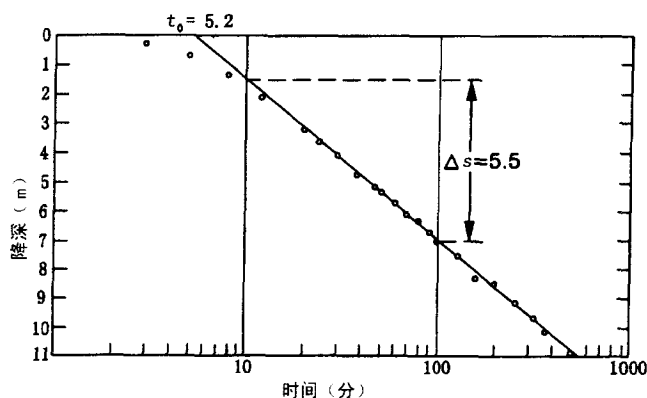


图 6-20 直线图解法求参数

3. 水位恢复法

利用水位恢复法仅能确定导水系数 T , 不能确定贮水系数 S 。

假设水井以定流量 Q 抽水, 从 $t = 0$ 抽到 $t = t_p$ 。然后停止抽水, 此时水头将恢复, 但此时的水头 H 和初始水头 H_0 相比, 仍有降深。此时的降深称为剩余降深 s'

$$s' = H_0 - H \quad \text{当 } t > t_p \text{ 时} \quad (6-153)$$

如果将从开始抽水时起算的时间称为 t , 从停止抽水时起算的时间称为 t' 有

$$t' = t - t_p$$

则可把剩余降深理解为流量 Q 继续抽水延续到 t 时的降深和从停抽时刻起以流量 Q 注水 t' 时段所造成的水位抬升的叠加。由泰斯公式有

$$s' = \frac{Q}{4\pi T} W\left(\frac{r^2 S}{4Tt}\right) + \frac{-Q}{4\pi T} W\left(\frac{r^2 S}{4Tt'}\right) = \frac{Q}{4\pi T} \left[W\left(\frac{r^2 S}{4Tt}\right) - W\left(\frac{r^2 S}{4Tt'}\right) \right] \quad (6-154)$$

当 $\frac{r^2 S}{4Tt'} \leq 0.01$ 时 (6-154) 式可近似化为

$$s' = \frac{2.30Q}{4\pi T} \left(\lg \frac{2.25Tt}{r^2 S} - \lg \frac{2.25Tt'}{r^2 S} \right) = 0.183 \frac{Q}{T} \lg \frac{t}{t'} \quad (6-155)$$

因此, 如果根据水位恢复资料, 绘出 $s' \sim \lg \frac{t}{t'}$ 曲线。则应为直线, 而且其斜率 i 为

$$i = \frac{2.30Q}{4\pi T} = 0.183 \frac{Q}{T}$$

因此, 导水系数可按下式求出, 该式和 (6-151) 式完全相同。

$$T = 0.183 \frac{Q}{[i]} \quad (6-156)$$

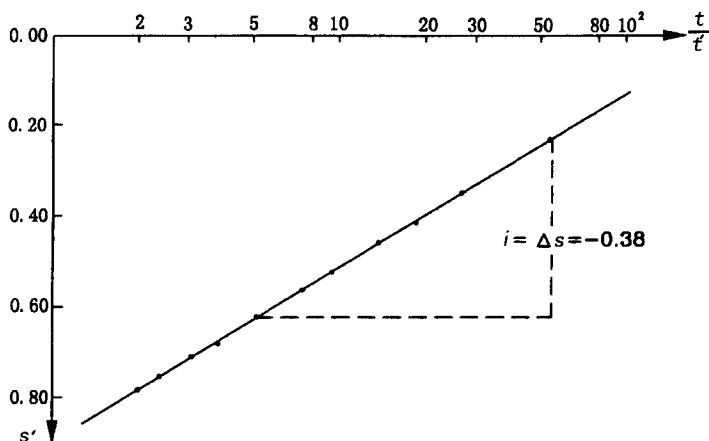


图 6-21 水位恢复法求参数

二、潜水含水层非稳定井流的布尔顿 (Boulton) 解

(一) 布尔顿 (Boulton) 公式

布尔顿在推导潜水非稳定井流时作了如下的基本假设:

- (1) 含水层均质各向同性, 底板水平, 侧向无限延伸;
- (2) 初始自由水面水平;
- (3) 完整井, 井径无限小, 定流量抽水, 抽水造成的降深 s 比潜水流的初始厚度 H_0 小得多;
- (4) 水流服从达西定律;

(5) 抽水时, 含水层中的水不能瞬时排出, 而存在滞后现象。此时的降深-时间曲线显示三段。第一段为抽水早期, 曲线和泰斯曲线一致, 主要是由弹性释水引起的, 释水是瞬时的。第二段为抽水中期, $s-t$ 曲线的斜率减小, 甚至接近水平, 明显偏离泰斯曲线。这是潜水的重力疏干排水引起的, 疏干排水对于水位下降有一个时间滞后。第三阶段 $s-t$ 曲线又逐渐与泰斯曲线重合, 说明

重力排水已跟得上水位下降,滞后影响可忽略不记,抽水量来自重力排水。

(6)若抽水开始以后,在 τ 和 $\tau + \Delta\tau$ 时间内水位下降了 Δs ,则单位面积含水层排出的水由两部分组成,一部分为弹性释放的水,瞬时排出,其值为 $S \cdot \Delta s$

另一部分为重力疏干的水,排出存在滞后,在 t 时刻($t > \tau$)排出的水量假设为

$$\Delta s \alpha \mu e^{-\alpha(t-\tau)}$$

其中 α 为一经验系数。我们称 $1/\alpha$ 为延迟指数, α 愈大, $1/\alpha$ 愈小,则延迟愈小。

在 t 时刻的潜水面, t 时刻以前的所有的 $\Delta\tau_i$ 的降深 Δs_i 都会因为延迟排水补给此时的潜水,单位面积的潜水面,单位时间接受延迟排水的补给量为

$$\sum_{i=1}^n \Delta s_i \alpha \mu e^{-\alpha(t-\tau)} = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta s_i}{\Delta\tau_i} \alpha \mu e^{-\alpha(t-\tau)} \Delta\tau_i = \int_0^t \frac{\partial s}{\partial \tau} \alpha \mu e^{-\alpha(t-\tau)} d\tau$$

考虑延迟重力排水以后,潜水完整井二维非稳定流运动方程为

$$T \left(\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} \right) = S \frac{\partial s}{\partial t} + \alpha \mu \int_0^t \frac{\partial s}{\partial \tau} e^{-\alpha(t-\tau)} d\tau \quad (6-157)$$

相应的定解条件为

$$s(r, 0) = 0 \quad (6-158)$$

$$s(\infty, t) = 0 \quad t > 0 \quad (6-159)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial s}{\partial r} \right) = -\frac{Q}{2\pi T} \quad t > 0 \quad (6-160)$$

布尔顿求出上述数学模型的解:

$$\text{抽水早期} \quad s = \frac{Q}{4\pi T} W(u_a, \frac{r}{D}) \quad (6-161)$$

$$\text{抽水中期} \quad s = \frac{Q}{2\pi T} K_0(\frac{r}{D}) \quad (6-162)$$

$$\text{抽水晚期} \quad s = \frac{Q}{4\pi T} W(u_y, \frac{r}{D}) \quad (6-163)$$

$$\text{式中} \quad u_a = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad (6-164)$$

$$u_y = \frac{r^2 \mu}{4Tt} \quad (6-165)$$

$$D = \sqrt{\frac{T}{\alpha\mu}} \text{——疏干因素, [L];}$$

$W(u_a, \frac{r}{D})$ ——无压含水层 A 组井函数;

$W(u_y, \frac{r}{D})$ ——无压含水层 B 组井函数;

$K_0(\frac{r}{D})$ ——零阶第二类变形贝塞尔函数。

布尔顿解的标准曲线见图 6-22。

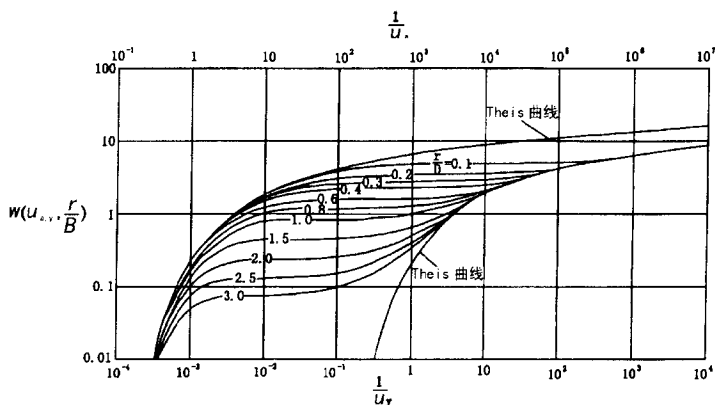


图 6-22 布尔顿标准曲线

(二)用配线法确定水文地质参数

具体步骤如下:

(1) 在双对数纸上制作 $W(u_{a,y}, \frac{r}{D}) \sim \frac{1}{u_a}, \frac{1}{u_y}$ 的标准曲线, 如图 6-22。纵坐标为 $W(u_{a,y}, \frac{r}{D})$, 横坐标上部为 $\frac{1}{u_a}$, 下部为 $\frac{1}{u_y}$ 两者相差 10^3 。左边为 A 组曲线, 即 $W(u_a, \frac{r}{D}) \sim \frac{1}{u_a}$ 曲线, 右部为 B 组曲线, 即 $W(u_y, \frac{r}{D}) \sim \frac{1}{u_y}$ 曲线。

(2) 根据抽水试验资料, 在模数相同的透明双对数纸上, 绘制降深 - 时间曲线 ($s - t$ 曲线)。

(3) 把 $s - t$ 曲线叠置在标准曲线上, 保持对应的坐标轴平行, 使 $s - t$ 曲线的左部尽可能多地与某一条 A 组曲线重合。任选一配合点, 读出在两条曲线上的坐标 $s, t, W(u_a, \frac{r}{D})$ 和 $\frac{1}{u_a}$ 的值和重合的曲线的 $\frac{r}{D}$ 值。代入有关公式计算参数

$$T = \frac{Q}{4\pi[s]} [W(u_a, \frac{r}{D})] \quad (6-166)$$

$$S = \frac{4T[t]}{r^2 [\frac{1}{u_a}]} \quad (6-167)$$

(4) 使 $s - t$ 曲线的剩余部分尽可能多地与同一 $\frac{r}{D}$ 值的 B 组曲线重合, 再选一配合点, 读出坐标 $s, t, W(u_y, \frac{r}{D})$ 和 $\frac{1}{u_y}$, 代入有关公式计算参数

$$T = \frac{Q}{4\pi[s]} [W(u_y, \frac{r}{D})] \quad (6-168)$$

$$\mu = \frac{4T[t]}{r^2 [\frac{1}{u_y}]} \quad (6-169)$$

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{4[t]}{\left(\frac{r}{D}\right)^2 \left[\frac{1}{u_y}\right]} \quad (6-170)$$

三、第一类越流含水层非稳定井流的解

(一) 计算公式

如果把和主含水层相邻的弱透水层仅仅看作是越流的通道, 不考虑弱透水层本身贮存的水在越流过程中释放并补给主含水层, 则这一类越流问题称为第一类越流问题。如果考虑弱透水层本身贮存水的释放及对主含水层的补给, 则称为第二类越流问题。本节仅仅讨论第一类越流系统的解。

推导时作了如下的基本假设:

(1) 越流系统中每一层都是均质各向同性、水平、等厚, 侧向无限延伸;

(2) 水流服从达西定律;

(3) 虽然发生越流, 但和主含水层相邻的、补给主含水层的其它含水层水头保持不变;

(4) 弱透水层本身的弹性释水可以忽略, 通过该层的水流可视为垂向一维流;

(5) 抽水前天然地下水面水平, 抽水后为平面径向流;

(6) 抽水井为完整井, 井径无限小, 定流量抽水。

抽水情况仍如图 6-16 所示。此时的数学模型为

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} - \frac{s}{B^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial s}{\partial t} \end{cases} \quad (6-171)$$

$$\begin{cases} s(r, 0) = 0 \quad 0 < r < \infty \end{cases} \quad (6-172)$$

$$\begin{cases} s(\infty, t) = 0 \quad t > 0 \end{cases} \quad (6-173)$$

$$\begin{cases} \lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial s}{\partial r} \right) = -\frac{Q}{2\pi T} \quad t > 0 \end{cases} \quad (6-174)$$

1955 年汉土什 (Hantush) 和雅可布 (Jacob) 求得了上述数学模型

的解:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u, \frac{r}{B}) \quad (6-175)$$

$$W(u, \frac{r}{B}) = \int_u^\infty \frac{1}{y} e^{-y - \frac{r^2}{4B^2 y}} dy \quad (6-176)$$

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt}$$

式中 $W(u, \frac{r}{B})$ 称为越流系统井函数, B 为越流因素。作在双对数纸上的 $W(u, \frac{r}{B}) \sim \frac{1}{u}$ 标准曲线, 如图 6-23 所示。

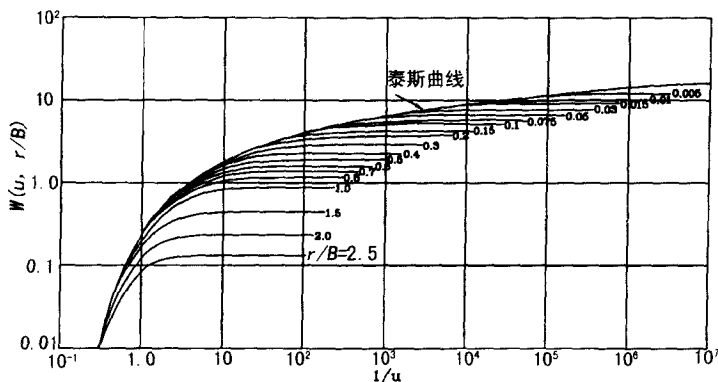


图 6-23 越流含水层的标准曲线

从图上可以看出: 抽水早期, 越流曲线和泰斯曲线一致。而且 $\frac{r}{B}$ 越小, 和泰斯曲线重合的一段就越长。抽水中期, 水位下降变缓而偏离泰斯曲线, 表明越流的水进入了抽水含水层。抽水后期, 所有的曲线都趋于水平直线, 表明抽水量已与越流补给量相平衡, 此时非稳定流已转化为稳定流。

(二) 求水文地质参数

1. 配线法

和前面介绍的配线法相似,步骤如下:

(1) 在双对数纸上绘制 $W(u, \frac{r}{B}) \sim \frac{1}{u}$ 标准曲线;

(2) 在另一张同一模数的透明双对数纸上,绘制 $s \sim t$ 曲线;

(3) 保持对应的坐标轴平行,相对移动两张曲线纸,使实测的 $s \sim t$ 曲线和某一条 $\frac{r}{B}$ 标准曲线找到最优的重合;

(4) 任选一配合点,记下对应的4个坐标值 $W(u, \frac{r}{B})$, $\frac{1}{u}$, s 和 t ;

(5) 用下式计算参数

$$T = \frac{Q}{4\pi[s]} [W(u, \frac{r}{B})] \quad (6-177)$$

$$S = \frac{4T[t]}{r^2[\frac{1}{u}]} \quad (6-178)$$

(6) 根据重合曲线的 $[\frac{r}{B}]$ 和实际的 r 值,可算出越流因数和越流系数:

$$B = \frac{r}{[\frac{r}{B}]} \quad (6-179)$$

$$\sigma = \frac{K_1}{b_1} = \frac{T}{B^2} \quad (6-180)$$

2. 拐点法

拐点法的原理可参阅有关文献^[117, 116]。具体做法如下:

(1) 在单对数纸上绘制 $s \sim \lg t$ 曲线,并用外推法确定最大降

深 $s_{\max}$, 见图 6-24。拐点处的降深 $s_p = \frac{1}{2}s_{\max}$;

(2) 根据 s_p 确定拐点的位置, 并从图上读出拐点的时间 t_p ;

(3) 在拐点处作曲线的切线, 并从图上确定切线的斜率 i_p ;

(4) 根据 s_p 和 i_p 值, 算出

$$e^{\frac{r}{B}} K_0 \left(\frac{r}{B} \right) = 2.3 \frac{s_p}{i_p} \quad (6-181)$$

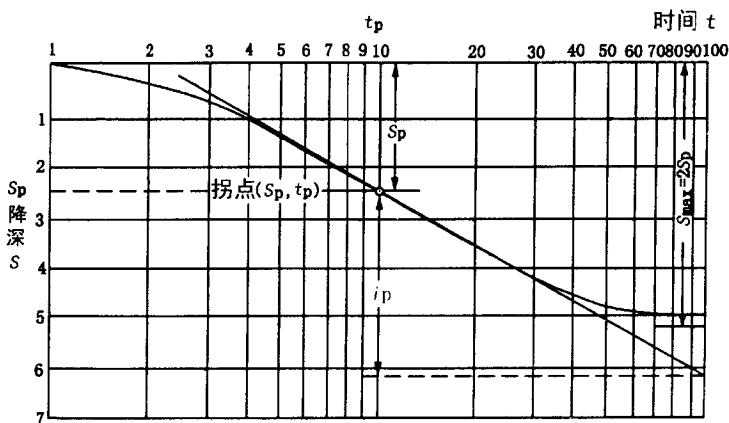


图 6-24 用拐点法求越流含水层参数

(5) 根据 $e^{\frac{r}{B}} K_0 \left(\frac{r}{B} \right)$ 的值, 查汉士什 (Hantush) 的专用表

格^[117, 116], 可确定 $\frac{r}{B}$ 和 $e^{\frac{r}{B}}$ 的值;

(6) 按以下各式计算参数

$$B = \frac{r}{\left[\frac{r}{B} \right]}$$

$$T = \frac{2.3Q}{4\pi[i_p]} [e^{-\frac{r}{B}}] \quad (6-182)$$

$$S = \frac{2T[t_p]}{Br} \quad (6-183)$$

$$\sigma = \frac{K_1}{b_1} = \frac{T}{B^2}$$

第五节 溶质运移问题的简单解析解

由第二节的对流弥散方程可知,溶质运移问题比地下水运动问题更复杂,更难求得解析解。只有当含水层为均质各向同性,而且计算区域几何形状简单时,才有可能求得解析解。下面介绍几种简单的解析解。

一、一维问题的简单解析解

实验室中的土柱试验就是一个简单的一维问题。一个土柱中装满砂,用水饱和并且让水以固定的速度向下流动。水中的示踪剂浓度为0。试验开始时土柱上部换装示踪剂浓度为 C_0 的溶液,一直保持到试验结束。如果不考虑吸附、化学反应和放射性衰变,取流向为 x 轴,则对流弥散方程(6-91)简化为

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - u_x \frac{\partial C}{\partial x} \quad (6-184)$$

初始条件 $C(x, 0) = 0 \quad x \geq 0$

边界条件 $\begin{cases} C(0, t) = C_0 & t \geq 0 \\ C(\infty, t) = 0 & t \geq 0 \end{cases}$

该问题的解为(Ogata 和 Banks, 1961):

$$C(x, t) = \frac{C_0}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{x - u_x t}{2 \sqrt{D_L t}} \right) + \exp \left(\frac{u_x x}{D_L} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{x + u_x t}{2 \sqrt{D_L t}} \right) \right] \quad (6-185)$$

式中 erfc ——余误差函数；

$\exp$ ——指数。

在天然情况下，一维运动往往出现在有一段平直的被污染的河流或渠道，河水渗漏补给地下水，地下水以固定速度 u_x 作一维流动，如图 6-25。

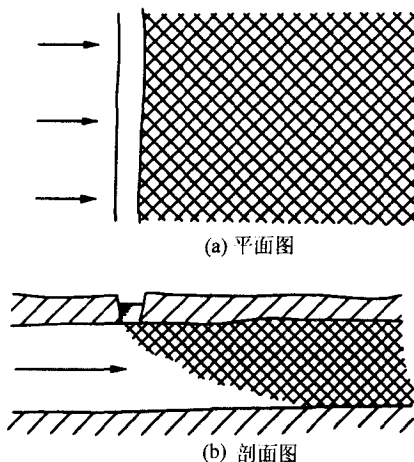


图 6-25 渠道渗漏作为一个线源引起的地下水污染
(根据 J. P. Sauty)(注:阴影部分代表水已被污染)

Sauty(1980)求得该情况下的解为

$$C(x, t) = \frac{C_0}{2} \left[\text{erfc} \left(\frac{x - u_x t}{2 \sqrt{D_L t}} \right) - \exp \left(\frac{u_x x}{D_L} \right) \text{erfc} \left(\frac{x + u_x t}{2 \sqrt{D_L t}} \right) \right] \quad (6-186)$$

(6-185)式和(6-186)式仅仅在第二项前面符号不同。当 Peclet 数

$$Pe = \frac{x u_x}{D_L}$$

相当大时,上二式第二项比第一项小得多,故近似有

$$C(x, t) \approx \frac{C_0}{2} \left(\operatorname{erfc} \left(\frac{x - u_x t}{2 \sqrt{D_L t}} \right) \right) \quad (6-187)$$

公式(6-187)适用 $Pe \geq 10$ 的情况。

二、二维问题的简单解析解

(一) 二维均匀流场中瞬时注入问题的解

如果有一二维的均匀流场,取水流方向为 x 轴,流速为 u_x 。同样不考虑吸附、化学反应和放射性衰变,方程(6-91)简化为

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_T \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - u_x \frac{\partial C}{\partial x} \quad (6-188)$$

如果在 $t = 0$ 时刻在原点 ($x = 0, y = 0$) 的一口完整井中瞬时注入示踪剂(或污染源),单位厚度的注入质量为 M ,则有:

$$C(x, y, t) = \frac{M}{n} \delta(x) \delta(y) \quad (6-189)$$

式中 n 为有效孔隙度。

通过二维 *Fourier* 变换和变数代换,可求出其解为

$$C(x, y, t) = \frac{M}{n} \frac{1}{4\pi t \sqrt{D_L D_T}} \exp \left[-\frac{(x - u_x t)^2}{4D_L t} - \frac{y^2}{4D_T t} \right] \quad (6-190)$$

瞬时注入示踪剂以后,实际的示踪剂分布见图 6-26。

(二) 二维均匀流场中连续注入问题的解

如果地下水流仍为二维的均匀流场,水流方向为 u_x ,如果在其中打一口完整井,连续注入示踪剂,则示踪剂的分布不再是图 6-26 的形状,而是如图 6-27。

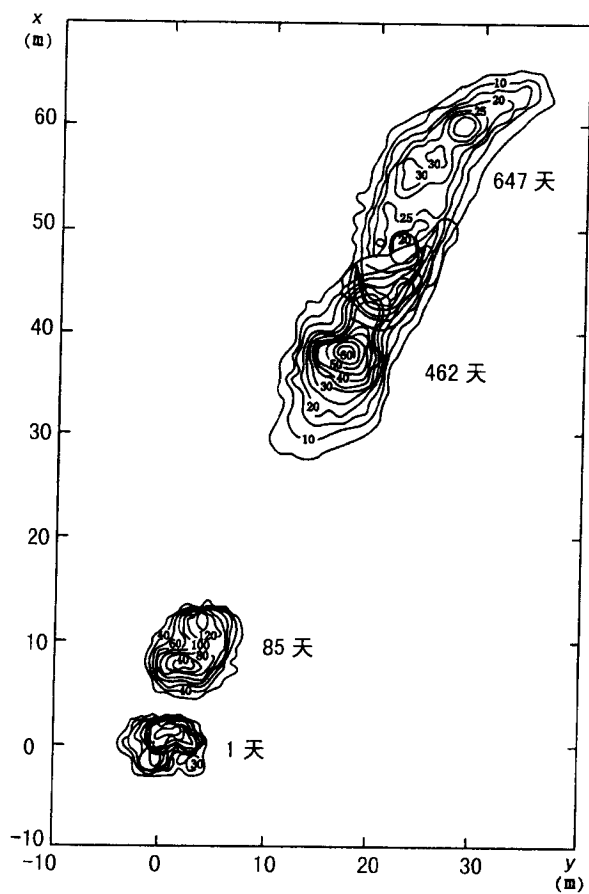


图 6-26 瞬时注入时的实际的示踪剂分布(根据 D. M. Mackay 等)

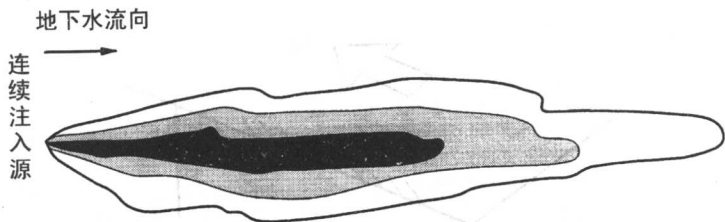


图 6-27 二维均匀流场中连续注入时的溶质浓度分布
(根据 C. W. Fetter)

设注入的溶质浓度为 C_0 , 单位含水层厚度的注入流量为 Q , Bear(1972)求得当时间无限长时的解为:

$$C(x, y) = \left(\frac{C_0 Q}{2\pi \sqrt{D_L D_T}} \right) \exp\left(\frac{u_x x}{2D_L D_T} \right) K_0 \left[\left(\frac{u_x^2}{4D_L} \left(\frac{x^2}{D_L} + \frac{y^2}{D_T} \right) \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (6-191)$$

式中 $K_0[\]$ ——第二类零阶变形贝塞尔函数。

三、三维问题的简单解析解

让我们考虑一个承压含水层中的三维对流弥散问题, 设地下水流为均匀流, 流速为 u_x , x 轴取向和流动方向一致。污染源成片状位于 $x = 0, -y_0 < y < y_0, z_1 < z < z_2$ 处, 见图 6-28。

此时的运移方程为

$$R \frac{\partial C}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - u_x \frac{\partial C}{\partial x} - \lambda RC \quad (6-192)$$

如果令

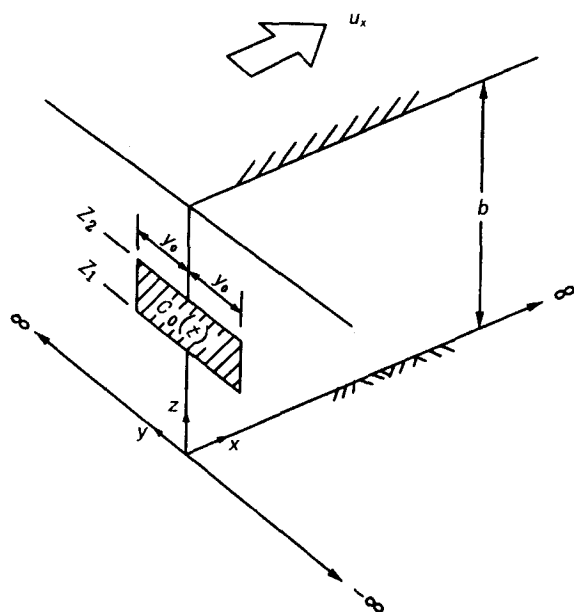


图 6 - 28 承压含水层中均匀流场的三维运移问题(根据 Neville)

$$\begin{cases} u'_x = \frac{u_x}{R} \\ D'_x = \frac{D_x}{R} \\ D'_y = \frac{D_y}{R} \\ D'_z = \frac{D_z}{R} \end{cases} \quad (6-193)$$

则有

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D'_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D'_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D'_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - u'_x \frac{\partial C}{\partial x} - \lambda C \quad (6-194)$$

上三式中

R ——阻滞因子；

D_x, D_y, D_z ，—当 x 轴方向和流速一致时在 x, y, z 方向的弥散系数，有：

$$\begin{cases} D_x = \alpha_L u_x + D' \\ D_y = \alpha_{Th} u_x + D' \\ D_z = \alpha_{Tv} u_x + D' \end{cases} \quad (6-195)$$

α_L ——纵向弥散度；

α_{Th} ——水平方向的横向弥散度；

α_{Tv} ——垂直方向的横向弥散度；

D' ——多孔介质中的有效扩散系数；

λ ——放射性蜕变常数；

C ——溶质的浓度。

其定解条件如下：

$$\begin{cases} C(x, y, z, 0) = 0 \\ C(0, y, z, t) = \begin{cases} C_0(t) & \text{当 } -y_0 < y < y_0 \text{ 和 } z_1 < z < z_2 \text{ 时} \\ 0 & \text{其余地点} \end{cases} \\ C(\infty, y, z, t) = 0 \\ C(x, -\infty, z, t) = 0 \\ C(x, \infty, z, t) = 0 \\ \frac{\partial C(x, y, b, t)}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial C(x, y, 0, t)}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

(6-196)

Neville(1994)求得了上述数学模型的解：

$$C(x, y, z, t) = \frac{x}{4b \sqrt{\pi D'_x}} \int_0^t C_0(t - \xi) \frac{1}{\xi^{\frac{3}{2}}} \exp \left[-\lambda \xi - \frac{(x - u'_x \xi)^2}{4D'_x \xi} \right] \times \\ \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{y - y_0}{2 \sqrt{D'_y \xi}} \right) - \operatorname{erfc} \left(\frac{y + y_0}{2 \sqrt{D'_y \xi}} \right) \right] \times \\ \left\{ (z_2 - z_1) + \frac{2b}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[\sin \left(\frac{n\pi z_2}{b} \right) - \sin \left(\frac{n\pi z_1}{b} \right) \right] \cos \left(\frac{n\pi z}{b} \right) \exp \left(-D'_z \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \xi \right) \right\} d\xi D \quad (6-197)$$

事实上,要求出污染源浓度 $C_0(t)$ 的数学表达式是很困难的。当 $C_0(t)$ 不是常数而是随时间变化时,可把 $C_0(t) \sim t$ 曲线离散成若干柱体,如图 6-29 所示。

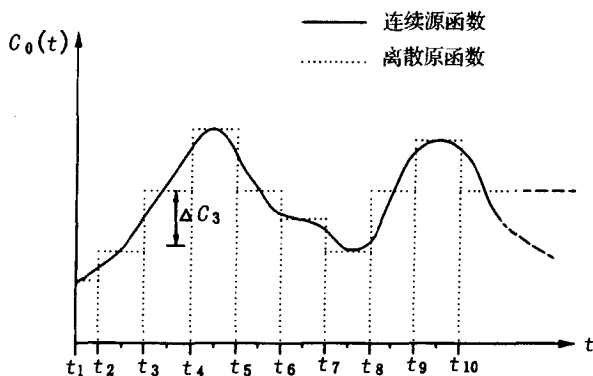


图 6-29 $C_0(t) \sim t$ 曲线的离散(根据 Neville)

一共有 N 个柱体,第 i 个柱体和第 $i-1$ 个柱体之间的浓度差为 ΔC_i ,则式(6-197)变为

$$C(x, y, z, t) = \frac{x}{4b \sqrt{\pi D'_x}} \sum_{i=1}^N \Delta C_i \int_0^{t-\bar{u}} \frac{1}{\xi^{\frac{3}{2}}} \exp \left[-\lambda \xi - \frac{(x - u'_x \xi)^2}{4D'_x \xi} \right] \times \\ \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{y - y_0}{2 \sqrt{D'_y \xi}} \right) - \operatorname{erfc} \left(\frac{y + y_0}{2 \sqrt{D'_y \xi}} \right) \right] \times$$

$$\left\{ (z_2 - z_1) + \frac{2b}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[\sin\left(\frac{n\pi z_2}{b}\right) - \sin\left(\frac{n\pi z_1}{b}\right) \right] \cos\left(\frac{n\pi z}{b}\right) \exp\left(-D' \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \xi\right) \right\} d\xi \quad (6-198)$$

解析解(6-197)和(6-198)直接用手算比较困难,要利用一个简单的程序用计算机计算。

第七章 地下水模拟

由第六章可知,数学模型建立以后,只有对于极少数的简单情况可以求得解析解。虽然解析解是精确解,但对于绝大多数的实际问题是无法求得解析解的,因而用模拟方法(simulation)求解是一种很好的选择。模拟分为物理模拟(analog)和数值模拟(modeling)二类。在20世纪50-60年代,物理模拟,尤其是电模拟广泛应用于解决地下水问题中。自从70年代以后,电子计算机快速发展并且广泛应用于地下水水文学的各个领域。物理模拟除了土柱试验和砂槽模拟现在仍继续应用外,其他各类的物理模拟已逐步被数值模拟所代替。

本章对物理模拟作一个简单介绍,主要论述各种数值模拟。

第一节 地下水物理模拟简介

在进行地下水模拟时存在两种系统:一种是我们要研究的对象,即实际的地下水系统,称为原型系统;另一种是我们在实验室进行实验的系统,称为模型系统。如果描述两种系统的动力和运动状态的特征方程形式上相同,两种系统的要素之间存在一一对应的关系,则我们说模型和原型是相似的。只有两者相似,我们才能在实验室里用模型求解实际的地下水运动过程。有两种情况:一种是实体模拟,即两种系统包含有同样的物理现象。例如用砂槽模拟含水层中的地下水运动,都是水通过多孔介质的流动,显然所服从的运动定律和数学方程都是相同的,只是实验室中的模型是把原型的各个量在模型中按比例缩小,在实验室再现实际的地下水过程。另一种是相似模拟,模型装置是和原型物理范畴完全

不同的两个系统,只要满足相似性,仍可进行模拟。如(a)描述某个系统的方程中,每个因变量及其所有的导数均与另一个系统方程中的一个变量和相应的导数相对应。(b)在两组方程中,因变量与其导数彼此均以同一方式相联系^[120]。则可用另一种物理现象模拟地下水的运动。现在举一个例子:多孔介质中水的运动服从达西定律,电流的运动服从欧姆定律,两者形式上相同。稳定的地下水运动和稳定电流均满足拉普拉斯(Laplace)方程。地下水流和电流的非稳定流都满足热传导方程。因此,可用电流来模拟地下水流,这就是电模拟的物理基础。下面讨论一下确定模型和模拟比例的原则和方法。

一、相似原理

(一)相似条件

利用模型再现原型,必须满足一些相似条件,包括:

1. 几何相似

如果介质为各向同性介质,原型和模型的对应长度应满足固定的比值。如果用下标 m 表示模型,无下标的表示原型,则有

$$\alpha_l = \frac{x_m}{x} = \frac{y_m}{y} = \frac{z_m}{z} = \frac{l_m}{l} \quad (7-1)$$

因而有面积比例

$$\alpha_A = \frac{A_m}{A} = \frac{l_m^2}{l^2} = \alpha_l^2 \quad (7-2)$$

同理,体积比例

$$\alpha_v = \alpha_l^3 \quad (7-3)$$

如果介质是各向异性的,则往往采用变形模型,此时不同方向上的比例是不同的,有

$$\alpha_x \neq \alpha_y \neq \alpha_z \text{ 或 } \alpha_x = \alpha_y \neq \alpha_z$$

此时模型和原型几何上不相似,但物理量仍保持相似。

2. 运动相似

运动相似指模型和原型由流线和等势线组成的流网在几何上相似,非稳定运动的迹线在几何上也相似。在整个流动区域内,两个系统中所有相应点的流速(和加速度)间的比值相同,即

$$\alpha_u = \frac{u_m}{u} = \text{常数} \quad (7-4)$$

因为

$$u_m = \frac{l_m}{t_m}; u = \frac{l}{t}$$

故有

$$\alpha_u = \frac{l_m/t_m}{l/t} = \frac{l_m/l}{t_m/t} = \frac{\alpha_l}{\alpha_t} \quad (7-5)$$

式中 α_t 是时间比例。一般原型的时间过程很长,模型的时间过程一般要求加速进行,故两者的时间过程保持固定的比值,在整个模拟过程中不变。当 α_l 和 α_t 取定以后, α_u 也就决定了。

3. 动力相似

动力相似要求模型系统和原型系统,在相应的时间相应点处作用于相应单元上的力必须处处为同一比值。作用于地下水的力主要为黏滞力 f_v 和惯性力 f_i ,则要求在模型和原型的所有相应点处,它们的比值保持不变,即

$$\frac{(f_i)_m}{f_i} = \frac{(f_v)_m}{f_v} \quad (7-6)$$

因为

$$f_i = \rho u^2 l^2$$

$$f_v = \mu u l$$

上两式中 ρ 为密度, μ 为动力黏滞系数。

由(7-6)式

$$\left(\frac{f_i}{f_v} \right)_m = \frac{f_i}{f_v}$$

$$\left(\frac{ul\rho}{\mu}\right)_m = \frac{ul\rho}{\mu} \quad (7-7)$$

由雷诺数

$$Re = \frac{ul}{\nu} = \frac{ul\rho}{\mu}$$

由(7-7)式有

$$(Re)_m = Re \quad (7-8)$$

式中 $(Re)_m$ 为模型的雷诺数, Re 为原型的雷诺数。即模型和原型的雷诺数相等。

(二)相似比例

上面介绍的原型和模型各种物理量之间的相似关系,但不是各个物理量之间的相似比例都是独立的。有些是独立的,有些则取决于其他量之间的比例关系。因此,确定相似系统对应物理量之间的比例关系,是设计正确模型的准则,是模型成败的关键,也是把模型结果转化成原型的依据。

确定相似比例有两种常用的方法,量纲分析法和方程分析法。如果仅知道参与系统的变量和参数,不知道描述系统的方程时,可用量纲分析法。如果已知描述系统的微分方程时,可用方程分析法。

1. 量纲分析法简介

量纲分析是以福里哀(Fourier 1822)的一致性原理为依据的。该原理是:表示各个量之间的物理关系的任何方程都必须量纲齐次,即方程中所有各项的量纲是相同的。因此所研究的对象可以按照一组无量纲组合变量间的关系用公式表达出来。模型和原型中对应的无量纲组合应当相等。

例如用实验室的模型模拟含水层中地下水的流动,此时黏滞力是主要的,因此我们要求模型和原型的雷诺数 Re (无量纲变量)相等,即

$$(Re)_m = Re$$

或

$$\frac{u_m l_m \rho_m}{\mu_m} = \frac{ul\rho}{\mu}$$

移项后有

$$\frac{\alpha_v \alpha_l \alpha_p}{\alpha_\mu} = 1 \quad (7-9)$$

如果我们选定某种模型流体,则模型流体的密度 ρ 和动力黏滞系数 μ 已知,那么和实际地下水的比例关系 α_p 、 α_μ 就确定的。长度比例 α_l 则根据原型的大小和设计的模型尺寸确定。由(7-9)式可算出 α_v 。由(7-5)式, α_l 已知,就可以确定时间比例 α_t 。

2. 方程分析法

如果描述水流运动的方程是已知的,则将全部对应量的比值引入原型方程,将所得的方程和模型方程进行比较,两者形式上应该相同,由此可求出各项的比值。

例如均质各向同性介质中的非稳定流,原型满足如下方程:

$$K \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \right) = S_s \frac{\partial H}{\partial t} \quad (7-10)$$

模型方程

$$K \left(\frac{\partial^2 H_m}{\partial x_m^2} + \frac{\partial^2 H_m}{\partial y_m^2} + \frac{\partial^2 H_m}{\partial z_m^2} \right) = S_{sm} \frac{\partial H_m}{\partial t_m} \quad (7-11)$$

有比值

$$\begin{cases} \alpha_x = \frac{x_m}{x}, \alpha_y = \frac{y_m}{y}, \alpha_z = \frac{z_m}{z}, \alpha_H = \frac{H_m}{H}, \\ \alpha_k = \frac{K_m}{K}, \alpha_t = \frac{t_m}{t}, \alpha_s = \frac{S_{sm}}{S_s} \end{cases} \quad (7-12)$$

将(7-12)式代入(7-10)式,得

$$\frac{K_m}{\alpha_k \alpha_H} \left(\alpha_x^2 \frac{\partial^2 H_m}{\partial x_m^2} + \alpha_y^2 \frac{\partial^2 H_m}{\partial y_m^2} + \alpha_z^2 \frac{\partial^2 H_m}{\partial z_m^2} \right) = \frac{\alpha_t}{\alpha_s \alpha_H} S_{sm} \frac{\partial H_m}{\partial t_m} \quad (7-13)$$

将(7-13)式和(7-11)式进行比较,当

$$\frac{\alpha_x^2}{\alpha_k \alpha_H} = \frac{\alpha_y^2}{\alpha_k \alpha_H} = \frac{\alpha_z^2}{\alpha_k \alpha_H} = \frac{\alpha_t}{\alpha_s \alpha_H}$$

时两方程具有相同的形式,即如下式子成立

$$\frac{\alpha_x^2}{\alpha_k} = \frac{\alpha_y^2}{\alpha_k} = \frac{\alpha_z^2}{\alpha_k} = \frac{\alpha_t}{\alpha_s} \quad (7-14)$$

(7-13)式和(7-11)式完全相同。由(7-14)式可确定相似比例。如为均质各向同性介质,则 $\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = \alpha_H = \alpha_l$,由原型和实验室模型大小确定,而 α_k 和 α_s 取决于模型材料和含水层的性质,由(7-14)式可求得 α_l 。

二、砂槽和土柱模拟

砂槽模拟也称渗流槽模拟。砂槽一般为矩形槽,如模拟井流也可作成扇形槽。一般用来模拟二维和三维问题。对于一维问题常用土柱模拟。此类模拟常用多孔介质制作模型,甚至可以直接取原型的土样来制作,因此可以用来研究一些机制问题。近年来,由于计算机技术的发展,一些物理模拟已逐步被数值模拟所代替,但砂槽和土柱模拟可以用来研究一些机制,如污染物运移的机制问题,仍得到较多的应用。下面作一简要的介绍。

(一)砂槽结构

矩形砂槽的示意图见图7-1。矩形槽常用角钢、铁板、玻璃板或有机玻璃板组装。一个砂槽由槽首(Ⅰ)、槽身(Ⅱ)和槽尾(Ⅲ)等三段组成。各段之间由过滤网隔开。槽首和供水系统相连,可以调节供水量和水位。槽身安装多孔介质,模拟含水层系统。前壁为透明的有机玻璃板,用以直接观察渗流或污染物运移

现象。后壁和底部和测压系统及取样系统相连。测压系统由测压头、传感器组成,并且和电子计算机相连,可将各点的测压水头传输给计算机,贮存或打印输出。取样系统由取样头、取样瓶和真空泵组成。取样头由陶土头和塑料硬管组成,深入到土槽内,并用软管与取样瓶及真空泵连接,通过控制阀取样。槽身不仅可以模拟含水层中水的运动和溶质运移,还能模拟饱和-非饱和运动和溶质运移。如果把砂槽支承于特制的球铰装置上,可通过液压传动使含水层的坡度发生变化,用以模拟倾斜的含水层运动。砂槽上空可安装室内人工降雨系统,用以模拟降雨入渗。槽尾和排水系统相连,可以调整排水量和水位。

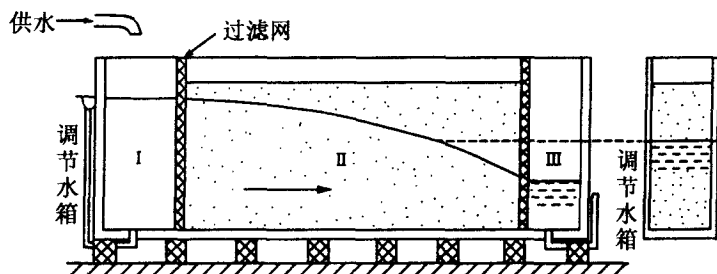


图 7-1 矩形槽示意图

试验材料可直接选用原型材料,也可选用其他的多孔材料。要求材料结构上稳定,化学上惰性,装填均匀,不能残存气体。试验的液体通常用水,有时根据不同的试验目的,也可选用无侵蚀性、无毒性、无易燃性的其他流体。

图 7-2 为利用砂槽试验地表污染源造成的污染物在非饱和带和饱和带运移的示意图。

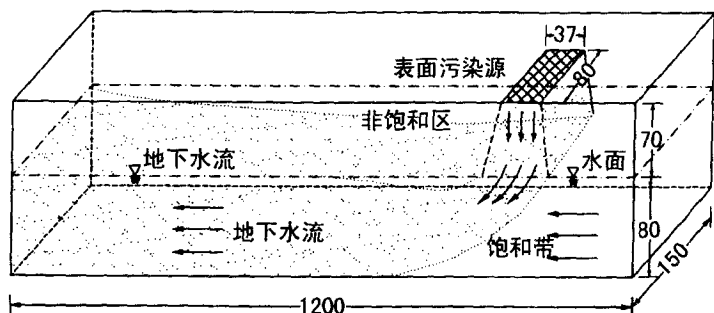


图 7-2 研究污染物在非饱和带和饱和带运移的砂槽试验(根据王超)

土柱试验目前常用来模拟一维的污染物运移问题。土柱的材料常用有机玻璃管或PVC管,直径10~40cm,高度1~3m,土柱底部有出水口,并安装反滤层(石英砂上加土工布)。反滤层上填入试验土样。土样之上为供水或投入示踪剂之用。如要保持定水头,则和马连奥特瓶相连。在土柱的边壁上不同的间距安装一系列的测压头和取样头。两者均由陶土头和塑料硬管组成。测压头通过塑料软管与测压计连接,用来测定正压或负压水头。取样头用塑料软管和取样瓶和真空泵连接,以便将土柱内的溶液吸取到水样瓶内,供水质分析。陶土头是系统的感应部件,能透过水和溶质,但土颗粒不能透过。

(二) 相似比例

1. 水流问题

设在均质各向同性介质中剖面二维的承压水流的微分方程为

$$K\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2}\right) = S_s \frac{\partial H}{\partial t} \quad (7-15)$$

$$v = -K \frac{\partial H}{\partial l} \quad (7-16)$$

引入一组无量纲比值:

$$\begin{cases} \alpha_H = \frac{H_m}{H}, \alpha_s = \frac{S_{sm}}{S_s}, \alpha_k = \frac{K_m}{K} \\ \alpha_x = \frac{x_m}{x}, \alpha_z = \frac{z_m}{z}, \alpha_l = \frac{l_m}{l} \\ \alpha_t = \frac{t_m}{t}, \alpha_v = \frac{v_m}{v} \end{cases} \quad (7-17)$$

一般取

$$\alpha_x = \alpha_z = \alpha_l \quad (7-18)$$

下标 m 表示为模型量。将(7-17)和(7-18)式代入(7-15)和(7-16)式中

$$\frac{K_m}{\alpha_k} \left(\alpha_l^2 \frac{\partial^2 H_m}{\partial x_m^2} + \frac{\alpha_l^2}{\alpha_H} \frac{\partial^2 H_m}{\partial z_m^2} \right) = \frac{\alpha_t}{\alpha_s \alpha_H} S_{sm} \frac{\partial H_m}{\partial t_m}$$

整理后得

$$\frac{\alpha_l^2 K_m}{\alpha_k \alpha_H} \left(\frac{\partial^2 H_m}{\partial x_m^2} + \frac{\partial^2 H_m}{\partial z_m^2} \right) = \frac{\alpha_t}{\alpha_s \alpha_H} S_{sm} \frac{\partial H_m}{\partial t_m}$$

$$\left(\frac{1}{\alpha_v} \right) v_m = - \left(\frac{\alpha_l}{\alpha_k \alpha_H} \right) K_m \frac{\partial H_m}{\partial l_m}$$

如果令比值满足

$$\frac{\alpha_t}{\alpha_s} = \frac{\alpha_l^2}{\alpha_k}, \alpha_v = \frac{\alpha_k \alpha_H}{\alpha_l} \quad (7-19)$$

则模型方程和原型方程完全相同。

根据原型的规模和砂槽的尺寸,可确定 α_H 和 α_l ,常取 $\alpha_H = \alpha_l$ 。根据原型和模型的介质参数,可直接确定 α_k 和 α_s ,则由下式

$$\alpha_t = \frac{\alpha_l^2}{\alpha_k} \alpha_s \quad (7-20)$$

和

$$\alpha_v = \frac{\alpha_k \alpha_H}{\alpha_l} = \alpha_k \quad (7-21)$$

可求得其余的两个比值 α_t 和 α_u 。

选定比值以后,由原型量即可求得相应的模型量,据此来组装砂槽模型。

2. 溶质运移问题

设有一个一维的溶质运移问题,其方程为

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - u \frac{\partial C}{\partial x} \quad (7-22)$$

引入无量纲比值

$$\begin{cases} \alpha_c = \frac{C_m}{C}, \alpha_t = \frac{t_m}{t}, \alpha_D = \frac{D_{Lm}}{D_L} \\ \alpha_x = \frac{x_m}{x}, \alpha_u = \frac{u_m}{u} \end{cases} \quad (7-23)$$

将其代入(7-22)式,得

$$\frac{\alpha_t}{\alpha_c} \frac{\partial C_m}{\partial t_m} = \frac{\alpha_x^2}{\alpha_D \alpha_c} D_{Lm} \frac{\partial^2 C_m}{\partial x_m^2} - \frac{\alpha_x}{\alpha_u \alpha_c} u_m \frac{\partial C_m}{\partial x_m}$$

$$\text{令 } \frac{\alpha_t}{\alpha_c} = \frac{\alpha_x^2}{\alpha_D \alpha_c} \text{ 和 } \frac{\alpha_t}{\alpha_c} = \frac{\alpha_x}{\alpha_u \alpha_c}$$

则有

$$\frac{\partial C_m}{\partial t_m} = D_{Lm} \frac{\partial^2 C_m}{\partial x_m^2} - u_m \frac{\partial C_m}{\partial x_m}$$

模型方程和原型方程完全相同。因此有

$$\alpha_t = \frac{\alpha_x^2}{\alpha_D} \text{ 和 } \alpha_u = \frac{\alpha_x}{\alpha_t} \quad (7-24)$$

同时用模型模拟原型时,两者对流和弥散所占的份额应当相同,即两者应当有相同的 Peclet 数,即

$$\frac{Pe_m}{Pe} = \alpha Pe = 1 \quad (7-25)$$

或

$$\frac{ud}{D'} = \frac{u_m d_m}{D'_m} \quad (7-26)$$

式中 d ——多孔介质的平均粒径;

D' ——分子扩散系数。

设计模型时,要同时满足(7-24)和(7-26)式的条件。

(三)模拟的方法

1. 确定研究内容,组装模型。首先确定模拟的目的和工作内容。确定研究的原型的大小,所满足的微分方程和边界条件。据此制作模型,首先选定模型材料,初步确定模型比例,安装砂槽和土柱。

2. 标定模型的参数。根据标定的参数再调整模型的比例。

3. 拟合原型的参数。

4. 进行模拟实验。

5. 根据实验的结果,将模型量转化为原型量。

三、电模拟

(一)电模拟原理

电模拟的基础在于渗流场和电场的相似性。通过多孔介质中的水流服从达西定律:

$$v = -K \cdot \text{grad}H \quad (7-27)$$

而通过导电介质的电流密度服从欧姆定律:

$$i = -\sigma \cdot \text{grad}U \quad (7-28)$$

式中 i ——电流密度;

σ ——电导率;

U ——电位。

(7-27)式和(7-28)式数学形式上完全相同。即电流密度 i 和渗透速率 v 对应;电导率 σ 和渗透系数 K 对应;电位 U 和水头 H 对应。稳定水流满足的方程,当介质为非均质各向异性且主轴和坐标轴方向一致时,有

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) = 0 \quad (7-29)$$

稳定电流场的电位也满足方程,有

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma_x \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\sigma_y \frac{\partial U}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\sigma_z \frac{\partial U}{\partial z} \right) = 0 \quad (7-30)$$

式中 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ —— 电导率在三个主方向上的分量;

K_x, K_y, K_z —— 渗透系数在三个主方向上的分量。

方程(7-29)和(7-30)式在形式上也完全相同。

渗流场的物理量和电流场的物理量之间的一一对应关系见表 7-1。

表 7-1 渗流场和电场物理量间的对应关系

渗 流 场	电 场
多孔介质	导电介质
达西(Darcy)定律 $v = -K \cdot \Delta H$	欧姆(Ohm)定律 $i = -\sigma \cdot \Delta U$
流量 $Q = \iint_A v dA$	电流强度 $I = \iint_S i ds$
渗透速度 v	电流密度 i
渗透系数 K	电导率 σ
水头梯度 $\frac{dH}{ds}$	电位梯度 $\frac{dU}{ds}$
过水断面 A	导体截面 S
水头方程(拉普拉斯方程)	电位方程(拉普拉斯方程)
$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0$	$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0$
已知水头边界 $H = f_1(x, y, z)$	已知电位边界 $U = \varphi_1(x, y, z)$
已知流量边界 $Q = f_2(x, y, z)$	已知电流边界 $I = \varphi_2(x, y, z)$
隔水边界 $\frac{\partial H}{\partial n} = 0$	绝缘边界 $\frac{\partial U}{\partial n} = 0$

对于各向异性介质的非稳定流方程,有

$$K_x \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} + W = S_s \frac{\partial H}{\partial t} \quad (7-31)$$

若把渗流区剖分成许多正方的单元体,见图 7-3 a,空间步长 $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta l$,将方程(7-31)以 O 点为中心离散成差分方程(图 7-3):

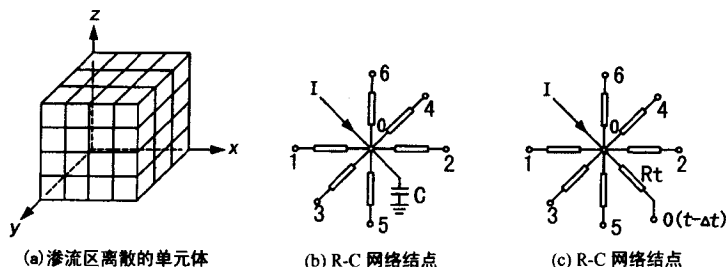


图 7-3 离散单元和网络节点

$$\frac{H_1 + H_2 - 2H_0}{\frac{1}{K_x \Delta l}} + \frac{H_3 + H_4 - 2H_0}{\frac{1}{K_y \Delta l}} + \frac{H_5 + H_6 - 2H_0}{\frac{1}{K_z \Delta l}} + Q = S_s \Delta l^3 \frac{\partial H_0}{\partial t} \quad (7-32)$$

式中 H ——水头,编号为节点号;

$S_s \Delta l^3$ ——单元体释放或贮存的水量;

$\frac{1}{K \Delta l}$ ——水流通过单元体时某一方向的阻力;

$Q = W \Delta l^3$ ——源、汇项。

这一方程可用电阻-电容网络来模拟,如(图 7-3 b)。如通过 O 点的电流有周围 6 个电阻的电流,可用欧姆(Ohm)定律表示;电容 C 释放的电流 $I_0 = C \frac{\partial U_0}{\partial t_m}$,以及连接能源的电流 I ,则根据克希荷夫(Kirchhoff)第一定律,流入节点各项电流的代数和为零,

得

$$\frac{U_1 + U_2 - 2U_0}{R_x} + \frac{U_3 + U_4 - 2U_0}{R_y} + \frac{U_5 + U_6 - 2U_0}{R_z} + I = C_0 \frac{\partial U_0}{\partial t_m} \quad (7-33)$$

式中 U ——节点的电位；

C ——节点的电容；

R ——节点 O 和相邻节点之间的电阻；

I ——源、汇项的电流强度。

电流的(7-33)方程和渗流的(7-32)方程形式上相同。故可用电阻和电容来模拟非稳定流的地下水运动。这是一种空间离散、时间连续的电模拟,称为阻容网络模拟或 $R-C$ 网络模拟。

如果用时间电阻 R_t 代替结点电容,则结点电流 I_0 表达为

$$I_0 = \frac{U_{0t} - U_{0(t-\Delta t)}}{R_t}$$

则(7-33)式变为

$$\frac{U_{1t} + U_{2t} - 2U_{0t}}{R_x} + \frac{U_{3t} + U_{4t} - 2U_{0t}}{R_y} + \frac{U_{5t} + U_{6t} - 2U_{0t}}{R_z} + I = \frac{U_{0t} - U_{0(t-\Delta t)}}{R_t} \quad (7-34)$$

(7-34)式同样可以模拟(7-32)式,这是一个空间和时间都离散的电位方程,这种电模拟称为 $R-R$ 网络模拟。

(二) 连续介质电模拟

连续介质电模拟主要用来模拟地下水的稳定流动。所用的材料主要有固体的导电纸和液体的电解液,而以电解液用得较多。导电纸很容易剪成各种模拟的形状,但不能模拟三维流。而且由于制造的技术关系,常有轻微的非均质性和各向异性,影响模拟的精度。电解液常用自来水或硫酸铜、氯化钠溶液,可模拟二维及三维流,模拟时要用交流电以防止电极的极化。

1. 确定模型比例

因为原型和模型的对应量物理性质不同,比值不是无量纲量,

故用符号 β 代替 α , 此时比值为

$$\begin{cases} \beta_H = \frac{U}{H}, \beta_{kx} = \frac{\sigma_x}{K_x}, \beta_{ky} = \frac{\sigma_y}{K_y}, \beta_{kz} = \frac{\sigma_z}{K_z} \\ \beta_x = \frac{x_m}{x}, \beta_y = \frac{y_m}{y}, \beta_z = \frac{z_m}{z}, \beta_Q = \frac{I}{Q} \end{cases} \quad (7-35)$$

根据相似原理, 有如下关系

$$\beta_Q = \frac{\beta_{kx}\beta_y\beta_z\beta_H}{\beta_x}, \beta_{kx} = \frac{\beta_y^2}{\beta_{ky}} = \frac{\beta_z^2}{\beta_{kz}} \quad (7-36)$$

以上式子中包含有 8 个比值, 通常选定 $\beta_H, \beta_{kx}, \beta_{ky}, \beta_{kz}$ 和 β_z 。余下的 β_x, β_y 和 β_Q 按 (7-36) 式计算求出。

2. 模型制作

将模型制成和原型相似的边界形状。隔水边界用玻璃板、胶木板等绝缘材料。等水头边界用金属板。水井则用铜杆或铜丝。模型制成后, 将按比例配成的电解液, 倒入模型中即成。

剖面二维的电解液模型常用来模拟坝基渗流。因为坝的上游和下游都是无限延伸的, 因此合理截取模型的范围很重要。若坝建在有限厚 b 的透水地基上, 则坝体上下游透水边界的模型长度 l 可按下式计算

$$l = (1.5 - 2)\beta_z b \quad (7-37)$$

若坝体建在巨厚的透水岩层上, 则深部流线的形状接近半圆形, 则模型范围可以坝底中点为圆心, 近似按半圆周截取, 圆周半径 R 应同时满足

$$R \geq 1.5\beta_z B \text{ 和 } R \geq 3\beta_z d \quad (7-38)$$

式中 B ——坝体的底板宽度;

d ——坝基的板桩长度。

3. 模型的测量

利用惠斯顿 (Wheatstone) 电桥, 如图 7-4 所示。

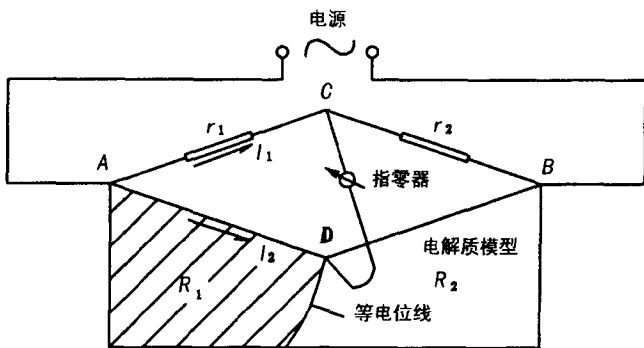


图 7-4 惠斯顿电桥线路图

设 ACB 为滑动电位计(或电阻箱), 动点 C 把电位计的电阻分成 r_1 和 r_2 两部分, r_1 和 r_2 为串联电路。模型中的测点 D 通过的等电位线把电解质也分成两部分, 其电阻分别为 R_1 和 R_2 , R_1 和 R_2 也看作是串联电路。而 ACB 和 ADB 则为并联电路。当桥路 CD 之间没有电流通过时, 可由指零器(或电眼)判断。则分点 C 和 D 的电位应当相等, 即

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad (7-39)$$

由欧姆定律

$$R_1 = \frac{U_A - U_D}{I_2}; \quad R_2 = \frac{U_D - U_B}{I_2}$$

故

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{U_A - U_D}{U_D - U_B}$$

U 为相应各点的电位, 因而有

$$\frac{r_2}{r_1 + r_2} = \frac{U_D - U_B}{U_A - U_B} \quad (7-40)$$

上式表明,电阻计中某一段电阻(如 r_2) 占总电阻的比值,应等于模型中相应段的电位差占全路电位差之比值。利用这一关系可以绘出模型的流网图。如先选定 r_2 占全电阻 $r_1 + r_2$ 的 90%, 然后在模型中移动测针, 直到指零器没有电流通过, 此时 D 点即为电位 90% 的点, 移动测针, 找出若干个 90% 电位的点, 即可画出 90% 的等电位线。然后依次将 r_2 调到 80%, 70%, $\dots$, 10%, 测出相应的等电位线, 然后垂直等电位线画出流线, 即可得到流网。根据流网, 即可计算各项渗流要素。

(三) 电网络模拟

1. $R - C$ 网络模拟

根据水流差分方程(7-32) 和电流差分方程(7-33) 的相似性, 则模型比值

$$\begin{cases} \beta_H = \frac{U}{H}, \beta_{kx} = \frac{R_x}{\frac{1}{K_x \Delta l}}, \beta_{ky} = \frac{R_y}{\frac{1}{K_y \Delta l}} \\ \beta_{kz} = \frac{R_z}{\frac{1}{K_z \Delta l}}, \beta_t = \frac{t_m}{t}, \beta_s = \frac{C}{S_i \Delta l^3} \\ \beta_Q = \frac{I}{Q} \end{cases} \quad (7-41)$$

由相似原理可求得

$$\frac{\beta_t}{\beta_s} = \beta_{kx} = \beta_{ky} = \beta_{kz} = \frac{\beta_H}{\beta_Q} \quad (7-42)$$

式(7-42) 中只要确定三个独立的比值 $\beta_H, \beta_k, \beta_s$, 其余都可计算出来。设计 $R - C$ 网络模型时必需模型量为

$$\begin{cases} U = \beta_H H, R_x = \frac{\beta_{kx}}{K_x \Delta l}, R_y = \frac{\beta_{ky}}{K_y \Delta l} \\ R_z = \frac{\beta_{kz}}{K_z \Delta l}, C = \beta_s S_s \Delta l^3, I = \frac{\beta_H}{\beta_k} Q \\ t_m = \beta_k \beta_s t \end{cases} \quad (7-43)$$

2. R - R 网络模拟

R - R 网络模拟基于(7-34)式和(7-32)式的相似性。模型比值

$$\begin{cases} \beta_H = \frac{U}{H}, \beta_{kx} = \frac{R_x}{\frac{1}{K_x \Delta l}}, \beta_{ky} = \frac{R_y}{\frac{1}{K_y \Delta l}} \\ \beta_{kz} = \frac{R_z}{\frac{1}{K_z \Delta l}}, \beta_t = \frac{t_m}{t}, \beta_Q = \frac{I}{Q} \end{cases}$$

都和 R - C 网络相同,唯有

$$\beta_s = \frac{\frac{1}{R_t}}{\frac{S_s \Delta l^3}{\Delta t}} = \frac{\Delta t}{R_t S_s \Delta l^3} \quad (7-44)$$

由相似原理,同样可求出

$$\frac{1}{\beta_s} = \beta_{kx} = \beta_{ky} = \beta_{kz} = \frac{\beta_H}{\beta_Q} \quad (7-45)$$

只要确定两个独立的比值 β_H 和 β_K , 即可设计出 R - R 网络必需的量:

$$\begin{cases} U = \beta_H H, R_x = \frac{\beta_{kx}}{K_x \Delta l}, R_y = \frac{\beta_{ky}}{K_y \Delta l}, R_z = \frac{\beta_{kz}}{K_z \Delta l} \\ I = \frac{\beta_H}{\beta_k} Q, R_t = \frac{\beta_k \Delta t}{S_s \Delta l^3} \end{cases} \quad (7-46)$$

和 R - C 网络不同的是,时间电阻 R_t 兼顾两方面的作用,它一方面

代表离散的时间步长 Δt ，另一方面又代表单元体释水量的大小。

电网络模拟的方法和工作步骤，可用图 7-5 的程序框图来表示。首先是给出定解条件，然后进行反演模拟，以反求含水层参数，然后进行正演模拟，进行预报。

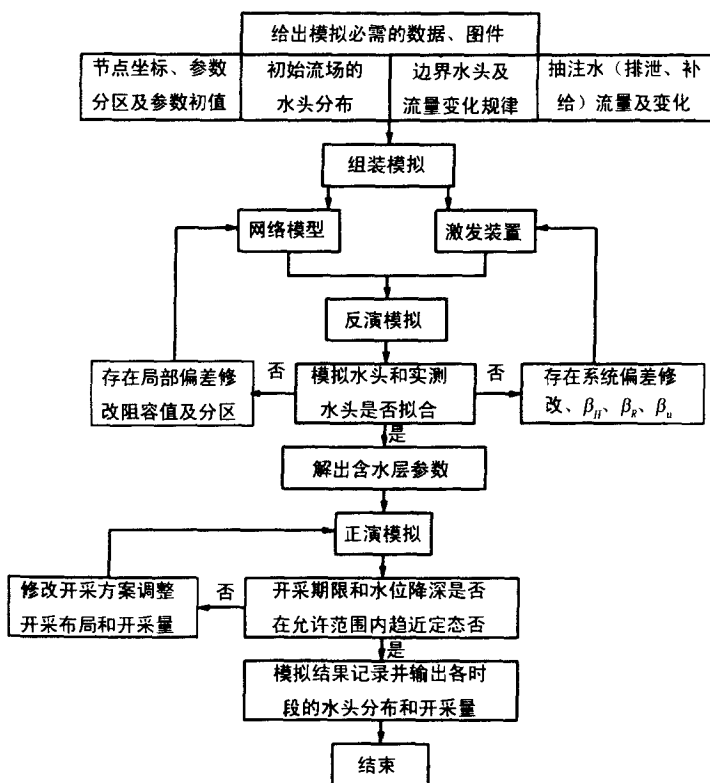


图 7-5 电网络模拟程序框图

电网络模拟在 20 世纪 50 年代至 70 年代，在国际地下水水文学界很流行，应用相当广泛。以后逐步为数值模拟所代替，在 80

年代至 90 年代已用得很少。

四、其他类型的物理模拟

1. 窄缝槽模拟

窄缝槽模拟,也称黏性流动模拟、平行板模拟或 Hele - Shaw 模拟,是利用两平行板之间狭窄缝隙内黏性液体流动来模拟多孔介质中地下水的平面二维或剖面二维运动。这种方法是 Hele - Shaw (1897, 1898) 最先提出的。其试验装置主要为二片平行板,隙宽一定(约 0.8 - 3.5mm),平行板中二片或至少一片为有机玻璃板,可直接观察到黏性流体的运动。常用的黏性液体为水、油或甘油,有时加以染色,以便清楚地观察到。其理论根据是黏性液体在两平行板之间的流动和地下水在多孔介质中的流动的方程的相似性。

立式和卧式窄缝槽的坐标的取法见图 7 - 6。

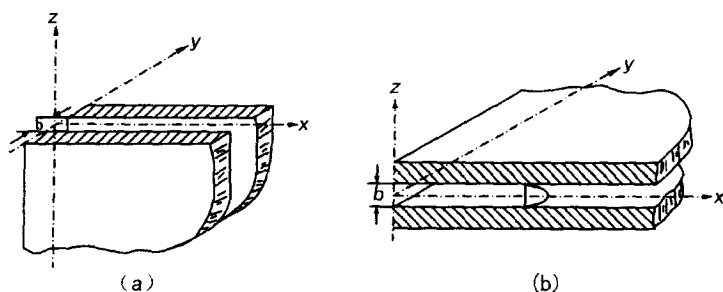


图 7 - 6 立式窄缝槽(a)和卧式窄缝槽(b)的坐标布置图

显然,黏性流体只能沿窄缝流动。设其流速为 u ,则只有两个分量 u_x 和 u_z ,垂直窄缝方向的流速 $u_y = 0$,即使 u_x 和 u_z ,在平行板的面上也为零,见图 7 - 6。图 7 - 6(a) 中平行板内的流速分布有如下式

$$\begin{cases} u_x = \frac{\gamma}{2\mu} \left(\gamma^2 - \frac{b^2}{4} \right) \frac{\partial H_m}{\partial x} \\ u_z = \frac{\gamma}{2\mu} \left(\gamma^2 - \frac{b^2}{4} \right) \frac{\partial H_m}{\partial z} \end{cases} \quad (7-47)$$

式中 γ —— 试验液体的容重;
 μ —— 该液体的动力黏滞系数;

$H_m = \frac{p}{\gamma} + z$, 为试验液体的测压水头, 其中 p 为压强;

b —— 隙缝宽度。

窄缝槽内的平均流速

$$\begin{cases} \bar{u}_x = \frac{1}{b} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} u_x dy = -\frac{b^2}{12} \frac{\gamma}{\mu} \frac{\partial H_m}{\partial x} = -c_m \frac{\partial H_m}{\partial x} \\ \bar{u}_z = \frac{1}{b} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} u_z dy = -\frac{b^2}{12} \frac{\gamma}{\mu} \frac{\partial H_m}{\partial z} = -c_m \frac{\partial H_m}{\partial z} \end{cases} \quad (7-48)$$

式中

$$c_m = \frac{b^2}{12} \frac{\gamma}{\mu} = \frac{b^2}{12} \frac{g}{\nu} \quad (7-49)$$

式中 g —— 重力加速度;
 ν —— 运动黏滞系数。

方程(7-48)也可写成如下的一般形式

$$\bar{u} = -c_m \text{grad} H_m \quad (7-50)$$

上式和地下水线性流动时的达西定律形式上完全相同。式(7-50)无论对于立式或卧式的窄缝槽都是成立的。

当窄缝槽中液体保持层流运动时,其微分方程为

$$-\text{div}(c_m \cdot \text{grad} H_m) = S_m \frac{\partial H_m}{\partial t} \quad (7-51)$$

S_m 为窄缝槽模型的贮水系数,可在上面平板设置离散贮存小管来实现,设小管的截面积为 A ,该管控制面积为 F ,缝宽为 b ,则模型

的贮水系数为

$$S_m = \frac{A}{Fb} \quad (7-52)$$

在二维情况下,方程(7-51)和地下水运动方程(6-51)完全相似,故可用窄缝槽模拟地下水的运动。

和前面类似,可利用相似原理确定模型的比例。在此不再介绍了。

2. 其他类型的物理模拟

除前面介绍的模拟方法以外,还有薄膜模拟、热模拟、水力积分仪模拟等^[120],在此不再一一介绍了。

随着电子计算机的发展和普及,现在大都用数学模拟代替物理模拟。除了砂槽模拟和土柱模拟尚在应用以外,其他各种物理模拟方法已很少应用。

第二节 地下水数学模拟概述

地下水的数学模拟,就是把实际的地下水水文学问题,进行简化和概化,用一个数学模型来描述,然后对数学模型求解。模型的求解方法主要有解析法和数值法。第六章已经述及,解析法只适用于非常简单的条件,而且已经介绍了几个典型的解析解。而对于大多数的实际问题,要用数值解来解决。本章主要介绍在地下水计算中常用的几种数值方法。它们是

(1) 有限差分法(Finite difference method)

(2) 有限单元法(Finite element method)

(3) 边界单元法(Boundary element method)

(4) 有限分析法(Finite analysis method)

(5) 特征有限单元或特征有限差分方法,也称欧拉-拉格朗日方法(Eulerian - Lagrangian finite element method or Eulerian -

Lagrangian finite difference method)

本章将对上述各种方法作一简单的、系统的介绍。

由于地下水在多孔介质中流动的复杂性,近几十年来,以色列特拉维夫大学的 Gedeon Dagan 教授,美国麻省理工学院的 Lynn W. Gelhar 教授和亚利桑那大学的 Shlomo P. Neuman 教授等研究了地下水运动和溶质运移的随机模型和随机数值解法。这一方向目前已成为国际地下水研究的热点。因为这类模型和方法在数学上有相当的难度,而且刚刚开始应用于实际,本书不作介绍,读者如有兴趣请参阅有关的文献^[124]。

第三节 有限差分法

一、数学模型的差分近似

(一)离散化

如果我们将一个三维的含水层系统划分为一个三维网格系统,整个含水层被剖分为若干层(lay),每一层又剖分为若干行(row)和若干列(column),这样含水层就被剖分成许多小长方体,如图7-7。每一个小长方体称为单元(格点)。把各长方体的交点或长方体的中心点称为节点。

首先我们对编号作些约定,行次序是沿 y 方向,编号为 i 行间距为 $\Delta r_j(\Delta y)$,行的延伸方向和 x 轴平行,下标 j 随 y 值的增加而增加。列次序是沿 x 方向,编号为 j ,列距为 $\Delta c_j(\Delta x)$,列的延伸方向和 y 轴平行,下标 i 随 x 值的增加而增加。层次序是自上而下,编号为 k ,间距为 Δv_k 。

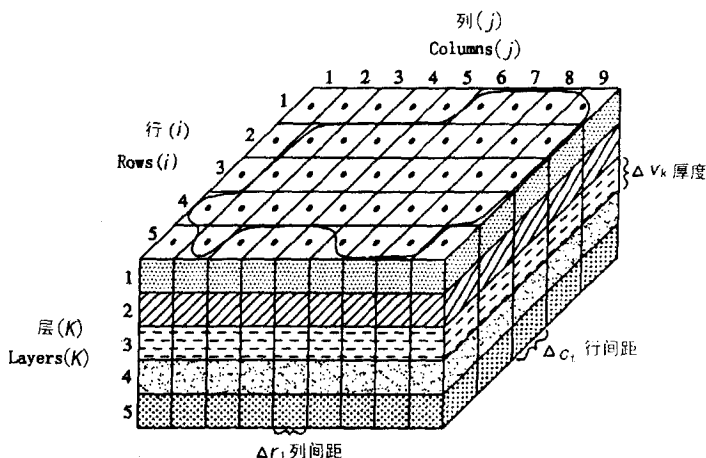


图 7-7 含水层的空间离散

- 含水层边界 Δr_j 行间距
 • 有效计算单元 Δc_j 列间距
 ○ 无效计算单元 Δv_k 厚度

(根据 M. G. McDondld 和 A. W. Harbaugh)

(二) 地下水稳定运动方程的差分近似

设在图 7-7 中选取任一层 k , 该层的水头 $H(x, y, k)$ 如图 7-8a 所示。设 (i, j) 点的水头为 H_{ij} , 则在 i 行其邻域 $(i, j-1)$ 点和 $(i, j+1)$ 点的水头 $H_{i,j-1}$ 、 $H_{i,j+1}$ 可利用泰勒 (Taylor) 级数展开:

$$H_{i,j+1} = H_{i,j} + \Delta x \frac{\partial H}{\partial x} \Big|_{i,j} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \Big|_{i,j} + \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 H}{\partial x^3} \Big|_{i,j} + \dots \quad (7-53)$$

$$H_{i,j-1} = H_{i,j} + (-\Delta x) \frac{\partial H}{\partial x} \Big|_{i,j} + \frac{(-\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \Big|_{i,j} + \frac{(-\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 H}{\partial x^3} \Big|_{i,j} + \dots \quad (7-54)$$

经整理后有

$$\frac{\partial H}{\partial x} \Big|_{i,j} = \frac{H_{i,j+1} - H_{i,j}}{\Delta x} - \frac{\Delta x}{2!} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \Big|_{i,j} - \dots \quad (7-55)$$

或

$$\frac{\partial H}{\partial x} \Big|_{i,j} = \frac{H_{i,j} - H_{i,j-1}}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{2!} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \Big|_{i,j} - \dots \quad (7-56)$$

在(7-55)和(7-56)式中,如右端仅取一项,则存在截断误差,该二式变为

$$\frac{\partial H}{\partial x} \Big|_{i,j} = \frac{H_{i,j+1} - H_{i,j}}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (\text{向前差分}) \quad (7-57)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} \Big|_{i,j} = \frac{H_{i,j} - H_{i,j-1}}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (\text{向后差分}) \quad (7-58)$$

符号 $O(\Delta x)$ 表示当 Δx 足够小时,截断误差的绝对值小于 $c\Delta x$ (c 为任意常数)。将式(7-55)和(7-56)相加,消去二阶导数以上的项,得到中心差分的表达式

$$\frac{\partial H}{\partial x} \Big|_{i,j} = \frac{H_{i,j+1} - H_{i,j-1}}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (7-59)$$

如果将式(7-55)和(7-56)相减,得到

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \Big|_{i,j} = \frac{H_{i,j+1} - 2H_{i,j} + H_{i,j-1}}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x^2) \quad (7-60)$$

或

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \Big|_{i,j,k} \approx \frac{H_{i,j+1,k} - 2H_{i,j,k} + H_{i,j-1,k}}{(\Delta x)^2} \quad (7-61)$$

类似地

$$\frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \Big|_{i,j,k} \approx \frac{H_{i-1,j,k} - 2H_{i,j,k} + H_{i+1,j,k}}{(\Delta y)^2} \quad (7-62)$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \Big|_{i,j,k} \approx \frac{H_{i,j,k+1} - 2H_{i,j,k} + H_{i,j,k-1}}{(\Delta z)^2} \quad (7-63)$$

因此,当 $\Delta x = \Delta y$ 为方形网格时,二维拉普拉斯(Laplace)方程

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0$$

的差分格式为

$$H_{i,j} = \frac{H_{i-1,j} + H_{i+1,j} + H_{i,j-1} + H_{i,j+1}}{4} \quad (7-64)$$

上式表明,地下水作二维稳定运动时,某一节点的水头为相邻4个节点水头的平均值。(7-64)式称为五点格式。类似的,当 $\Delta x = \Delta y = \Delta z$ 时,三维拉普拉斯方程的差分格式为

$$H_{i,j,k} = \frac{H_{i-1,j,k} + H_{i+1,j,k} + H_{i,j-1,k} + H_{i,j+1,k} + H_{i,j,k-1} + H_{i,j,k+1}}{6} \quad (7-65)$$

有限差分的计算模式有两种,一种为块中心节点,即节点为各个单元的中心,为格点;另一种称为网格中心节点,节点为各单元的角点。二维情况下二种模式如图7-8所示。

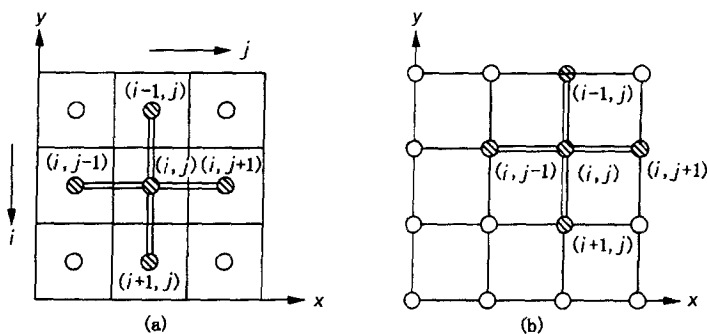


图7-8 有限差分的计算模式

(a) 块中心节点; (b) 网格中心节点

(根据《地下水资源评价》)

实际的二维地下水运动常常有抽水井(位于 x_0, y_0)抽水和垂向补给 N ,此时的微分方程为

$$T \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + T \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + N - Q\delta(x - x_0, y - y_0) = 0 \quad (7-66)$$

式中 T ——导水系数;
 N ——垂向补给强度;
 Q ——固定的抽水量。

令

$$R = \begin{cases} N - \frac{Q}{\Delta x^2} & \text{节点位于抽水井} \\ N & \text{其他节点} \end{cases} \quad (7-67)$$

则地下水运动的微分方程变为泊松(Poisson)方程:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = -\frac{R}{T} \quad (7-68)$$

当 $\Delta x = \Delta y$ 时的差分方程为

$$H_{i,j} = \frac{H_{i-1,j} + H_{i+1,j} + H_{i,j-1} + H_{i,j+1} + (\Delta x)^2 R/T}{4} \quad (7-69)$$

(三) 地下水非稳定运动方程的差分近似

设有如下的二维非稳定运动方程

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{R}{T} \quad (7-70)$$

上式中 $\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}$ 和 $\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}$ 的差分表达式和前述相同。对时间的偏导数可表

达为

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{H_{i,j}^{k+1} - H_{i,j}^k}{\Delta t} \quad (7-71)$$

式中 S ——贮水系数;

$H_{i,j}^{k+1}$ —— (i, j) 点在 $k+1$ 时刻的水头;

$H_{i,j}^k$ —— (i, j) 点在 k 时刻的水头。

那么对于空间导数 $\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}$ 和 $\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}$ 也有取哪一时刻水头的问题, 因此

可以有几种差分格式。

1. 显式差分格式

此时对空间导数都取 k 时刻的水头, 则式(7-70) 的差分表达式为

$$\frac{H_{i,j+1}^k - 2H_{i,j}^k + H_{i,j-1}^k}{\Delta x^2} + \frac{H_{i+1,j}^k - 2H_{i,j}^k + H_{i-1,j}^k}{\Delta y^2} = \frac{S}{T} \frac{H_{i,j}^{k+1} - H_{i,j}^k}{\Delta t} - \frac{R_{i,j}^k}{T} \quad (7-72)$$

(7-72) 式称为显式差分格式 (Explicit finite difference approximation)。

如果令 $\Delta x = \Delta y = a$, 并且因为 k 时刻的水头已知, 移到方程的右端, 得

$$H_{i,j}^{k+1} = \left(1 - \frac{4T\Delta t}{Sa^2}\right) H_{i,j}^k + \frac{4T\Delta t}{Sa^2} \left(\frac{H_{i+1,j}^k + H_{i-1,j}^k + H_{i,j+1}^k + H_{i,j-1}^k}{4} \right) + \frac{R_{i,j}^k \Delta t}{S} \quad (7-73)$$

显式差分格式易于计算, 但解的收敛和稳定是有条件的。在二维情况下只有当

$$\frac{T\Delta t}{Sa^2} \leq 0.25$$

时解才收敛和稳定, 当前这一格式已很少应用。

2. 隐式差分格式

隐式差分取 $\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}$ 和 $\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}$ 的水头时, 不再用前一时刻水平 k 的

值, 而是取 k 时刻和 $k+1$ 时刻的加权平均, 如

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \alpha \frac{H_{i,j+1}^{k+1} - 2H_{i,j}^{k+1} + H_{i,j-1}^{k+1}}{\Delta x} + (1-\alpha) \frac{H_{i+1,j}^k - 2H_{i,j}^k + H_{i-1,j}^k}{\Delta x^2} \quad (7-74)$$

式中 α 为权重, 其值在 0-1 之间。当 $\alpha = 0$ 时, 即为显式格式, 当 $\alpha = 1$ 时, (7-74) 式右端第二项为 0, 即 H 完全取 $k+1$ 时刻的未知

水头,称为全隐式格式,当 $\alpha = \frac{1}{2}$ 时, H 中 k 时刻和 $k+1$ 时刻的水头各占一半,称为克兰克-尼柯尔松(Crank-Nicolson)格式。 $\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}$ 和 $\frac{\partial^2 H}{\partial z^2}$ 也可类似处理。方程式(7-70)的全隐式差分表达式为

$$\begin{aligned} & \frac{H_{i,j+1}^{k+1} - 2H_{i,j}^{k+1} + H_{i,j-1}^{k+1}}{\Delta x^2} + \frac{H_{i+1,j}^{k+1} - 2H_{i,j}^{k+1} + H_{i-1,j}^{k+1}}{\Delta y^2} \\ &= \frac{S}{T} \frac{H_{i,j}^{k+1} - H_{i,j}^k}{\Delta t} - \frac{R_{i,j}^k}{T} \end{aligned} \quad (7-75)$$

(7-75) 式中包含有5个未知数 $H_{i,j}^{k+1}, H_{i-1,j}^{k+1}, H_{i+1,j}^{k+1}, H_{i,j-1}^{k+1}, H_{i,j+1}^{k+1}$ 因而不能直接求解。而必须对每一时间水平上的所有节点都写出类似(7-75)式的方程,形成一个线性代数方程组,然后用迭代法或消去法求解。

(四) 边界条件的处理

块中心节点和网格中心节点在处理边界条件时稍有不同,下面作一介绍。

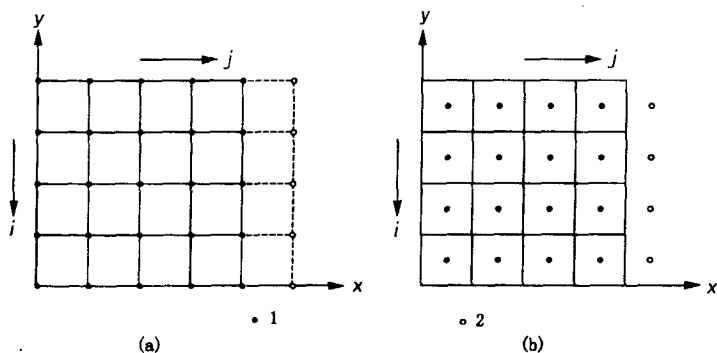


图 7-9 有限差分的边界条件处理

1——节点;2——虚节点;(a) 网格中心节点;(b) 块中心节点

1. 第一类边界条件

第一类边界条件,边界上的水头已经给出。如为网格中心节点, j 列位于边界上,则

$$H_{i,j} = H_b \quad (7-76)$$

如为块中心节点,区域边界和块边界一致,则要在区域外半个空间步长($\Delta x/2$)处引进一列虚节点,如图 7-9 b,虚节点为 $j+1$ 列,则有

$$\frac{1}{2}(H_{i,j} + H_{i,j+1}) = H_b \quad (7-77)$$

2. 第二类边界条件

先考虑网格中心节点,设边界条件为

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{T} q_b \quad (7-78)$$

q_b 为已知的单宽流量。如果区域边界和最右面一列(j 列)节点吻合,则要在边界外映射出一列虚节点 $j+1$ 列,见图 7-9a,则边界条件(7-78) 表达为

$$\frac{H_{i,j+1} - H_{i,j-1}}{2\Delta x} = \frac{1}{T} q_b \quad (7-79)$$

如为不透水边界, $q_b = 0$, 则有

$$H_{i,j+1} = H_{i,j-1} \quad (7-80)$$

如为块中心节点,则在区域外 $\Delta x/2$ 映射一列虚节点($j+1$ 列),则边界条件为

$$\frac{H_{i,j+1} - H_{i,j}}{\Delta x} = \frac{1}{T} q_b \quad (7-81)$$

对于不透水边界,有

$$H_{i,j+1} = H_{i,j} \quad (7-82)$$

二、MODFLOW 软件介绍

(一) 概述

MODFLOW 是英文名称 Modular Three - dimensional Finite - difference Ground - water Flow Model 的简称。是由美国地质调查局(U. S. Geological Survey)的 McDonald 和 Harbaugh 于 20 世纪 80 年代开发出来的一套专门用于孔隙介质中地下水流动的三维有限差分数值模拟的软件。目前已成为全世界范围内应用最为广泛的地下水数值计算软件。

MODFLOW 一个显著特点是采用模块化的结构。将许多具有类似功能的子程序组合成为子程序包,用户可以按实际工作的需要选用其中某些子程序包对地下水进行数值模拟。这种模块化结构,使程序易于理解、修改以至添加新的子程序包。

由于 MODFLOW 得到广泛的应用,而且考虑许多具体的水文地质条件,以后开发的许多地下水软件,如 MODME, MT3D, RT3D 等,往往和它配套使用。

下面介绍 MODFLOW 软件。

(二) MODFLOW 程序的整体结构

MODFLOW 的计算模式采用块中心节点的格式,节点号 i, j, k 即代表单元号。单元 i, j, k 只和相邻的六个单元有关。见图 7 - 10。流入计算单元的流量取正号,流出计算单元取负号。单元沿行方向的间距 Δx 用 Δr_j 表示;沿列方向的间距 Δy 用 Δc_i 表示,层厚为 Δv_k 。沿行方向由计算单元 $(i, j - 1, k)$ 流入单元 (i, j, k) 的流量可用达西公式计算(图 6 - 1):

$$q_{i, j - \frac{1}{2}, k} = KR_{i, j - \frac{1}{2}, k} \Delta c_i \Delta v_k \frac{H_{i, j - 1, k} - H_{i, j, k}}{\Delta r_{j - \frac{1}{2}}} \quad (7 - 83)$$

式中 $H_{i, j, k}$ —— 在格点 (i, j, k) 处的水头值(L);

$H_{i, j - 1, k}$ —— 在格点 $(i, j - 1, k)$ 处的水头值(L);

$q_{i, j - \frac{1}{2}, k}$ —— 通过单元 (i, j, k) 和 $(i, j - 1, k)$ 之间界面的流量($L^3 T^{-1}$);

$KR_{i,j-\frac{1}{2},k}$ ——单元 (i,j,k) 和 $(i,j-1,k)$ 之间的渗透系数 (LT^{-1});

$\Delta c_i \Delta v_k$ ——横断面的面积 (L^2);

$\Delta r_{j-\frac{1}{2}}$ ——格点 (i,j,k) 至格点 $(i,j-1,k)$ 之间的距离 (L)。

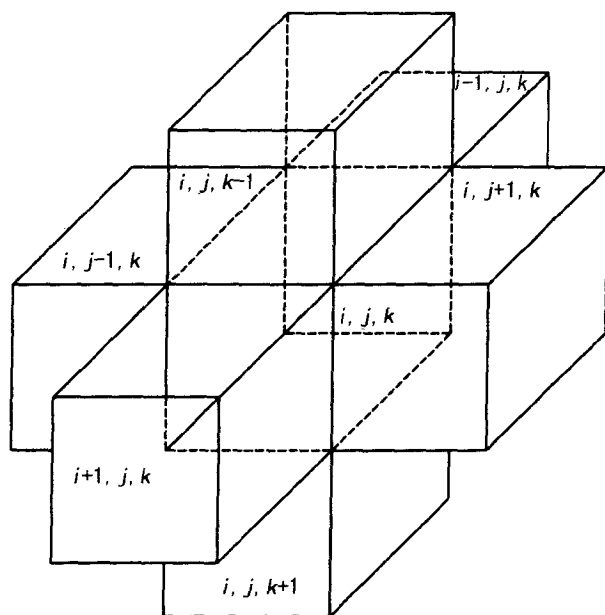
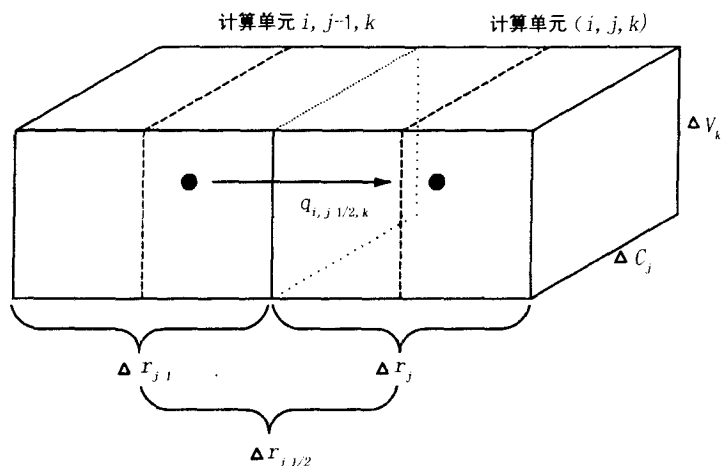


图 7-10 计算单元 (i,j,k) 和其六个相邻的计算单元
(根据 M. G. McDonald 和 A. W. Harbaugh)

图 7-11 计算单元 $(i, j-1, k)$ 至计算单元 (i, j, k) 的流量

通过其它 5 个界面的地下水流量,可按公式(7-83)类推:

$$q_{i,j+\frac{1}{2},k} = KR_{i,j+\frac{1}{2},k} \Delta c_i \Delta v_k \frac{H_{i,j+1,k} - H_{i,j,k}}{\Delta r_{j+\frac{1}{2}}} \quad (7-84)$$

$$q_{i+\frac{1}{2},j,k} = KC_{i+\frac{1}{2},j,k} \Delta r_j \Delta v_k \frac{H_{i+1,j,k} - H_{i,j,k}}{\Delta c_{i+\frac{1}{2}}} \quad (7-85)$$

$$q_{i-\frac{1}{2},j,k} = KC_{i-\frac{1}{2},j,k} \Delta r_j \Delta v_k \frac{H_{i-1,j,k} - H_{i,j,k}}{\Delta c_{i-\frac{1}{2}}} \quad (7-86)$$

$$q_{i,j,k+\frac{1}{2}} = KV_{i,j,k+\frac{1}{2}} \Delta r_j \Delta c_i \frac{H_{i,j,k+1} - H_{i,j,k}}{\Delta v_{k+\frac{1}{2}}} \quad (7-87)$$

$$q_{i,j,k-\frac{1}{2}} = KV_{i,j,k-\frac{1}{2}} \Delta r_j \Delta c_i \frac{H_{i,j,k-1} - H_{i,j,k}}{\Delta v_{k-\frac{1}{2}}} \quad (7-88)$$

为简化起见,将格点间距和渗透系数合并为一个变量,称水力传导系数:

$$CR_{i,j-\frac{1}{2},k} = KR_{i,j-\frac{1}{2},k} \Delta c_i \Delta v_k / \Delta r_{j-\frac{1}{2}} \quad (7-89)$$

$$CC_{i-\frac{1}{2},j,k} = KC_{i-\frac{1}{2},j,k} \Delta r_j \Delta v_k / \Delta c_{i-\frac{1}{2}} \quad (7-90)$$

$$CV_{i,j,k-\frac{1}{2}} = KV_{i,j,k-\frac{1}{2}} \Delta c_i \Delta r_j / \Delta v_{k-\frac{1}{2}} \quad (7-91)$$

于是公式(7-83)至(7-88)可简化为

$$q_{i,j-\frac{1}{2},k} = CR_{i,j-\frac{1}{2},k} (H_{i,j-1,k} - H_{i,j,k}) \quad (7-92)$$

$$q_{i,j+\frac{1}{2},k} = CR_{i,j+\frac{1}{2},k} (H_{i,j+1,k} - H_{i,j,k}) \quad (7-93)$$

$$q_{i-\frac{1}{2},j,k} = CC_{i-\frac{1}{2},j,k} (H_{i-1,j,k} - H_{i,j,k}) \quad (7-94)$$

$$q_{i+\frac{1}{2},j,k} = CC_{i+\frac{1}{2},j,k} (H_{i+1,j,k} - H_{i,j,k}) \quad (7-95)$$

$$q_{i,j,k-\frac{1}{2}} = CV_{i,j,k-\frac{1}{2}} (H_{i,j,k-1} - H_{i,j,k}) \quad (7-96)$$

$$q_{i,j,k+\frac{1}{2}} = CV_{i,j,k+\frac{1}{2}} (H_{i,j,k+1} - H_{i,j,k}) \quad (7-97)$$

对于单元 i,j,k 来说,除了六个界面的流入水量以外,还有外部源汇的影响,如河流、沟渠,生产井,注水井,蒸散发等。这些源汇项,或与水头有关,或与水头无关,可用下面通式表示

$$a_{i,j,k,n} = p_{i,j,k,n} H_{i,j,k} + q_{i,j,k,n} \quad (7-98)$$

式中 $a_{i,j,k,n}$ —— 第 n 项外部源对单元 (i,j,k) 的补给量(L^3T^{-1});

$q_{i,j,k,n}$ 和 $p_{i,j,k,n}$ ——常数项,当源汇和水头无关时 $p_{i,j,k,n}$ 为零。

例如单元 (i,j,k) 得到注水井和河床渗漏量两种外部源补给。对于注水井($n=1$),注水量和水头 H 无关,如 $q_{i,j,k,1}$ 为注水量,则有

$$a_{i,j,k,1} = q_{i,j,k,1} \quad (7-99)$$

而对于河床渗漏($n=2$)来说,渗漏量和河水位与地下水位的水头差大小有关,故

$$a_{i,j,k,2} = CRIV_{i,j,k,2} (R_{i,j,k} - H_{i,j,k}) \quad (7-100)$$

式中 $CRIV_{i,j,k,2}$ —— 河床的水力传导系数(L^2T^{-1}),它等于河床堆积的垂向渗透系数乘以河床面积,除以堆积物的厚度;

$R_{i,j,k}$ —— 河水位(L)。

式(7-100)可改写为

$$\alpha_{i,j,k,2} = -CRIV_{i,j,k,2}H_{i,j,k} + CRIV_{i,j,k,2}R_{i,j,k} = p_{i,j,k,2}H_{i,j,k} + q_{i,j,k,2} \quad (7-101)$$

如果计算单元 i,j,k 受到 N 个外部源的影响,其总的影响为

$$QS_{i,j,k} = \sum_{n=1}^N \alpha_{i,j,k,n} = \sum_{n=1}^N p_{i,j,k,n}H_{i,j,k} + \sum_{n=1}^N q_{i,j,k,n} = p_{i,j,k}H_{i,j,k} + Q_{i,j,k} \quad (7-102)$$

考虑到单元 i,j,k 的水量平衡,则有

$$q_{i,j-\frac{1}{2},k} + q_{i,j+\frac{1}{2},k} + q_{i-\frac{1}{2},j,k} + q_{i+\frac{1}{2},j,k} + q_{i,j,k-\frac{1}{2}} + q_{i,j,k+\frac{1}{2}} + QS_{i,j,k} = SS_{i,j,k} \frac{\Delta H_{i,j,k}}{\Delta t} \Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k \quad (7-103)$$

式中 $SS_{i,j,k}$ ——表示单元 (i,j,k) 的贮水率(L^{-1});

$\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k$ ——该单元的体积(L^3)。

将(7-92)至(7-97)代入(7-103)中,得

$$\begin{aligned} & CR_{i,j-\frac{1}{2},k}(H_{i,j-1,k} - H_{i,j,k}) + CR_{i,j+\frac{1}{2},k}(H_{i,j+1,k} - H_{i,j,k}) + \\ & CC_{i-\frac{1}{2},j,k}(H_{i-1,j,k} - H_{i,j,k}) + CC_{i+\frac{1}{2},j,k}(H_{i+1,j,k} - H_{i,j,k}) + \\ & CV_{i,j,k-\frac{1}{2}}(H_{i,j,k-1} - H_{i,j,k}) + CV_{i,j,k+\frac{1}{2}}(H_{i,j,k+1} - H_{i,j,k}) + P_{i,j,k}H_{i,j,k} + \\ & Q_{i,j,k} = SS_{i,j,k} \Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k \frac{\Delta H_{i,j,k}}{\Delta t} \end{aligned} \quad (7-104)$$

对于(7-104)式中的时间导数 $\frac{\Delta H_{i,j,k}}{\Delta t}$ 取全隐式差分,得到

$$\begin{aligned} & CR_{i,j-\frac{1}{2},k}(H_{i,j-1,k}^{m+1} - H_{i,j,k}^{m+1}) + CR_{i,j+\frac{1}{2},k}(H_{i,j+1,k}^{m+1} - H_{i,j,k}^{m+1}) + \\ & CC_{i-\frac{1}{2},j,k}(H_{i-1,j,k}^{m+1} - H_{i,j,k}^{m+1}) + CC_{i+\frac{1}{2},j,k}(H_{i+1,j,k}^{m+1} - H_{i,j,k}^{m+1}) + \\ & CV_{i,j,k-\frac{1}{2}}(H_{i,j,k-1}^{m+1} - H_{i,j,k}^{m+1}) + CV_{i,j,k+\frac{1}{2}}(H_{i,j,k+1}^{m+1} - H_{i,j,k}^{m+1}) + P_{i,j,k}H_{i,j,k}^{m+1} + \\ & Q_{i,j,k} = SS_{i,j,k} \Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k \frac{H_{i,j,k}^{m+1} - H_{i,j,k}^m}{t_{m+1} - t_m} \end{aligned} \quad (7-105)$$

(7-105)式中,只有 $H_{i,j,k}^m$ 为上一时段的计算结果,是已知的,其他的7个水头 $H_{i,j,k}^{m+1}, H_{i,j-1,k}^{m+1}, H_{i,j+1,k}^{m+1}, H_{i-1,j,k}^{m+1}, H_{i+1,j,k}^{m+1}, H_{i,j,k-1}^{m+1}, H_{i,j,k+1}^{m+1}$ 都是

未知的,故必须对每一格点都列出类似(7-105)的方程式,得到一个线性方程组,然后用迭代法或强隐式法求解。如果待求水头的时间段为 m ,只要将(7-105)式上标的 $m+1$ 改为 m , m 改为 $m-1$ 即可。

为了便于迭代计算,我们将所有包括未知水头项移到方程的左侧,而将已知项移到方程的右侧,(7-105)式变为

$$\begin{aligned} & CR_{i,j-\frac{1}{2},k} H_{i,j-1,k}^{m+1} + CC_{i-\frac{1}{2},j,k} H_{i-1,j,k}^{m+1} + CV_{i,j,k-\frac{1}{2}} H_{i,j,k-1}^{m+1} + (-CR_{i,j-\frac{1}{2},k} \\ & - CC_{i-\frac{1}{2},j,k} - CV_{i,j,k-\frac{1}{2}} - CR_{i,j+\frac{1}{2},k} - CC_{i+\frac{1}{2},j,k} - CV_{i,j,k+\frac{1}{2}} + \\ & HCOF_{i,j,k}) H_{i,j,k}^{m+1} + CR_{i,j+\frac{1}{2},k} H_{i,j+1,k}^{m+1} + CC_{i+\frac{1}{2},j,k} H_{i+1,j,k}^{m+1} + CV_{i,j,k+\frac{1}{2}} H_{i,j,k+1}^{m+1} \\ & = RHS_{i,j,k} \end{aligned} \quad (7-106)$$

式中

$$RHS_{i,j,k} = -Q_{i,j,k} - SCI_{i,j,k} H_{i,j,k}^m / (t_{m+1} - t_m), (L^3 T^{-1});$$

$$HCOF_{i,j,k} = P_{i,j,k} - SCI_{i,j,k} / (t_{m+1} - t_m), (L^2 T^{-1});$$

$$SCI_{i,j,k} = SS_{i,j,k} \Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k, (L^2)。$$

对于每一个单元都建立类似(7-106)式的方程,可得一线性方程组,其一般形式为

$$[A]\{H\} = [q] \quad (7-107)$$

式中 $[A]$ ——水头的系数矩阵;

$\{H\}$ ——待求水头列向量;

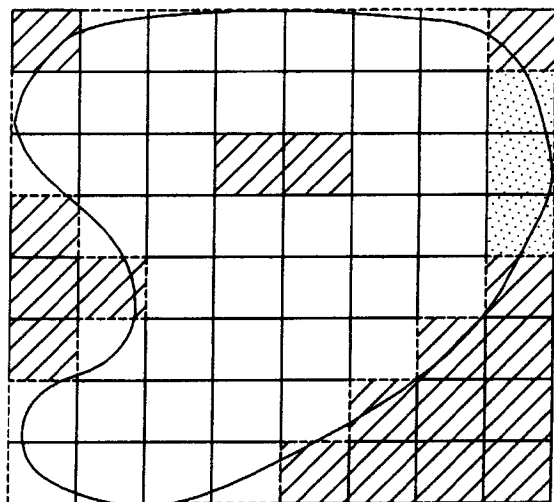
$[q]$ ——常数项和已知项。

MODFLOW 软件对这一方程用迭代法或强隐式法求解。

(三) 计算单元的类型和边界条件的处理

根据计算单元的性质,MODFLOW 将它们划分为三大类:定水头计算单元、无效计算单元和变水头计算单元。见图 7-12。因为计算区域往往是不规则的,按行列划分会将计算区域以外划出单元,这些单元为无效计算单元,无水流通过,让其渗透系数为零。定水头计算单元常为定水头边界上的单元,水头由用户事先给定,如

图 7-12 上定水头边界的单元。MODFLOW 只对变水头计算单元进行计算。



说明

- 含水层边界
- 模型中不透水边界
-  无效计算单元或不透水计算单元
-  定水头计算单元
-  变水头计算单元

图 7-12 计算单元的类型和含水层边界
(根据 M. G. McDonald 和 A. W. Harbaugh)

(四) 关于垂向离散问题

因为天然的含水层的厚度往往是不均一的,这给垂向离散造成麻烦。如图 7-13 的情况。有两种垂向离散的方法,一种是垂向

的层厚 Δv_k 一致(图 7-13 b),一个单元内可能包含三种地质体,但 MODFLOW 假定一个单元内的水文地质参数为常数,把三层当作一层,参数用平均值代替,可能造成误差,但处理上比较容易。另一种为让垂向剖分和含水层的空间分布一致。此时单元不再为长方体,而是曲面六面体(图 7-13c),这种方法违反 MODFLOW 的基本假定,也会造成误差。到底怎样处理视具体情况而定。

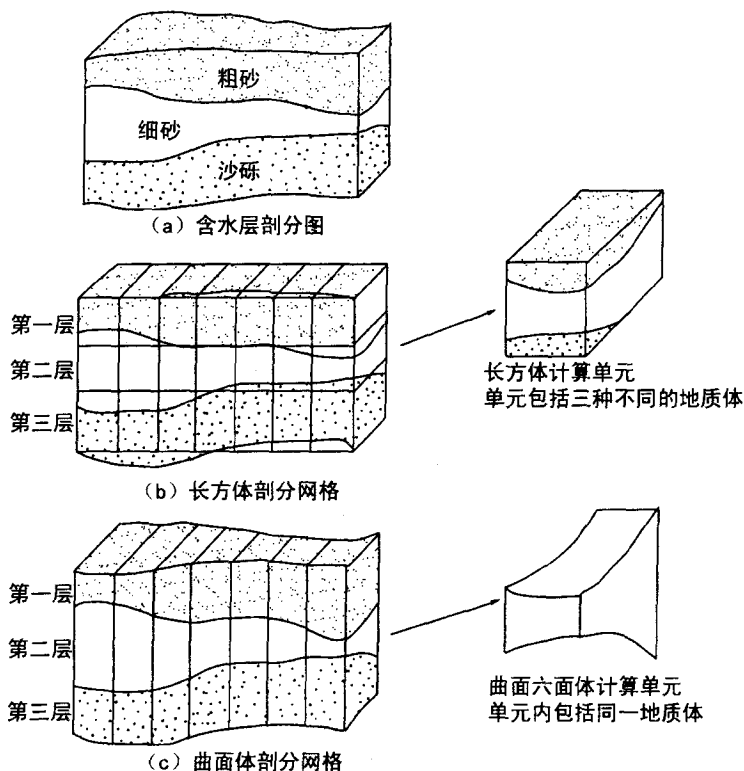


图 7-13 垂向剖分示意图

(根据 M. G. McDonald 和 A. W. Harbaugh)

三、MODFLOW 的程序设计

(一) MODFLOW 的总体结构

MODFLOW 包括一个主程序和一系列相对独立的子程序包，

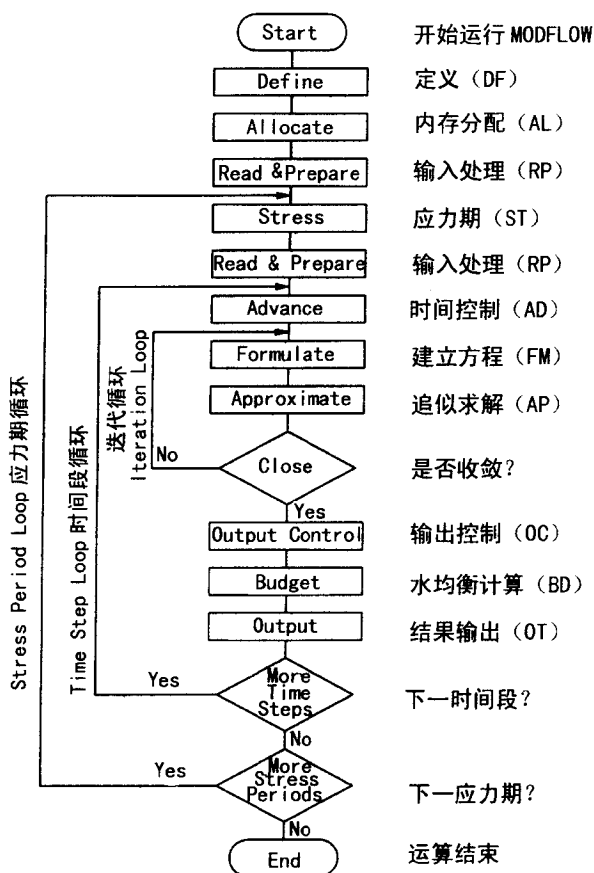


图 7-14 MODFLOW 总框图

(根据 M. G. McDonald 和 A. W. Harbaugh 修改)

每一个子程序包又包括有多个模块和子程序。下面将介绍主程序的功能以及子程序包的构成和它们的功能。

每个应力期又可再分为若干时间段。通过对有限差分方程的求解,我们可以得到每个时间段结束时的水头值。所以每个模拟应包括三大循环:应力期循环、时间段循环和迭代求解循环。

图 7-14 列出了 MODFLOW 的基本程序结构以及各主要部分的功能。在整个模拟过程中,可划分出一系列的应力期。在每一个应力期内,所有的外应力如抽水量、蒸发量保持为常数。

图 7-14 中每一个矩形框表示一个步骤,每一个步骤完成一定的任务。例如在进入应力期循环之前,程序要首先完成三项与整个模拟过程有关的步骤。在“模拟定义”(Define)中,模型的大小、类型(稳定流或非稳定流),应力期的数目,子程序包的选择以及求解方法的选择等都在这个步骤中加以确定。在“内存分配”(Allocate)步骤中,程序所选用的子程序包以及各个数组的大小,按一定的顺序进行内存的分配。在“输入处理”(Read & Prepare)步骤中,程序读入所有不随时间变化的输入数据并按要求进行适当的处理。这些数据包括:边界条件、初始水头,水力传导系数,渗透系数,贮水率,顶面标高及底面标高以及控制迭代运算的有关参数。MODFLOW 将对某些数据进行处理,换算成后面程序运算所需要的数据类型。

在应力期循环过程中,首先进行一个称为“应力”(Stress)的步骤,该步骤读入时间段的数目并计算各个时间步长的长度。在随后的“输入处理”(Read & Prepare)中,程序将读入所有与当前应力期有关的数据,如抽水量、补给量等。此后程序进入时间段循环,程序首先执行“时间控制”(Advance)操作,计算当前时间段的步长,并准备水头计算的初始值。然后开始迭代求解。迭代循环包括“建立方程”(Formulate),即计算公式(7-107)的系数矩阵。然后执行“近似求解”(Approximate)对方程进行一次迭代计算。迭代循环直到“收敛”(Close),进入下一步。如达到预定的最大循

环次数尚未收敛,程序自动停止运算。如已经收敛,则执行“输出控制”(Output control),将计算出的水头和单元之间的流量按要求打印输出。然后是“均衡”(Budget),计算出水均衡各项及计算的相对误差,并打印输出。然后进入下一时间段,下一应力期。

(二)子程序包

MODFLOW 中子程序可分为两种类型:直接由主程序调用的基本子程序和被子程序调用的次一级子程序。图 7-14 总框图中各个步骤由不同的子程序来完成。某些具有特定功能的子程序结合起来组成子程序包。MODFLOW 的子程序包列于表 7-2 中。

表 7-2 MODFLOW 的子程序包

子程序包名称	英文缩写	子程序包功能	水文地质子程序包 外应力子程序包
基本子程序包	BAS	指定边界条件、时间段长度、初始条件及结果打印方式	
计算单元间 渗流子程序包	BCF	计算多孔介质中地下水流有限差分方程组各项,亦即单元间流量和进入贮存流量	
水井子程序包	WEL	将流向水井的流量项加进有限差分方程组	
补给子程序包	RCH	将代表面状补给的流量项加进有限差分方程组	
河流子程序包	RIV	将流向河流的流量项加进有限差分方程组	
排水沟渠子程序包	DRN	将流向排水沟渠的流量项加进有限差分方程组	
蒸散发子程序包	EVT	将代表蒸散发作用的流量项加进有限差分方程组	
通用水头边界子程序包	GHB	将流向通用水头边界的流量项加进有限差分方程组	
SIP 求解子程序包	SIP	采用强隐式方法通过迭代求解有限差分方程组	求解子程序包
SSOR 求解子程序包	SOR	采用连续超松弛迭代方法求解有限差分方程组	

步 骤	地下水运动子程序包								求解子程序包	
	应力子程序包									
	B A S	B C F	W E L	R C H	R I V	D R N	E V T	G H B	S I P	S O R
定义 (DF)	×									
内存分配 (AL)	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
输入处理 (RP)	× _U	× _{US}							×	×
应力期 (ST)	×									
输入处理 (RP)			×	× _U	×	×	× _U	×		
时间控制 (AD)	×									
建立议程 (FM)	×	× _S	×	×	×	×	×	×		
近似求解 (AP)									× _S	× _S
输出控制 (OC)	×									
水均衡计算 (BD)		× _{US}	× _U	× _U	× _U	× _U	× _U	× _U		
结果输出 (OT)	× _U									

图 7-15 MODFLOW 的子程序及完成步骤
(根据 M. G. McDonald 和 A. W. Harbaugh)

图 7-15 列出了 MODFLOW 所定义的子程序包所包含的步骤, 横行第一行为子程序包名, 纵列为步骤名。相应行打有 x 表示该子程序包具有执行相应步骤的功能, 如为空白表示不具有执行该步骤的功能。下标 U 表示为工具类子程序, 下标 s 表示该子程序只在对应的子程序包内起作用。

对子程序包的命名是根据该子程序包所包含的子程序及它所完成的任务来定义的。前三个字母表示子程序包的名称; 然后是版本号; 最后两位字母表示该子程序所具有的功能。例如图 7-16 第三列第二行的 WEL1AL, WEL 表示为水井子程序包, 1 为版本号, AL 是单词 Allocate 的前二个字母表示为数组和变量分配内

存。

子程序包

步骤	BAS	BCF	WEL	RCH	RIV	DRN	EVT	GHB	STP	SOR
定义(DF)	BASIDF									
内存分配(AL)	BASIAL	BCFIAL	WELIAL	RCHIAL	RIVIAL	DRNIAL	EVTIAL	GHBIAL	SIPIAL	SORIAL
输入处理(RP)	BASIRP _u	BASIRP _u							SIPIRP	SORIRP
应力期(ST)	BASIST									
输入处理(RP)			WELIRP	RCHIRP _u	DRNIRP	EVTIRP _u	GHBIRP			
时间控制(AD)	BASID									
建立方程(FM)	BASIFM	BCFIFM _u	WELIFM	RCHIFM	RIVIFM	DRNIFM	EVTIIFM	GHBIFM		
近似求解(AP)									SIPAP _u	SORAP _u
输出控制(OC)	BASIOC									
水均衡计算(BD)		BCFIBD _u	WELIBD _u	RCHIBD _u	RIVIBD _u	DRNIBD _u	EVTIIBD _u	GHBIBD _u		
结果输入(OT)	BASIOU									

图 7-16 MODFLOW 中主要的子程序包及执行步骤

由表 7-2 可以看出,子程序包有基本子程序包(BAS)、水文地质子程序包和求解子程序包三类。图 7-17 给出了 MODFLOW 的主程序的框图。

(三)水文地质边界条件和水均衡计算

MODFLOW 规定,一个模型的六个侧面均为不透水边界,即所模拟的水文地质体系与外界没有任何水力联系。如果含水层的不透水边界与模型的外边界一致,即模型的界面本身就可以用作含水层的不透水边界。如含水层的不透水边界与模型的外边界不一致,用户则必须利用无效计算单元的设置来表示含水层不透水边界的实际位置。对于定水头边界,则用定水头计算单元的设置来表示。如果第一类边界水头是变化的,则利用通用水头边界子程序包(GHB)。对于第二类边界,如果有流入或流出边界的水量,

则把这个流量边界看作是注水井或抽水井造成的,则用不透水计算单元和水井子程序包(WEL)处理。

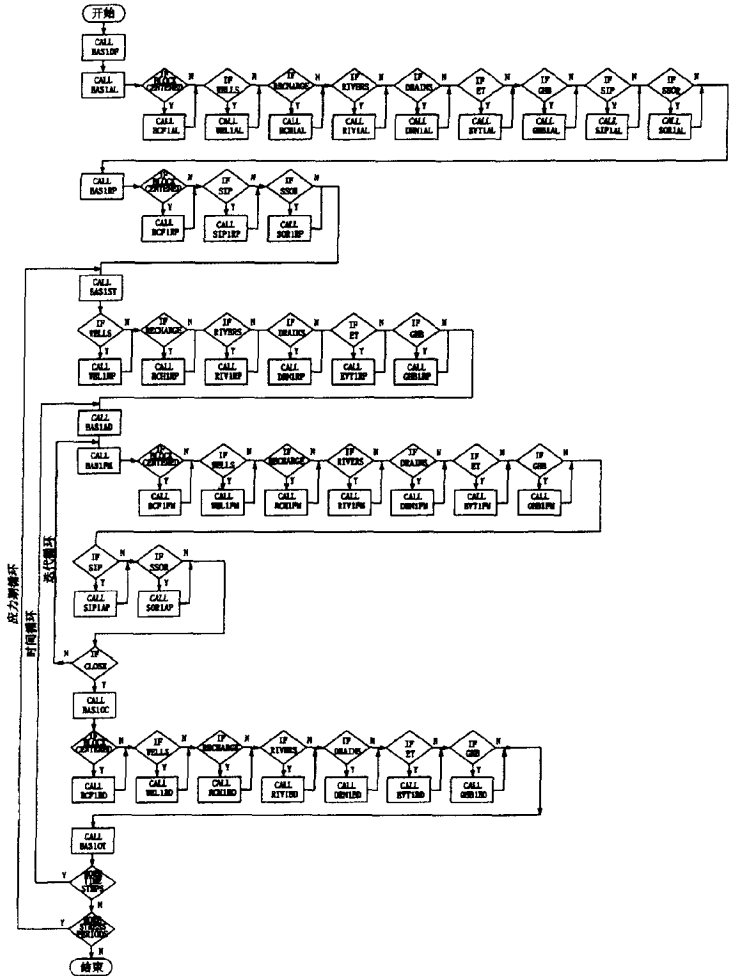


图 7-17 MODFLOW 程序的总体结构和框图

MODFLOW 在每一个应力期结束时都要进行水均衡的计算并将结果打印出来供用户参考。MODFLOW 中,水均衡计算与求解无关。所以水均衡计算可以用作对水头计算结果的一个独立检验。因为有限差分方程是依据水流连续性方程建立起来,所以必须满足连续性原则:总流入量和总流出量之差等于贮水量的变化量。MODFLOW 还计算并打印水均衡的相对误差,其计算公式如下:

$$D = \frac{100(IN - OUT)}{(IN + OUT)/2} \quad (7 - 108)$$

式中 D —— 相对误差(%);

IN —— 总流入量;

OUT —— 总流出量。

一般说来 D 值应小于 2%。

第四节 有限单元法

一、有限单元法的基本概念

(一)概述

有限单元法(Finite element method)简称有限元法或 FEM,是采用“分片逼近”来近似求解偏微分方程的一种数值方法。该方法想象解区域由有限个小的、相互联系的亚区域组成。这些亚区域常采用简单的形状(如三角形、四边形、四面体、立方体等),称为单元。这些单元集合起来,代表不同几何形状的解区域。假定在每一单元内,函数(如水头)取简单的表达式。如二维问题,单元内水头假定满足平面方程。我们用有限个单元的拼合平面来拟合实际的水头曲面。

一个物理问题的有限单元分析的大致步骤如下:

(1)把解区域划分为有限数目的单元(element)。单元的顶点称为节点(亦称结点,node),常用的单元形状如图7-18。单元与单元之间通过节点相互联系。这一过程称为“剖分”或“离散化”。

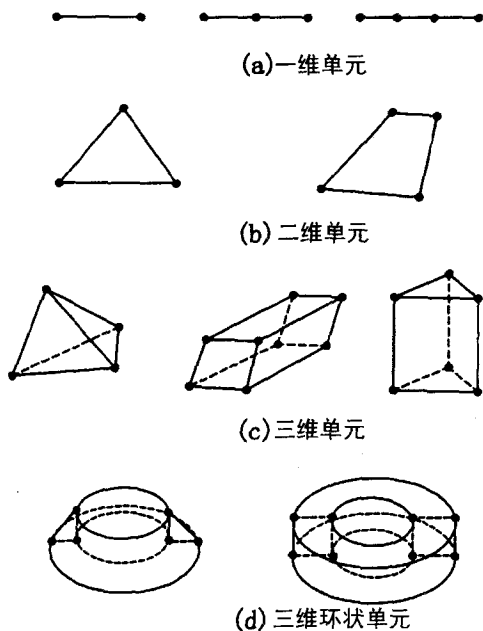


图7-18 典型的单元

(根据 P. S. hayakorn 和 G. F. Pinder)

(2)找出每一单元节点变量之间的相互关系,建立一个矩阵表达式,称为“单元渗透矩阵”。该矩阵可以通过二种方法建立。一为伽辽金法(The Galerkin approach),二为变分法(The variational approach)。

(3)把单元矩阵集合起来,加上边界条件,形成一套描述整个

系统的代数方程组。该方程组的系数矩阵称为“总渗透矩阵”。

(4) 求解线性方程组, 找出所要求的物理问题的解答。

(二) 伽辽金法和变分法的基本原理

1. 伽辽金法(权剩余法)

设有一微分方程定义于由边界 Γ 围成的区域 Ω 上:

$$L(u) - f = 0 \quad (7-109)$$

式中 L ——微分算子;

u ——未知函数;

f ——常数项。

首先用试函数 $\hat{u}$ 代替 u

$$\hat{u} = \sum_{i=1}^n N_i C_i \quad (7-110)$$

式中 N_i ——定义于整个解区域的线性无关的基函数;

C_i ——待求的未知参数。

因为 $\hat{u}$ 仅仅是 u 的近似值, 不能完全满足方程(7-109), 将它代入(7-109)后, 存在一个剩余

$$\varepsilon = L(\hat{u}) - f \quad (7-111)$$

然后将剩余 ε 在整个解区域 Ω 上求权积分, 并令它等于零, 即

$$\int_{\Omega} W_l \varepsilon d\Omega = \int_{\Omega} W_l [L(\hat{u}) - f] d\Omega = 0 \quad (l = 1, 2, \dots, n) \quad (7-112)$$

式中的 W_l 为权函数。如果取权函数为基函数, 即

$$W_l = N_l$$

则

$$\int_{\Omega} N_l [L(\hat{u}) - f] d\Omega = 0 \quad (l = 1, 2, \dots, n) \quad (7-113)$$

当待求函数为水头 H 时, 并取未知函数 C_i 为各单元节点的水头值, 则试函数为

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^{N^e} N_i H_i \quad (7-114)$$

式中 N_i —— 在单元 e 上分片定义的基函数;

H_i —— 单元节点上的水头值;

N^e —— 单元节点的数目, 三角形单元为 3, 四边形单元为 4, 六面体单元为 8。

将(7-114)式的 $\hat{H}$ 代替(7-113)式中的 $\hat{u}$, 得

$$\int_{\Omega} N_i [L(\hat{u}) - f] d\Omega = \sum_{e=1}^M \int_{\Omega^e} N_i [L(\hat{H}) - f] d\Omega = 0 \quad (7-115)$$

这样得到一个方程组。求解方程组即可得到各节点的水头值。

2. 变分法

变分法是把求解偏微分方程问题等价于寻找泛函的极小值问题。泛函

$$E = \int_{\Omega} F(x, u, \frac{du}{dx}, \frac{d^2u}{dx^2}, \dots) dx \quad (7-116)$$

接着把区域 Ω 离散成 M 个单元, 每一单元记作 Ω^e , 在每一单元中, 未知函数 u 用试函数 (Trial function) $\hat{u}$ 代替

$$\hat{u} = \sum_{i=1}^{N^e} N_i u_i \quad (7-117)$$

式中 $N_i(x)$ —— 基函数, 是一套线性无关的函数;

u_i —— 单元各节点上的 u 值;

n^e —— 单元的节点数。

假定总泛函等于各单元泛函之和, 即

$$E = \sum_{e=1}^{M^e} E^e \quad (7-118)$$

式中 E^e —— 单元 e 的泛函;

M^e —— 区域 Ω 内单元的总数。

要使泛函 E 为极小, 其必要条件为对节点函数值的导数为零。如果

取未知函数 u 为水头 H , 则

$$\frac{\partial E}{\partial H_i} = \sum_{e=1}^{M^e} \frac{\partial E^e}{\partial H_i} = 0 \quad (7-119)$$

对每一单元求导数后, 可得

$$[G]^e \{H\}^e - \{F\}^e = 0 \quad (7-120)$$

式中 $[G]^e$ —— 单元渗透矩阵;

$\{H\}^e$ —— 水头列向量;

$\{F\}^e$ —— 常数项列向量。

最后对各单元求和, 得到总渗透矩阵:

$$[G] \{H\} = \{F\} \quad (7-121)$$

伽辽金法和变分法虽然推导的方法不同, 最后的结果是完全一样的。所以下面本书只介绍伽辽金法。

(三) 基函数

基函数一般用各次多项式。而以线性函数用得最多。

1. 一维问题

一维问题的 m 阶多项式为

$$P_m(x) = \sum_{i=1}^m \alpha_i x^{i-1} \quad (7-122)$$

当 $m = 2$ 时, 即为一维的线性插值公式

$$P_2(x) = \hat{H} = \alpha_1 + \alpha_2 x \quad (7-123)$$

在节点上试函数应取节点上的水头, 有

$$\hat{H}(x_1) = H_1; \quad \hat{H}(x_2) = H_2$$

于是有

$$\begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (7-124)$$

解出

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} x_2 & -x_1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} \quad (7-125)$$

式中 $L = x_2 - x_1$ 。将(7-125)式代回(7-123)式,得

$$\hat{H}(x) = \frac{1}{L}(x_2 - x)H_1 + \frac{1}{L}(x - x_1)H_2 \quad (7-126)$$

可求出单元基函数为

$$\begin{cases} N_1^e = \frac{1}{L}(x_2 - x) \\ N_2^e = \frac{1}{L}(x - x_1) \end{cases} \quad \text{当 } x_1 \leq x \leq x_2 \text{ 时} \quad (7-127)$$

其图形见图 7-19。

当我们把单元集合在一起时,总的基函数表达式为

$$N_e = \begin{cases} \frac{x - x_{l-1}}{x_l - x_{l-1}} & \text{当 } x_{l-1} \leq x \leq x_l \text{ 时} \\ \frac{x_{l+1} - x}{x_{l+1} - x_l} & \text{当 } x_l \leq x \leq x_{l+1} \text{ 时} \end{cases} \quad (7-128)$$

基函数的形状像一顶帽子。在本节点取值为 1,而在相邻节点取值为零。在两节点之间的点,如在 i 和 $i+1$ 之间的点 N_i 和 N_{i+1} 的取值都在 0 到 1 之间,图 7-19c。因此 $\hat{H}$ 仅仅是真实水头的分片线性近似。

2. 二维三角形单元

对于二维问题,一般表达式为

$$P_m(x, y) = \sum_{k=1}^n \alpha_k x^i y^j \quad i + j = m \quad (7-129)$$

当 $m = 1$ 时为线性插值公式

$$P_1(x, y) = \hat{H}(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (7-130)$$

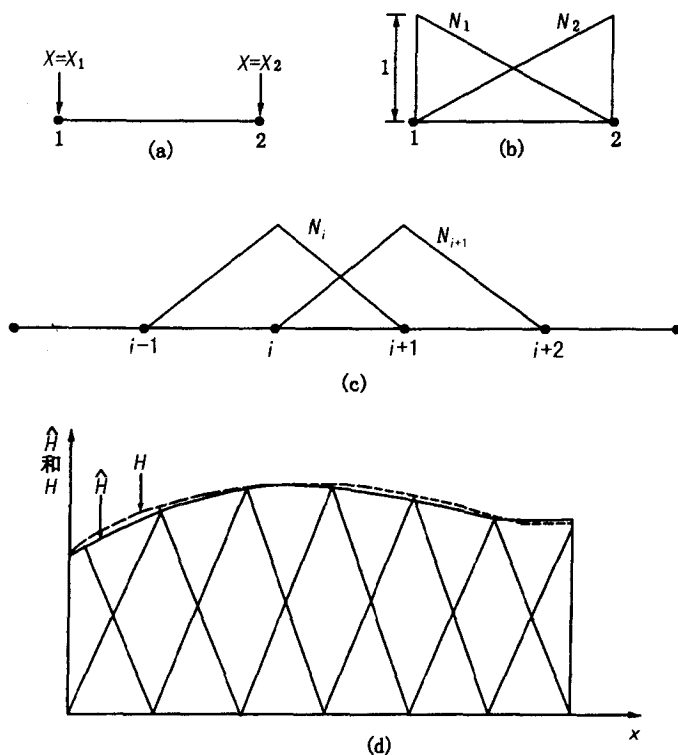


图 7-19 一维单元和线性基函数

- (a) 一维线性单元; (b) 单元基函数; (c) 节点 i 和 $i+1$ 的基函数;
 (d) 用试函数 $\hat{H}$ 逼近 H (根据 P. S. Huyakorn 和 G. F. Pinder)

典型的三角形单元如图 7-20。节点 i, j, k 按逆时针的顺序编号。在三角形的三个节点 i, j, k 上的试函数取该点的水头值 (H_1, H_2, H_3)，则有

$$\begin{Bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} \quad (7-131)$$

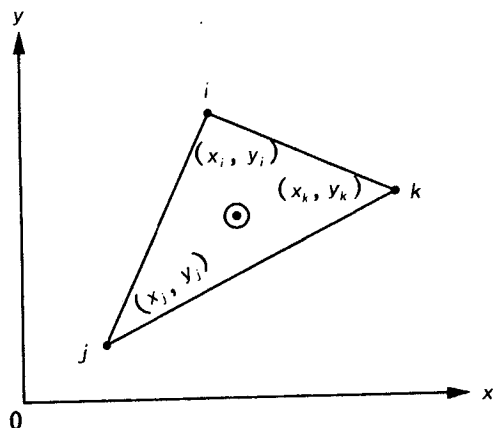


图 7-20 三角形单元

经推导可求得：

$$\hat{H}(x, y) = \frac{1}{2A} [(a_i + b_i x + c_i y) H_i + (a_j + b_j x + c_j y) H_j + (a_k + b_k x + c_k y) H_k] \quad (7-132)$$

式中

$$\begin{cases} a_i = x_j y_k - x_k y_j & b_i = y_j - y_k & c_i = x_k - x_j \\ a_j = x_k y_i - x_i y_k & b_j = y_k - y_i & c_j = x_i - x_k \\ a_k = x_i y_j - x_j y_i & b_k = y_i - y_j & c_k = x_j - x_i \end{cases} \quad (7-133)$$

A 为三角形单元 ijk 的面积, 计算公式为

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \quad (7-134)$$

由(7-114)式和(7-132)式的对比,可知

$$N_l = \frac{1}{2A}(a_l + b_l x + c_l y) \quad (l = i, j, m) \quad (7-135)$$

三角形单元上的基函数有如下性质:

(1) N_l 在节点 l 上(l 可分别为 i, j, k) 为 1, 在其他两个节点上为零。

(2) N_l 沿着三角形的边随距离作线性变化。

(3) 在三角形中心处, $N_l = 1/3$ 。

(4) 在节点 l 的对边, $N_l = 0$

(5) 在单元内的任一点, 都有 $N_i + N_j + N_k = 1$

(6) 单元内任一点的坐标 (x, y) , 都可由基函数及三节点的坐标求得

$$\begin{cases} x = x_i N_i + x_j N_j + x_k N_k \\ y = y_i N_i + y_j N_j + y_k N_k \end{cases} \quad (7-136)$$

把节点 l 周围的所有三角形都集合在一起形成一个拼块 D_l 。在 D_l 中基函数 N 是各单元分片定义的, 在节点 l 上都是 1, 但在拼块 D_l 的边界 B_l 上及边界以外都是零。其形状如同一个角锥, 如图 7-21。

将(7-135)式代入(7-132)式, 得

$$\hat{H}(x, y) = N_i H_i + N_j H_j + N_k H_k \quad (7-137)$$

3. 二维四边形单元

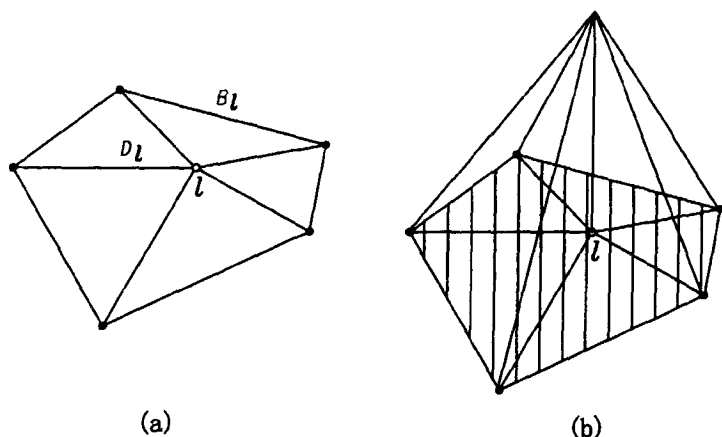


图 7-21 三角形单元和线性基函数

(a) 以节点 l 为中心的拼块; (b) 拼块上单元基函数 N_l 的图形

对于任意的四边形单元,依其四条边的形状可分为双线性单元,四条边都是直线,节点在四边形的顶点;二次边单元,除四角为节点外,在每条边的中点各加一个节点,一个单元有 8 个节点;三次边单元,每条边加两个节点共 12 个节点;还有混合边单元,每条边的次数和节点数不同,见图 7-22。对于任意四边形单元一般用等参有限元法求解。

下面介绍双线性单元,即 4 个节点的单元。首先进行坐标变换。引进局部坐标 (ξ, η) ,该坐标也称“等参”坐标。原坐标 (x, y) 称为总体坐标。利用坐标变换可把总体坐标下的形状不规则的四边形变换成 (ξ, η) 坐标系中的正方形区域。原来四边形的四个角点 i, j, k, m 在 (ξ, η) 坐标中为 $(-1, -1), (1, -1), (1, 1), (-1, 1)$ 见图 7-23。

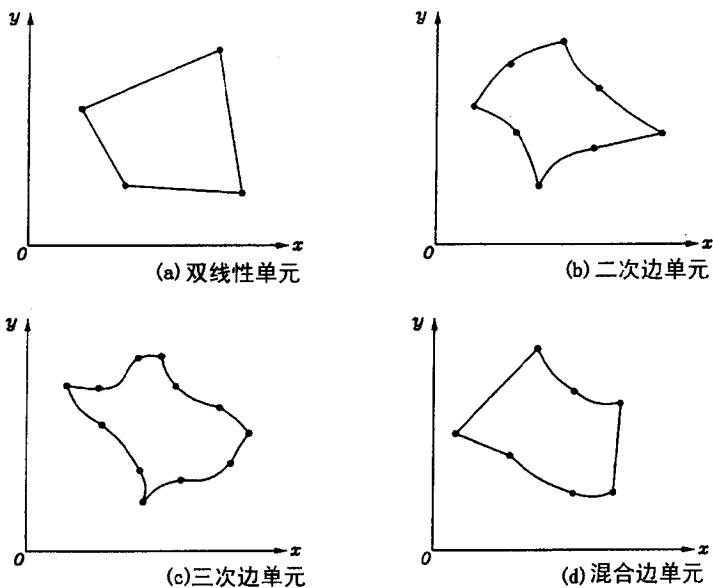


图 7-22 几种典型的任意四边形单元

总体坐标和局部坐标之间的变换公式为

$$\begin{cases} x = N_i(\xi, \eta)x_i + N_j(\xi, \eta)x_j + N_k(\xi, \eta)x_k + N_m(\xi, \eta)x_m \\ y = N_i(\xi, \eta)y_i + N_j(\xi, \eta)y_j + N_k(\xi, \eta)y_k + N_m(\xi, \eta)y_m \end{cases} \quad (7-138)$$

基函数也应具有如下性质

$$N_l(\xi, \eta) = \begin{cases} 1 & \text{在 } l \text{ 节点, } l = i, j, k, m \\ 0 & \text{在其他节点} \end{cases}$$

$$\sum_{l=i,j,k,m} N_l = 1 \quad (7-139)$$

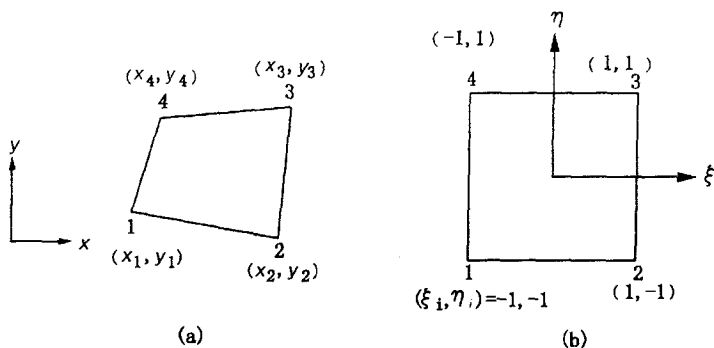


图 7-23 双线性四边形单元

(根据 P. S. Huyakorn 和 G. F. Pinder)

四边形单元的节点编号也和三角形单元一样,是逆时针的。编号从左下角开始,依次为 i, j, k, m 。因此

$$\begin{cases} N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \\ N_j(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \\ N_k(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) \\ N_m(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) \end{cases} \quad (7-140)$$

或写成一般的表达式

$$N_l(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_l)(1 + \eta\eta_l) \quad (7-141)$$

以 l 点为中心的拼块上的基函数形状也是一角锥,如图 7-24。四边形单元内任一点的水头,可按下式求得:

$$\hat{H} = N_i(\xi, \eta)H_i + N_j(\xi, \eta)H_j + N_k(\xi, \eta)H_k + N_m(\xi, \eta)H_m \quad (7-142)$$

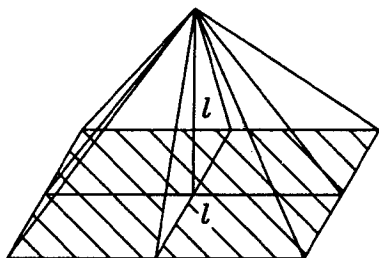


图 7-24 四边形单元的基函数

如果需要提高精度,单元的边可选用二次或三次曲线,因而一个单元上有更多的节点。此时角点的基函数为^[133]

$$N_i(\xi, \eta) = \alpha_i \beta_i \quad (7-143)$$

式中

$$\alpha_i = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)$$

$$\beta_i = \beta_\xi + \beta_\eta \quad (7-144)$$

β_ξ 和 β_η 的取值见表 7-3。

表 7-3 参数 β_ξ 和 β_η

边的次数	β_ξ	β_η
线性的	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
二次的	$\xi\xi_i - \frac{1}{2}$	$\eta\eta_i - \frac{1}{2}$
三次的	$\frac{9}{8}\xi^2 - \frac{5}{8}$	$\frac{9}{8}\eta^2 - \frac{5}{8}$

(根据 P. S. Huyakorn 和 G. F. Pinder)

(1) 二次单元:

① 角点

$$N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(\xi\xi_i + \eta\eta_i - 1) \quad (7-145)$$

② 边中点节点

$$\begin{cases} N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 + \eta\eta_i) & \text{当 } \xi_i = 0, \eta_i = \pm 1 \text{ 时} \\ N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{2}(1 + \xi\xi_i)(1 - \eta^2) & \text{当 } \xi_i = \pm 1, \eta_i = 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (7-146)$$

(2) 三次单元:

① 角点

$$N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{32}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)[9(\xi^2 + \eta^2) - 10] \quad (7-147)$$

② 边 1/3 处节点

$$\begin{cases} N_i(\xi, \eta) = \frac{9}{32}(1 - \xi^2)(1 + 9\xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i) & \text{当 } \xi_i = \pm \frac{1}{3}, \eta_i = \pm 1 \text{ 时} \\ N_i(\xi, \eta) = \frac{9}{32}(1 + \xi\xi_i)(1 - \eta^2)(1 + 9\eta\eta_i) & \text{当 } \xi_i = \pm 1, \eta_i = \pm \frac{1}{3} \text{ 时} \end{cases} \quad (7-148)$$

4. 三维四面体单元

对于空间区域 Ω 剖分为有限个四面体单元, 每个单元有四个节点, 编号为 i, j, k, m 。其编号顺序按右手螺旋法则, 见图 7-25。如水头在四个顶点的值依次为 H_i, H_j, H_k, H_m 。而在四面体内部近似假设水头按线性函数分布。和前面类似, 水头试函数为:

$$\hat{H} = N_i H_i + N_j H_j + N_k H_k + N_m H_m \quad (7-149)$$

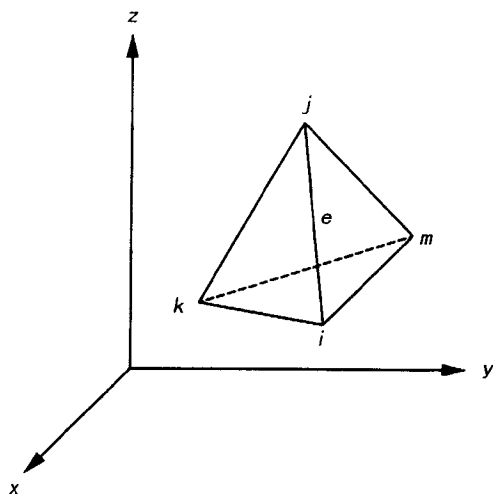


图 7-25 四面体单元

基函数为:

$$N_i = \frac{1}{6V} \begin{vmatrix} 1 & x & y & z \\ 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_k & y_k & z_k \\ 1 & x_m & y_m & z_m \end{vmatrix} \quad (7-150)$$

$$N_j = \frac{1}{6V} \begin{vmatrix} 1 & x & y & z \\ 1 & x_k & y_k & z_k \\ 1 & x_m & y_m & z_m \\ 1 & x_i & y_i & z_i \end{vmatrix} \quad (7-151)$$

$$N_k = \frac{1}{6V} \begin{vmatrix} 1 & x & y & z \\ 1 & x_m & y_m & z_m \\ 1 & x_i & y_i & z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j \end{vmatrix} \quad (7-152)$$

$$N_k = \frac{1}{6V} \begin{vmatrix} 1 & x & y & z \\ 1 & x_i & y_i & z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_k & y_k & z_k \end{vmatrix} \quad (7-153)$$

式中 V 为四面体单元的体积

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_k & y_k & z_k \\ 1 & x_{km} & y_{km} & z_{km} \end{vmatrix} \quad (7-154)$$

基函数也有下列性质

$$N_l(x_i, y_i, z_i) = \begin{cases} 1 & \text{当 } i = l \text{ 时} \\ 0 & \text{当 } i \neq l \text{ 时} \end{cases} \quad (7-155)$$

$$N_i + N_j + N_k + N_m = 1 \quad (7-156)$$

5. 三维六面体单元

对于任意的六面体单元,也可用前述的“等参”的办法处理。任一个单元有 8 个节点,设其编号为 1、2、3、4、5、6、7、8。见图 7-26。

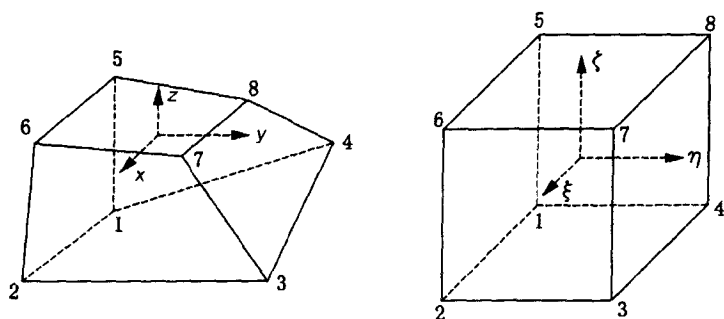


图 7-26 空间等参数单元

将整体坐标 x, y, z 上的任意形状的六面体单元变换为局部坐标 ξ ,

η, ζ 上的立方体单元。相应点的坐标为 $1(-1, -1, -1), 2(1, -1, -1), 3(1, 1, -1), 4(-1, 1, -1), 5(-1, -1, 1), 6(1, -1, 1), 7(1, 1, 1), 8(-1, 1, 1)$ 。

基函数的表达式决定于单元的方次。

(1) 线性单元。此时节点仅仅为 8 个角点。有

$$N_l = \frac{1}{8}(1 + \xi\xi_l)(1 + \eta\eta_l)(1 + \zeta\zeta_l) \quad (l = 1, 2, \dots, 8) \quad (7-157)$$

此时在单元 e 上的变量变换公式为

$$\begin{cases} x = \sum_{l=1}^8 x_l N_l \\ y = \sum_{l=1}^8 y_l N_l \\ z = \sum_{l=1}^8 z_l N_l \end{cases} \quad (7-158)$$

e 上的水头试函数为

$$\hat{H} = \sum_{l=1}^8 H_l N_l \quad (7-159)$$

(2) 二次单元。此时除了 8 个角点为节点外, 每一个边的中点也是节点, 共 16 个节点。

① 角点:

$$N_l = \frac{1}{8}(1 + \xi\xi_l)(1 + \eta\eta_l)(1 + \zeta\zeta_l)(\zeta\zeta_l + \eta\eta_l + \eta\eta_l - 2) \quad (7-160)$$

② 边中点:

$$N_l = \frac{1}{4}(1 - \xi^2)(1 + \eta\eta_l)(1 + \zeta\zeta_l) \quad \text{当 } \xi_l = 0, \eta_l = \zeta_l = \pm 1 \text{ 时} \quad (7-161)$$

其余的边中点依此类推。

(3) 三次单元。此时除 8 个角点为节点外,每边的三等分点处各有二个节点,每个单元共 24 个节点。

① 角点:

$$N_l = \frac{1}{64}(1 + \xi\xi_l)(1 + \eta\eta_l)(1 + \zeta\zeta_l)[9(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) - 19] \quad (7-162)$$

② 边点:位于 $\xi_l = \pm \frac{1}{3}, \eta_l = \pm 1, \zeta_l = \pm 1$ 处

$$N_l = \frac{9}{64}(1 - \xi^2)(1 + 9\xi\xi_l)(1 + \eta\eta_l)(1 + \zeta\zeta_l) \quad (7-163)$$

其余的点类推。

二、地下水流问题的有限单元法

(一) 二维稳定流问题,三角形单元,线性插值。

1. 方程推导

一个非均质各向同性含水层中,二维流动的数学模型如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x}(T \frac{\partial H}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(T \frac{\partial H}{\partial y}) = 0 & \text{在 } \Omega \text{ 内} \\ H = H_b(x, y) & \text{在 } \Gamma_1 \text{ 上} \\ T \frac{\partial H}{\partial x} \cos(n, x) + T \frac{\partial H}{\partial y} \cos(n, y) = q & \text{在 } \Gamma_2 \text{ 上} \end{cases} \quad (7-164)$$

式中 Ω ——计算区域;

Γ_1 ——第一类边界;

Γ_2 ——第二类边界;

H_b ——第一类边界上的已知水头;

n ——第二类边界的外法线方向;

q ——第二类边界上的法向单宽流量,流入为正,流出为负。

方程(7-164)的权剩余方程为:

$$\iint_{\Omega} N_l \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial \hat{H}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial \hat{H}}{\partial y} \right) \right] dx dy = 0 \quad (l = 1, 2, \dots, NN) \quad (7-165)$$

式中 NN 为区域 Ω 中剖分的节点数。因为基函数 N_l 仅在拼块 D_l 内不为零, 在区域 Ω 的其他部分均为零, 因此(7-165)式变为:

$$\iint_{D_l} N_l \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial \hat{H}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial \hat{H}}{\partial y} \right) \right] dx dy = 0 \quad (l = 1, 2, \dots, NN) \quad (7-166)$$

对上式进行分部积分, 得

$$\iint_{D_l} N_l \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial \hat{H}}{\partial x} N_l \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial \hat{H}}{\partial y} N_l \right) \right] dx dy - \iint_{D_l} \left(T \frac{\partial \hat{H}}{\partial x} \frac{\partial N_l}{\partial x} + T \frac{\partial \hat{H}}{\partial y} \frac{\partial N_l}{\partial y} \right) dx dy = 0$$

对上式的第一项应用格林公式 (Green's Theorem), 把在拼块 D_l 上的二重积分化为该拼块边界 B_l 上的曲线积分, 即

$$\iint_{D_l} N_l \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial \hat{H}}{\partial x} N_l \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial \hat{H}}{\partial y} N_l \right) \right] dx dy = \oint_{B_l} N_l T \frac{\partial \hat{H}}{\partial n} ds \quad (7-167)$$

在所有的内节点上, B_l 上的 N_l 均为零, 故 $\oint_{B_l} N_l T \frac{\partial \hat{H}}{\partial n} ds = 0$, 只有在

边界 B_l 和第二类边界 Γ_2 的重合部分, $N_l \neq 0$, 而 $T \frac{\partial \hat{H}}{\partial n} = q$, 因此,

$$\int_{\Gamma_2} N_l q ds - \iint_{D_l} \left(T \frac{\partial \hat{H}}{\partial x} \frac{\partial N_l}{\partial x} + T \frac{\partial \hat{H}}{\partial y} \frac{\partial N_l}{\partial y} \right) dx dy = 0 \quad (7-168)$$

因为基函数 N_l 是按单元分片定义的, 上式可写作:

$$\sum_{e=1}^M \left[\iint_e \left(T^e \frac{\partial \hat{H}}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} + T^e \frac{\partial \hat{H}}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial y} \right) dx dy - \int_{\Gamma_2} N_i q ds \right] = 0$$

$$(i = 1, 2, \dots, NN) \quad (7-169)$$

式中 M ——区域中的单元数；

NN ——区域中的节点数；

e ——区域中某一单元。

因为,由式(7-137)

$$\begin{aligned} \hat{H} &= N_i H_i + N_j H_j + N_k H_k \\ \frac{\partial \hat{H}}{\partial x} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} H_i + \frac{\partial N_j}{\partial x} H_j + \frac{\partial N_k}{\partial x} H_k \\ \frac{\partial N_i}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{2A} (a_i + b_i x + c_i y) \right] = \frac{1}{2A} b_i \end{aligned} \quad (7-170)$$

类似的

$$\begin{cases} \frac{\partial N_j}{\partial x} = \frac{1}{2A} b_j, & \frac{\partial N_k}{\partial x} = \frac{1}{2A} b_k \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} = \frac{1}{2A} c_i, & \frac{\partial N_j}{\partial y} = \frac{1}{2A} c_j, & \frac{\partial N_k}{\partial y} = \frac{1}{2A} c_k \end{cases} \quad (7-171)$$

故

$$\frac{\partial \hat{H}}{\partial x} = \frac{1}{2A} (b_i H_i + b_j H_j + b_k H_k) \quad (7-172)$$

类似的

$$\frac{\partial \hat{H}}{\partial y} = \frac{1}{2A} (c_i H_i + c_j H_j + c_k H_k) \quad (7-173)$$

对于每一单元,有

$$Q_i^e = \iint_e \left(T^e \frac{\partial \hat{H}}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} + T^e \frac{\partial \hat{H}}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial y} \right) dx dy - \int_{\Gamma_2} N_i q ds \quad (7-174)$$

将7-170至(7-173)式,代入(7-174)式,得

$$Q_i^e = \frac{T^e}{4A^2} [(b_i H_i + b_j H_j + b_k H_k) b_i + (c_i H_i + c_j H_j + c_k H_k) c_i] \iint_e dx dy - \int_{\Gamma_2} q N_i ds \quad (7-175)$$

$$\text{因为} \quad \iint_e dx dy = A \quad (7-176)$$

$$\text{另} \quad \int_{\Gamma_2} q N_i ds = F_i, \text{则}$$

$$Q_i^e = \frac{T^e}{4A} [(b_i b_i H_i + b_i b_j H_j + b_i b_k H_k) + (c_i c_i H_i + c_i c_j H_j + c_i c_k H_k)] - F_i$$

经整理后,得

$$\begin{Bmatrix} Q_i^e \\ Q_j^e \\ Q_k^e \end{Bmatrix} = \frac{T^e}{4A} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_j b_i + c_j c_i & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k \\ b_k b_i + c_k c_i & b_k b_j + c_k c_j & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_i \\ H_j \\ H_k \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} F_i \\ F_j \\ F_k \end{Bmatrix} \quad (7-177)$$

或简化为

$$\{Q^e\} = [G]^e \{H\}^e - \{F\}^e \quad (7-178)$$

矩阵 $[G]^e$ 称为单元渗透矩阵。

伽辽金方法要求在整个解区域上的权积分为零,即要求

$$\sum_{e=1}^M Q^e = 0 \quad (7-179)$$

或写作

$$\sum_{e=1}^M [G]^e \{H\}^e = \sum_{e=1}^M \{F\}^e \quad (7-180)$$

上式的左端就是把各单元渗透矩阵集合起来,形成总渗透矩阵。图 7-27 就是由单元矩阵形成总渗透矩阵的一个例子。该例共有六个单元 8 个节点,边界上均为第二类边界节点。单元和节点的编号见图 7-27。把每一单元的渗透矩阵计算出来,并安放到总渗

透矩阵的相应位置上,然后相加,得到总渗透矩阵。

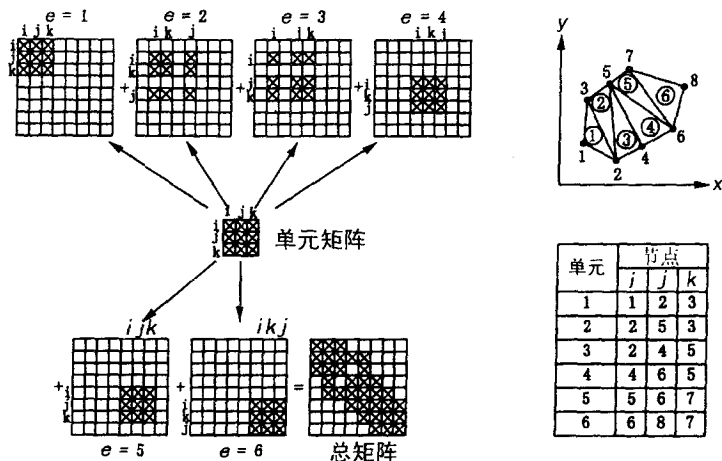


图 7-27 由单元渗透矩阵形成总渗透矩阵示意图(根据 Cheng)

(7-180) 式写作

$$[G]\{H\} = \{F\} \quad (7-181)$$

式中 $[G]$ 即为总渗透矩阵。

2. 边界条件处理

对于第一类边界条件,因为水头是已知值,不用计算。下面仅对第二类边界条件作些讨论。图 7-28 表示了第二类边界的二种情况。

(1) 每一单元边界上 q 为常数。见图 7-28 a。设 ilm 为和第二类边界重合的单元边界。单元 e_1 的边界流量为 q_1 ,单元 e_2 为 q_2 。与节点 l 有关的单元只有 e_1 和 e_2 ,故总渗透方程中。

$$F_l = \int_i^l q_1 N_l ds + \int_l^m q_2 N_l ds \quad (7-182)$$

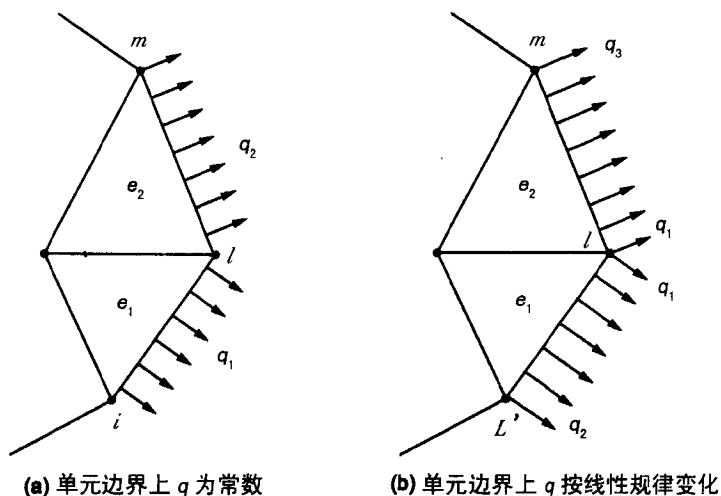


图 7-28 有限单元法处理第二类边界

因为 N_l 按线性规律变化, 在 l 节点为 1, i 、 m 节点为零, 故有

$$F_l = q_1 \int_0^{L_1} \left(1 - \frac{s}{L_1}\right) ds + q_2 \int_0^{L_2} \left(1 - \frac{s}{L_2}\right) ds \quad (7-183)$$

式中 L_1 —— 单元 e_1 上的 il 边长;

L_2 —— 单元 e_2 上的 lm 边长;

s —— 由点 l 算起的距离。

(7-183) 式积分后得,

$$F_l = \frac{1}{2} q_1 L_1 + \frac{1}{2} q_2 L_2 = \frac{1}{2} (q_1 L_1 + q_2 L_2) \quad (7-184)$$

(2) 各单元边界上的 q 按线性规律变化, 见图 7-28 b。

在 e_1 上, $q = q_1 + \frac{s}{L_1} (q_2 - q_1)$

在 e_2 上, $q = q_1 + \frac{s}{L_2} (q_3 - q_1)$

因此

$$\begin{aligned}
 F_l &= \int_l^l q N_l ds + \int_l^m q N_l ds = \int_0^{L_1} \left[q_1 + \frac{s}{L_1} (q_2 - q_1) \right] \left[1 - \frac{s}{L_1} \right] ds + \\
 &\quad \int_0^{L_2} \left[q_1 + \frac{s}{L_2} (q_3 - q_1) \right] \left[1 - \frac{s}{L_2} \right] ds = \frac{L_1}{2} \left[q_1 + \frac{q_2 - q_1}{3} \right] + \\
 &\quad \frac{L_2}{2} \left[q_1 + \frac{q_3 - q_1}{3} \right] \quad (7-185)
 \end{aligned}$$

(二) 二维非稳定流问题, 三角形单元, 线性插值

1. 方程推导

在非均质各向同性含水层中, 二维地下水非稳定流的数学模型如下:

$$\begin{cases}
 \frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial H}{\partial y} \right) + R = S \frac{\partial H}{\partial t} & \text{在 } \Omega \text{ 内} \\
 H = H_0(x, y) & \text{当 } t = 0 \text{ 时} \\
 H = H_b(x, y, t) & \text{在 } \Gamma_1 \text{ 上} \\
 T \frac{\partial H}{\partial x} \cos(n, x) + T \frac{\partial H}{\partial y} \cos(n, y) = q & \text{在 } \Gamma_2 \text{ 上}
 \end{cases} \quad (7-186)$$

式中 R ——单位时间、单位面积上垂直方向的水交换量, 包括各种入渗补给、潜水蒸发和面平均的水井抽水, $[L T^{-1}]$;

S ——贮水系数或给水度, 无量纲;

H_0 ——初始水头 $[L]$;

H_b ——第一类边界上的已知水头, $[L]$;

T ——导水系数, $[L^2 T^{-1}]$;

n ——第二类边界的外法线方向;

q ——第二类边界上的法线方向单宽流量, $[L^2 T^{-1}]$ 。

(7-186) 式的权剩余方程为

$$\iint_{\Omega} N_i \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial \hat{H}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial \hat{H}}{\partial y} \right) + R \right] dx dy = \iint_{\Omega} N_i S \frac{\partial \hat{H}}{\partial t} dx dy \quad (7-187)$$

和稳定流类似处理, 进行分部积分并运用格林公式, 可得

$$\sum_{e=1}^M \left\{ \iint_e \left(T^e \frac{\partial \hat{H}}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} + T^e \frac{\partial \hat{H}}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial y} \right) dx dy + \iint_e N_i S^e \frac{\partial \hat{H}}{\partial t} dx dy - \iint_e N_i R dx dy - \int_{r_2^e} N_i q ds \right\} = 0 \quad (7-188)$$

对于任意的三角形单元的 i 节点, 有

$$Q_i^e = \frac{T^e}{4A} [(b_i b_i + c_i c_i) H_i(t) + (b_i b_j + c_i c_j) H_j(t) + (b_i b_k + c_i c_k) H_k(t)] + S^e \left[\frac{dH_i(t)}{dt} \iint_e N_i N_i dx dy + \frac{dH_j(t)}{dt} \iint_e N_i N_j dx dy + \frac{dH_k(t)}{dt} \iint_e N_i N_k dx dy \right] - R \iint_e N_i dx dy - \int_{r_2^e} N_i q ds \quad (7-189)$$

通过坐标变换, 可求得基函数的积分值

$$\begin{aligned} \iint_e N_i dx dy &= \iint_e N_j dx dy = \iint_e N_k dx dy = \frac{1}{3} A \\ \iint_e N_i N_i dx dy &= \iint_e N_j N_j dx dy = \iint_e N_k N_k dx dy = \frac{1}{6} A \\ \iint_e N_i N_j dx dy &= \iint_e N_j N_k dx dy = \iint_e N_i N_k dx dy = \frac{1}{12} A \end{aligned}$$

将以上结果代入(7-189)式, 则对于单元 e 有

$$\begin{Bmatrix} Q_i^e \\ Q_j^e \\ Q_k^e \end{Bmatrix} = \frac{T^e}{4A} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_j b_i + c_j c_i & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k \\ b_k b_i + c_k c_i & b_k b_j + c_k c_j & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_i(t) \\ H_j(t) \\ H_k(t) \end{Bmatrix}$$

$$+ \frac{A}{12} S^e \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{dH_i(t)}{dt} \\ \frac{dH_j(t)}{dt} \\ \frac{dH_k(t)}{dt} \end{Bmatrix} - \frac{A}{3} R^e \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} F_i \\ F_j \\ F_k \end{Bmatrix} \quad (7-190)$$

伽辽金方法要求在整个 Ω 上权积分为零, 即

$$\sum_{e=1}^M Q^e = 0$$

则有

$$\sum_{e=1}^M [G]^e \{H(t)\}^e + \sum_{e=1}^M [C]^e \left\{ \frac{dH(t)}{dt} \right\}^e = \sum_{e=1}^M \{R\}^e + \sum_{e=1}^M \{F\}^e \quad (7-191)$$

或简记为

$$[G] \{H(t)\} + [C] \left\{ \frac{dH(t)}{dt} \right\} = \{R\} + \{F\} \quad (7-192)$$

2. 水头时间导数的处理

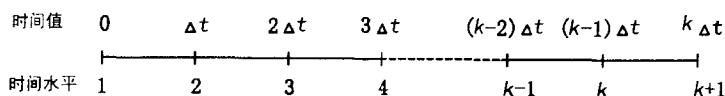
上式与稳定流公式最大的差别在于水头 $H(t)$ 是时间的连续函数。求解时要对 $H(t)$ 对时间进行离散。离散情况如图 7-29 所示。因为初始条件是给定的, 故当时间 $t = 0$ 或时间水平为 1 时的水头值已知, 可利用它求出 $t = 1 \cdot \Delta t$ 即时间水平 2 时的水头值, 如此重复做下去, 可求得全部时间水平的水头值。时间水平一般用上标表示。

如果时间水平 k 的水头为已知水头, $k+1$ 为待求的水头。则式 (7-191) 中 应当取二者之间 $k + \alpha$ 时刻的值, $0 \leq \alpha \leq 1$ 。

$$H^{k+\alpha} = (1 - \alpha) H^k + \alpha H^{k+1} \quad (7-193)$$

如果假设在 k 和 $k+1$ 之间的时段, 水头线性变化, 有

$$\left(\frac{dH}{dt} \right)^{k+\alpha} = \frac{H^{k+1} - H^k}{\Delta t} \quad (7-194)$$



(a) 离散化

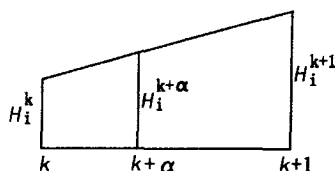
(b) $H_i^{k+\alpha}$ 值估计

图 7-29 时间近似

(根据 P. S. Huyakorn 和 G. F. Pinder)

如果 R 和 q 在一个时间段内变化不大, 将(7-193)式和(7-194)式代入(7-192)式, 得

$$[G]\{(1-\alpha)H^k + \alpha H^{k+1}\} + [C]\left\{\frac{H^{k+1} - H^k}{\Delta t}\right\} = \{R\} + \{F\} \quad (7-195)$$

把未知项都放在左边, 已知项放在右边, 得

$$\alpha[G]\{H^{k+1}\} + \frac{1}{\Delta t}[C]\{H^{k+1}\} = \frac{1}{\Delta t}[C]\{H^k\} - (1-\alpha) \times [G]\{H^k\} + \{R\} + \{F\} \quad (7-196)$$

当 α 取不同值时, 得到不同格式的时间近似:

(a) 当 $\alpha = 0$ 时, 为显式格式, 此时(7-196)式变为

$$\frac{1}{\Delta t}[C]\{H^{k+1}\} = \frac{1}{\Delta t}[C]\{H^k\} - [G]\{H^k\} + \{R\} + \{F\} \quad (7-197)$$

(b) 当 $\alpha = 1$ 时, 为全隐式格式, 此时有

$$([G] + \frac{1}{\Delta t}[C])\{H^{k+1}\} = \frac{1}{\Delta t}[C]\{H^k\} + \{R\} + \{F\} \quad (7-198)$$

(c) 当 $\alpha = \frac{1}{2}$ 时, 为克兰克 - 尼柯尔松格式, 此时有

$$(\frac{1}{2}[G] + \frac{1}{\Delta t}[C])\{H^{k+1}\} = (\frac{1}{\Delta t}[C] - \frac{1}{2}[G])\{H^k\} + \{R\} + \{F\} \quad (7-199)$$

(b) 和 (c) 两种格式是无条件稳定的, 故用得较多。

(三) 三维非稳定流问题, 六面体单元, 等参 8 节点

1. 公式推导

设有如下的三维非稳定流问题

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x}(K \frac{\partial H}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(K \frac{\partial H}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(K \frac{\partial H}{\partial z}) + W = S_s \frac{\partial H}{\partial t} \\ (x, y, z) \in \Omega \end{cases} \quad (7-200)$$

$$\begin{cases} H(x, y, z, 0) = H_0(x, y, z) \end{cases} \quad (7-201)$$

$$\begin{cases} H(x, y, z, t) = \varphi(x, y, z, t) \quad (x, y, z) \in S_1 \end{cases} \quad (7-202)$$

$$\begin{cases} k \frac{\partial H}{\partial n} = q \quad (x, y, z) \in S_2 \end{cases} \quad (7-203)$$

式中 K ——渗透系数, $[LT^{-1}]$

H ——水头, $[L]$;

S_s ——贮水率, $[L^{-1}]$;

W ——源、汇项, $[T^{-1}]$;

Ω ——研究的空间区域;

s_1 ——第一类边界曲面;

s_2 ——第二类边界曲面;

H_0 ——初始水头, $[L]$;

φ ——第一类边界上水头, $[L]$;

q ——第二类边界上的单位面积流量, 流入为正, 流出为

负, $[LT^{-1}]$ 。

我们将空间区域剖分为有限个六面体单元, 取单元的 8 个角点为节点。和二维情况类似, 对 (7-200) 式写出权剩余方程, 进行分部积分并运用格林公式, 得

$$\sum_{e=1}^M \left(\iiint_{\epsilon} K^e \frac{\partial \hat{H}}{\partial x} \frac{\partial N_l}{\partial x} + K^e \frac{\partial \hat{H}}{\partial y} \frac{\partial N_l}{\partial y} + K^e \frac{\partial \hat{H}}{\partial z} \frac{\partial N_l}{\partial z} \right) dx dy dz + \iiint_{\epsilon} N_l S_i^e \frac{\partial \hat{H}}{\partial t} dx dy dz - \iiint_{\epsilon} N_l W dx dy dz - \iint_{\sigma_2^e} N_l q ds = 0 \quad (l = 1, 2, \dots, 8)$$

(7-204)

从 (7-159) 式, 单元 e 上的水头试函数为

$$\hat{H} = \sum_{l=1}^8 H_l N_l$$

则

$$\frac{\partial \hat{H}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_{l=1}^8 H_l N_l \right) \quad (7-205)$$

$$\frac{\partial \hat{H}}{\partial t} = \sum_{l=1}^8 N_l \frac{dH_l}{dt} \quad (7-206)$$

(7-204) 式可简记为

$$\sum_{e=1}^M Q^e = 0$$

每一单元 Q^e 上有 8 个节点, 将 (7-205) (7-206) 代入 (7-204) 式

$$Q^e = \sum_{l=1}^8 H_l \iiint_{\epsilon} K^e \left[\frac{\partial N_l}{\partial x} \frac{\partial N_l}{\partial x} + \frac{\partial N_l}{\partial y} \frac{\partial N_l}{\partial y} + \frac{\partial N_l}{\partial z} \frac{\partial N_l}{\partial z} \right] dx dy dz + \sum_l \frac{dH_l}{dt} \iiint_{\epsilon} S_i^e N_l N_l dx dy dz - \iiint_{\epsilon} N_l W dx dy dz - \iint_{\sigma_2^e} N_l q ds \quad (l = 1, 2, \dots, 8)$$

(7-207)

对于单元 e , 有

$$\begin{Bmatrix} Q_1^e \\ Q_2^e \\ \vdots \\ Q_7^e \\ Q_8^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{18} \\ g_{21} & g_{22} & \cdots & g_{28} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{71} & g_{72} & \cdots & g_{78} \\ g_{81} & g_{82} & \cdots & g_{88} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_1^e \\ H_2^e \\ \vdots \\ H_7^e \\ H_8^e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{18} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{28} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{71} & S_{72} & \cdots & S_{78} \\ S_{81} & S_{82} & \cdots & S_{88} \end{bmatrix} \times \\
 \left\{ \begin{array}{c} \frac{dH_1^e}{dt} \\ \frac{dH_2^e}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dH_7^e}{dt} \\ \frac{dH_8^e}{dt} \end{array} \right\} - \begin{Bmatrix} E_1^e \\ E_2^e \\ \vdots \\ E_7^e \\ E_8^e \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} Q_1' \\ Q_2' \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7-208)$$

式中

$$g_{il} = \iiint_{\epsilon} K^* \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_l}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_l}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_l}{\partial z} \right] dx dy dz \quad (7-209)$$

$$S_{il} = \iiint_{\epsilon} S_i^* N_i N_l dx dy dz \quad (7-210)$$

$$E_l = \iiint_{\epsilon} W^* N_l dx dy dz \quad (7-211)$$

Q_1' 和 Q_2' 为边界流入量,以后再详细叙述。

因为单元为任意形状的六面体,在总体坐标下对它求三重积分比较困难。所以我们通过坐标变换,把它变换为局部坐标(ξ, η, ζ)下的正方形,用等参有限元方法求解。

在两种坐标系中,基函数的导数有如下关系:

$$\frac{\partial N_l}{\partial \xi} = \frac{\partial N_l}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_l}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} + \frac{\partial N_l}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \xi}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \eta} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \zeta} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \zeta}$$

若记

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \quad (7-212)$$

称为雅可比(Jacobi) 矩阵。则有

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (7-213)$$

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{vmatrix} \quad (7-214)$$

J 称为雅可比行列式。

和三角形单元的公式(7-136) 类似,空间单元内任一点的坐标也可由 8 个节点的坐标和基函数求得

$$\begin{cases} x = \sum_{i=1}^8 x_i^e N_i \\ y = \sum_{i=1}^8 y_i^e N_i \\ z = \sum_{i=1}^8 z_i^e N_i \end{cases} \quad (7-215)$$

则

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^8 x_i^e \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^8 y_i^e \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial z}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^8 z_i^e \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \end{cases} \quad (7-216)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^8 x_i^e \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial y}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^8 y_i^e \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial z}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^8 z_i^e \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{cases} \quad (7-217)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial \zeta} = \sum_{i=1}^8 x_i^e \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial y}{\partial \zeta} = \sum_{i=1}^8 y_i^e \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial z}{\partial \zeta} = \sum_{i=1}^8 z_i^e \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{cases} \quad (7-218)$$

为了把 g_{ij} 在 (x, y, z) 坐标系中的表达式(7-209) 转变为 (ξ, η, ζ) 坐标系中的表达式, 要对每一项都进行转换。

$$\frac{\partial N_i}{\partial x} = \frac{1}{J} \begin{vmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} & \frac{\partial \gamma}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} & \frac{\partial \gamma}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} & \frac{\partial \gamma}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{vmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, 8) \quad (7-219)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial y} = \frac{1}{J} \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{vmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, 8) \quad (7-220)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial z} = \frac{1}{J} \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial \gamma}{\partial \xi} & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial \gamma}{\partial \eta} & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial \gamma}{\partial \zeta} & \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{vmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, 8) \quad (7-221)$$

参数坐标系和原坐标系体积元素之间的关系为

$$dx dy dz = |J| d\xi d\eta d\zeta \quad (7-222)$$

式中

$|J|$ 为雅可比行列式的绝对值。

在参数坐标系 (ξ, η, ζ) 中, (7-209) 式变为

$$g_{ii} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 K^* \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} \right\} |J| d\xi d\eta d\zeta \quad (7-223)$$

相应的

$$S_{ii} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 S_i^* N_i N_i |J| d\xi d\eta d\zeta \quad (7-224)$$

$$E_l = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 W^e N_l |J| d\xi d\eta d\zeta \quad (7-225)$$

公式(7-223)中的 $\frac{\partial N_i}{\partial x}, \frac{\partial N_i}{\partial y}, \frac{\partial N_i}{\partial z}$ 在参数坐标系中的值,按公式(7-219), (7-220), (7-221) 计算。雅可比行列式 J 用(7-214) 式计算。

2. 边界条件处理

下面讨论第二类边界条件。如单元 e 的一个面(如 1234 面)落在第二类边界面上。该面在参数坐标系上为 $\zeta = -1$ 。曲面 1234 的参数方程为

$$\begin{aligned} x &= \left[\sum_{i=1}^8 x_i^e N_i \right]_{\zeta=-1} \\ y &= \left[\sum_{i=1}^8 y_i^e N_i \right]_{\zeta=-1} \\ z &= \left[\sum_{i=1}^8 z_i^e N_i \right]_{\zeta=-1} \end{aligned}$$

如用 N_{Di} 表示曲面 1234 上的基函数, D 表示该曲面, 则

$$N_{Di}(\xi, \eta) = [N_i(\xi, \eta, \zeta)]_{\zeta=-1} = \frac{1}{8}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 - \zeta_i) \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (7-226)$$

在 1234 面上任一点坐标为

$$\begin{cases} x = \sum_{i=1}^4 x_i^e N_{Di}(\xi, \eta) \\ y = \sum_{i=1}^4 y_i^e N_{Di}(\xi, \eta) \\ z = \sum_{i=1}^4 z_i^e N_{Di}(\xi, \eta) \end{cases} \quad (7-227)$$

水头 H 在该面上的插值公式为

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^4 H_i^e N_{Di}(\xi, \eta) \quad (7-228)$$

因此, (7-207) 式中的

$$\iint_{s_2} N_i q ds = \iint_D q N_{Di} ds$$

式中的 D 指 1234 面。

$$ds = \sqrt{EG - F^2} d\xi d\eta \quad (7-229)$$

式中

$$E = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \xi}\right)^2 = \left(\sum_{i=1}^4 x_i^e \frac{\partial N_{Di}}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^4 y_i^e \times \frac{\partial N_{Di}}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^4 z_i^e \frac{\partial N_{Di}}{\partial \xi}\right)^2 \quad (7-230)$$

$$G = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \eta}\right)^2 = \left(\sum_{i=1}^4 x_i^e \frac{\partial N_{Di}}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^4 y_i^e \times \frac{\partial N_{Di}}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^4 z_i^e \frac{\partial N_{Di}}{\partial \eta}\right)^2 \quad (7-231)$$

$$F = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} = \left(\sum_{i=1}^4 x_i^e \frac{\partial N_{Di}}{\partial \xi}\right) \left(\sum_{i=1}^4 x_i^e \frac{\partial N_{Di}}{\partial \eta}\right) + \left(\sum_{i=1}^4 y_i^e \frac{\partial N_{Di}}{\partial \xi}\right) \left(\sum_{i=1}^4 y_i^e \frac{\partial N_{Di}}{\partial \eta}\right) + \left(\sum_{i=1}^4 z_i^e \frac{\partial N_{Di}}{\partial \xi}\right) \left(\sum_{i=1}^4 z_i^e \frac{\partial N_{Di}}{\partial \eta}\right) \quad (7-232)$$

因此

$$Q'_l = \iint_D q N_{Di} ds = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 q N_{Di} \sqrt{EG - F^2} d\xi d\eta \quad (l = 1, 2, 3, 4) \quad (7-233)$$

对于每一个单元都可写出如(7-208)的表达式。式中许多在参数坐标系 (ξ, η, ζ) 下的三重积分,用高斯求积公式计算。然后将各单元的结果相加,并令其等于零。得到

$$[G]\{H(t)\} + [C]\left\{\frac{dH}{dt}\right\} = \{E\} + \{Q\} \quad (7-234)$$

式中的 $\left\{\frac{dH}{dt}\right\}$ 和二维情况同样处理。如取全隐式格式,有

$$\left([G] + \frac{1}{\Delta t}[C]\right)\{H^{k+1}\} = \frac{1}{\Delta t}[C]\{H^k\} + \{E\} + \{Q\} \quad (7-235)$$

即可求解。

第五节 混合的欧拉 - 拉格朗日方法

一、基本概念

混合的欧拉 - 拉格朗日方法 (Mixed Eulerian - Lagrangian Methods) 是把特征线法和数值解法结合起来的方法, 用来解溶质和热量运移问题。特征有限单元法也称欧拉 - 拉格朗日有限元法 (Eulerian - Lagrangian finite element Methods), 是把特征线法和有限单元法相结合的方法。类似地, 如果将特征线法和有限差分法相结合, 则称为特征有限差分法, 也称欧拉 - 拉格朗日有限差分法 (Eulerian - Lagrangian finite difference method)。两者的求解方法类似。

(一) 研究流体运动的拉格朗日方法和欧拉方法

拉格朗日 (Lagrange) 方法是着眼于流体质点来研究流体的运动过程。即跟随一个流体质点观察运动的状况。流体质点运动的途径成为特征线。设在初始时刻 $t = t_0$ 在选定的坐标系中流体质点的坐标为 (ξ, η, ζ) 。不同的质点有不同的 (ξ, η, ζ) 数值。所以起始坐标 (ξ, η, ζ) 就是该质点的标志, 称为拉格朗日变数。任何质点的空间位置 (x, y, z) 都看成是 (ξ, η, ζ) 和时间 t 的函数。

$$\begin{cases} x = x(\xi, \eta, \zeta, t) \\ y = y(\xi, \eta, \zeta, t) \\ z = z(\xi, \eta, \zeta, t) \end{cases} \quad (7-236)$$

如果令 (ξ, η, ζ) 为常数, t 为变数,得到某一流体质点在不同时间的位置,即运动轨迹,称为迹线(track)。如取 t 为常数, (ξ, η, ζ) 为变数,则得到某一瞬时不同流体质点的分布状况。

欧拉方法的着眼点不是流体质点,而是空间点。从空间的每一点出发描述流体运动的过程。因为不同时刻将有不同的流体质点经过空间某一固定点,从固定点的角度无法了解经过它的流体质点从前和今后的运动状况。所以欧拉方法是一种流场法。各运动要素是空间点的坐标 (x, y, z) 和时间 t 的函数。空间点的坐标也称欧拉变数。例如流速 u 有

$$u = u(x, y, z, t)$$

其他运动要素也类似。

如果写出流速的三个分量,则有

$$\begin{cases} u_x = u_x(x, y, z, t) \\ u_y = u_y(x, y, z, t) \\ u_z = u_z(x, y, z, t) \end{cases}$$

由欧拉方法可引出流线的概念。流线是某一瞬时流场中绘出的曲线,在该曲线上所有点的流速矢量都和该曲线相切。

设在流线上取一微分段 ds , ds 在坐标轴上的投影为 dx, dy, dz 。因为 ds 很小,可近似认为它和流速矢量 u 重合,由此可得流线方程

$$\frac{dx}{u_x(x, y, z, t)} = \frac{dy}{u_y(x, y, z, t)} = \frac{dz}{u_z(x, y, z, t)} \quad (7-237)$$

(二) 水动力导数

为了说明水动力导数的概念,我们以加速度 $\frac{du}{dt}$ 为例子。假设流速 u 有连续的一阶偏导数,质点运动轨迹为 L 。 t 时刻流体质点位

于 M 点,速度为 $u(M, t)$ 。过了 Δt 时刻以后,该质点运动到了 M' 点,速度为 $u(M', t + \Delta t)$ 见图 7-30。此时加速度

$$\begin{aligned}\frac{du}{dt} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{u(M', t + \Delta t) - u(M, t)}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{u(M', t + \Delta t) - u(M', t)}{\Delta t} + \frac{u(M', t) - u(M, t)}{\Delta t} \right] \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{u(M', t + \Delta t) - u(M', t)}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{MM'}{\Delta t} \lim_{MM' \rightarrow 0} \frac{u(M', t) - u(M, t)}{MM'} \\ &= \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial s}\end{aligned}$$

(7-238)

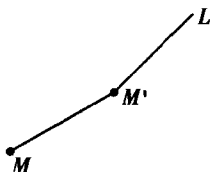


图 7-30 水动力导数

上式中的 $\frac{\partial u}{\partial t}$ 表示同一空间点仅仅由于

时间变化所引起的速度变化。 $\frac{\partial u}{\partial s}$ 表示同

一时间仅仅由于点位置的不同引起的速

度变化。而 $\frac{du}{dt}$ 包含有二者,称为水动力导数,记为 $\frac{Du}{Dt}$ 。即

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial s} \quad (7-239)$$

类似地,对于溶质浓度 C 的水动力导数为

$$\frac{DC}{Dt} = \frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial s} \quad (7-240)$$

(三) 数值弥散和数值波动

利用有限差法或有限元法解多孔介质中的水头,一般可取得较好的效果。但在解溶质运移问题时,不可避免地产生数值弥散和数值波动。影响数值解法的结果。现对产生数值弥散的原因作简单的介绍。下面举一简单的例子:

设有一对流占绝对优势的问题,如忽略弥散,则运移方程的显式差分格式为

$$C_i^{k+1} = -\frac{u\Delta t}{2\Delta x}(C_{i+1}^k - C_{i-1}^k) + C_i^k$$

如流速 $u = 0.3\text{m/d}$,有限差分计算时 $\Delta x = 10\text{m}$, $\Delta t = 10\text{d}$ 。当 $t = 0$ 时,在 x_0 处浓度 $C = 1\text{g/L}$,并且一直保持到结束,而在 x_1, x_2, x_3 以左浓度 C 均为零。实际上,当 $t = t_1 = 10\text{d}$,浓度锋面仅仅到达 3m 处,而有限差分计算结果

$$C_1^1 = -\frac{0.3 \times 10}{2 \times 10}(C_2^0 - C_0^0) + C_1^0 = -0.15(0 - 1) + 0 = 0.15\text{g/L}$$

$$C_2^1 = -0.15(C_3^0 - C_1^0) + C_2^0 = -0.15(0 - 0) + 0 = 0$$

$$C_3^2 = C_4^2 = C_5^2 = 0$$

此时锋面已到达 x_1 (10m),其浓度为 0.15g/L 。

当 $t = t_2 = 20$ 天时,实际的锋面仅前进到 6m , x_1 点及以右均应为零,但计算结果 $C_1^2 = -0.15(C_2^1 - C_0^1) + C_1^1 = -0.15(0 - 1) + 0.15 = 0.30\text{g/L}$

$$C_2^2 = -0.15(C_3^1 - C_1^1) + C_2^1 = -0.15(0 - 0.15) + 0 = 0.0225\text{g/L}$$

$$C_3^2 = C_4^2 = C_5^2 = 0$$

即锋面不仅到达 x_1 (浓度 0.3g/L),也已达到 x_2 (20m)。当 $t = t_3 = 30\text{d}$ 时,实际上锋面仅为 9m ,未到达 x_1 ,但计算得 $C_1^3 = 0.447\text{g/L}$, $C_2^3 = 0.0675\text{g/L}$, $C_3^3 = 0.0034\text{g/L}$ 。溶质已到达 x_3 ,见图 7-31。就像弥散一样,但这是数值计算造成的,称为数值弥散。

数值波动或称数值振荡,如图 7-32。在锋面附近浓度会出现波动,甚至造成超过最大浓度 C_0 或浓度小于零。这显然是不可能的。

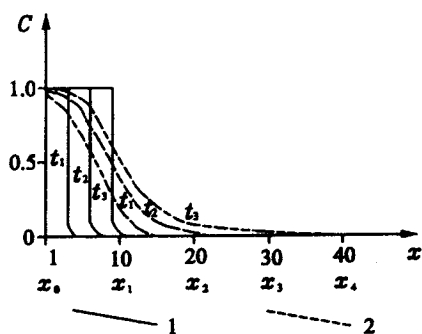


图 7-31 数值弥散

1——实际浓度曲线;2——数值计算曲线

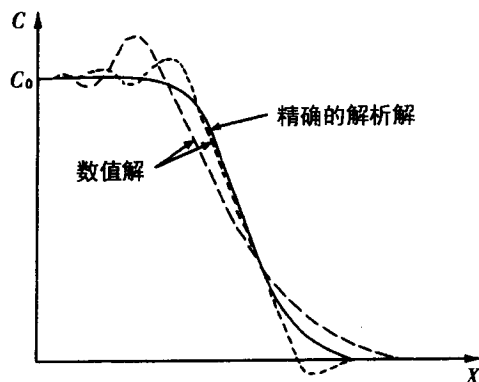


图 7-32 推进锋面的数值解中震荡示意图

(根据 Bender 和 Van Genuchten)

数值弥散和数值波动使得有限差分或有限单元数值失真。所以要寻找减小甚至消除数值弥散和数值波动的数值方法。特征有限元和特征有限差就是一种较好的方法。

(四) 数值方法求解溶质和热量运移问题的一般步骤
一般的对流弥散方程, 有如下形式

$$R \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} (D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j}) - \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i C) + \frac{q_i}{n} C_s - \lambda (C + \frac{\rho_b}{n} \bar{C}) \quad (7-241)$$

式中 R ——阻滞因素, 无量纲;
 C ——溶质浓度, $[ML^{-3}]$;
 $\bar{C}$ ——吸附浓度, $[MM^{-1}]$;
 u_i ——实际平均流速, $[LT^{-1}]$;
 D_{ij} ——弥散系数张量, $[L^2T^{-1}]$;
 q_i ——单位体积含水层中, 源汇项的流量, $[T^{-1}]$;
 C_s ——源汇项的浓度, $[ML^{-3}]$;
 λ ——反应速率常数, $[T^{-1}]$;
 n ——孔隙度, 无量纲;
 ρ_b ——多孔介质的干容重, $[ML^{-3}]$;

方程中包含有实际平均流速 u_i 。而当用数值方法求解实际的溶质(污染物)运移问题时, u_i 随时间地点而变, 而且是未知的。因此要求解方程(7-241) 首先要求出流速 u 。求 u 可利用达西公式

$$u_i = - \frac{K_{ij}}{n} \frac{\partial H}{\partial x_j} \quad (7-242)$$

式中 H ——水头, $[L]$;
 K_{ij} ——渗透系数张量, $[LT^{-1}]$;

而求 u 必要先知水头 H , 而水头 H 则通过解下面的水流方程求得。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (K_{ij} \frac{\partial H}{\partial x_j}) + q_i = S_i \frac{\partial H}{\partial t} \quad (7-243)$$

因此, 用数值法求解溶质运移问题时, 一般有下列三个步骤:

(1) 首先用数值法解水流方程, 求出各结点的水头。

(2) 根据水头算出流速矢量的分布。

(3) 用数值方法求解对流弥散方程。即求解方程(7-241)。由该方程可以看出,运移问题中对溶质浓度的贡献主要由两部分构成,一部分是对流贡献,即包括速度的 $\frac{\partial}{\partial x_i}(u_i C)$ 项。该部分如用一般的有限元法或有限差法求解容易引起数值弥散和数值振荡,合适解法为拉格朗日方法,或称为特征线法。另一部分为弥散项和化学反应项的贡献,可用欧拉方法求解。把这两种方法结合起来,称为混合的欧拉-拉格朗日方法(Mixed Eulerian-Lagrangian Methods),也称特征有限元法和特征有限差法。即用特征线法解对流贡献,用有限元或有限差法解弥散贡献。

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(u_i C) = u_i \frac{\partial C}{\partial x_i} + C \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$$

根据“连锁法”(chain rule)上式中右端第二项的 $\frac{\partial u_i}{\partial x_i}$ 变为 $\frac{q_s}{n}$ 故

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(u_i C) = u_i \frac{\partial C}{\partial x_i} + C \frac{q_s}{n} \quad (7-244)$$

代入式(7-241)中,有

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial x_i} (D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j}) - \bar{u}_i \frac{\partial C}{\partial x_i} - \frac{q_s}{Rn} (C - C_s) - \frac{\lambda}{R} (C + \frac{\rho_b}{n} \bar{C}) \quad (7-245)$$

式中

$$\bar{u}_i = \frac{u_i}{R}$$

代表阻滞速度,并引入水动力导数,则

$$\frac{DC}{Dt} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial x_i} (D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j}) - \frac{q_s}{Rn} (C - C_s) - \frac{\lambda}{R} (C + \frac{\rho_b}{n} \bar{C}) \quad (7-246)$$

式中

$$\frac{DC}{Dt} = \frac{\partial C}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial C}{\partial x_i} \quad (7-247)$$

表示沿着污染物质点的运动路径浓度 C 变化的速率,即 C 的水动力导数。

二、随机步方法

随机步方法(Random Walk Method)是一种单纯的拉格朗日方法,它处理溶质运移问题利用大量的移动水质点,而每一质点都带有一定的质量,而避免直接求解对流弥散方程。和一般的有限差和有限元方法相比,它可以消除数值弥散和数值波动。该方法认为

$$x_p^{k+1} = x_p^k + \Delta x + z \quad (7-248)$$

式中 x_p^{k+1} —— 时段末 $k+1$ 时刻水质点 P 的坐标;

x_p^k —— 同一质点 P 在初始 k 时刻的坐标;

Δx —— 在一个步长的对流位移;

z —— 随机位移,代表弥散的作用。

(一) 质点追踪技术

对流位移可用质点追踪技术计算。如果时间步长 Δt 不大,则

$$\Delta x = u(P^k) \Delta t \quad (7-249)$$

或

$$\begin{cases} \Delta x = u_x(x^k, y^k, z^k) \Delta t \\ \Delta y = u_y(x^k, y^k, z^k) \Delta t \\ \Delta z = u_z(x^k, y^k, z^k) \Delta t \end{cases} \quad (7-250)$$

注意:(7-248)和(7-249)式中的 Δx 代表空间上的位移距离,而(7-250)的 Δx 代表该位移在坐标轴上的分量。因为 P 点的位置不可能都正好在节点上,故要根据 P 点的位置用线性插值计算,二维情况见图 7-33。

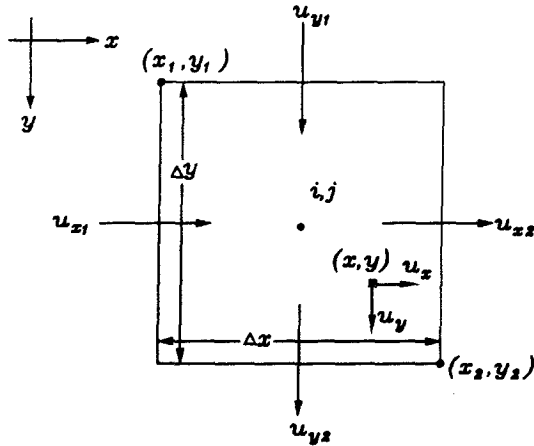


图 7-33 单元内任一点速度的插值

(根据 C. Zheng 和 G. D. Bennett)

此时

$$\begin{cases} u_x = A_x(x - x_1) + u_{x1} \\ u_y = A_y(y - y_1) + u_{y1} \end{cases} \quad (7-251)$$

式中

$$\begin{cases} A_x = (u_{x2} - u_{x1})/\Delta x \\ A_y = (u_{y2} - u_{y1})/\Delta y \end{cases} \quad (7-252)$$

三维情况也类似。

(二) 随机位移的估计

为了估计 z , 我们先看以下在原点瞬时注入时一维溶质运移的解析解

$$C(x, t) = \frac{C_0}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left[-\frac{(x - ut)^2}{4Dt}\right] \quad (7-253)$$

式中 C_0 ——注入的浓度；

$D = \alpha_L u$, 纵向弥散系数。

我们再看一下正态分布的随机变量 x 的概率密度函数

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (7-254)$$

式中 μ ——均值;
 σ ——标准差。

如令

$$\begin{cases} f(x) = \frac{C(x,t)}{C_0} \\ \mu = ut \\ \sigma = \sqrt{2\alpha_L ut} = \sqrt{2Dt} \end{cases} \quad (7-255)$$

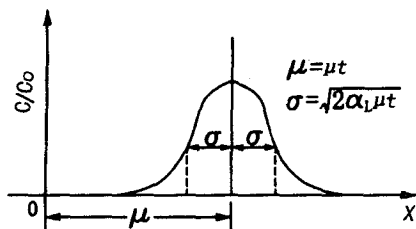


图 7-34 均匀流场中的溶质运移类似于正态概率分布
 (根据 C. Zheng 和 G. D. Bennett)

这样我们就可以把质点的位移看作是正态分布的随机变量,其均值为对流位移,偏差为弥散位移。对于给定的时间步,方程(7-248)中的 z 值可表达为

$$z = N(0, \sigma^2) \quad (7-256)$$

$N(0, \sigma^2)$ 代表均值为零,标准差为 $\sqrt{2\alpha_L ut}$ 的正态分布的随机数。因此(7-248)式变为

$$x_p^{k+1} = x_p^k + \Delta x + N(0, \sigma^2) \quad (7-257)$$

对于二维问题,我们评价随机位移时要同时考虑纵向和横向弥散。因而有

$$\begin{cases} z_L = N(0, \sigma_L^2) \\ z_T = N(0, \sigma_T^2) \end{cases} \quad (7-258)$$

式中

$$\begin{cases} \sigma_L = \sqrt{2\alpha_L ut} \\ \sigma_T = \sqrt{2\alpha_T ut} \end{cases} \quad (7-259)$$

随机步的质点位移,在二维情况下如图 7-35 所示。

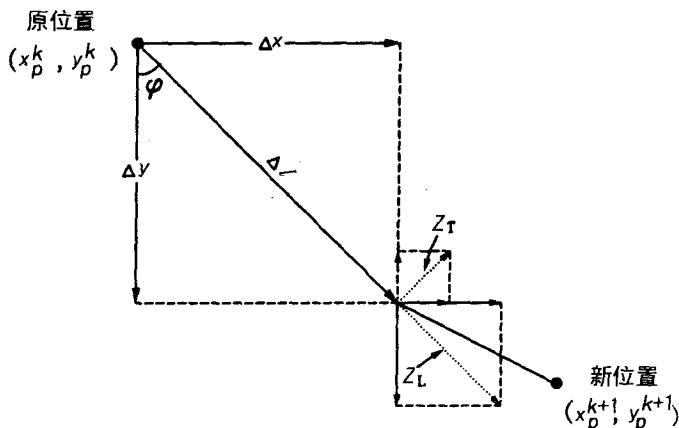


图 7-35 二维情况下质点位移作为对流位移和随机弥散位移之和的图解(根据 C. Zheng 和 G. D. Bennett)

此时

$$\begin{cases} x_p^{k+1} = x_p^k + \Delta x + z_L \sin \varphi + z_T \cos \varphi = x_p^k + u_x \Delta t + z_L \frac{\Delta x}{\Delta l} + z_T \frac{\Delta y}{\Delta l} \\ y_p^{k+1} = y_p^k + \Delta y + z_L \cos \varphi - z_T \sin \varphi = y_p^k + u_y \Delta t + z_L \frac{\Delta y}{\Delta l} - z_T \frac{\Delta x}{\Delta l} \end{cases} \quad (7-260)$$

(三) 浓度的评价

在随机步方法中,浓度是由任何指定时间内运动质点的密度来表示的。即统计和计算各个单元中的运动质点数,求出浓度。计算公式

$$C_m(t) = \frac{1}{nV_m} \sum_{p=1}^{NP_m} M_p \quad (7-261)$$

式中 $C_m(t)$ ——单元 m 在 t 时刻的溶质浓度;

M_p ——单元 m 中的第 p 个质点代表的质量;

NP_m ——单元 m 中质点的总数;

n ——孔隙度;

V_m ——单元体积。

每一质点的质量分配取决于区域内的总质量和质点的总数。

图 7-36 是用随机步求解的质点分配图。图中的数字是各单元中的质点数,而实线为解析解,二者基本一致。

随机步方法的优点是能消除数值弥散,缺点是所用的质点数量不同对结果有影响。该方法在 20 世纪 90 年代初期应用很广泛。目前更多的是应用混合欧拉-拉格朗日方法。

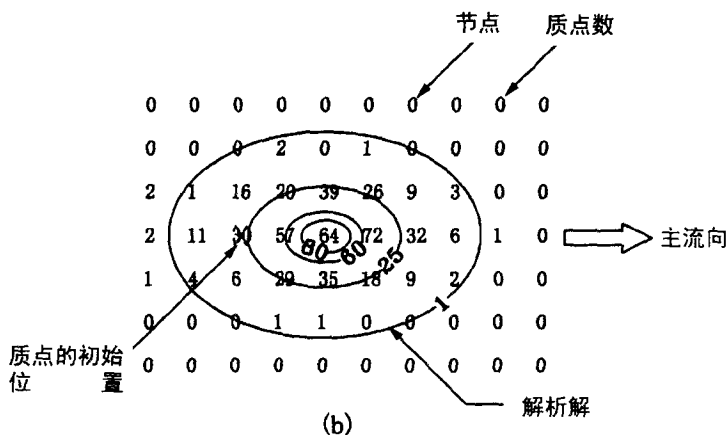
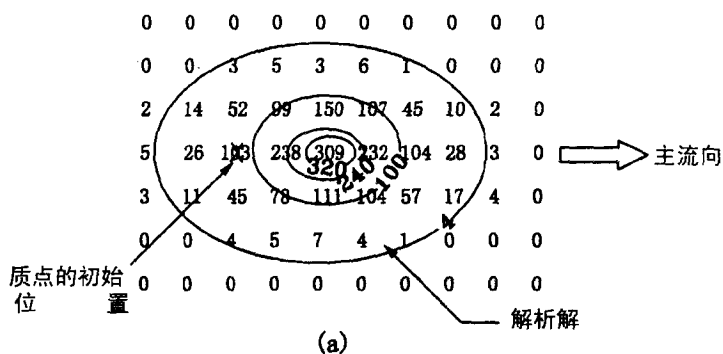


图 7-36 瞬时注入 20 天后各单元的质点数和解析解的对比

(a) 初始位置有 2000 个质点; (b) 初始位置有 500 个质点。

(根据 C. Zheng 和 G. D. Bennett)

三、特征有限差分法

(一) 一维的特征差分法

一般的地下水溶质运移方程

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - u \frac{\partial C}{\partial x} \quad (7-262)$$

如取水动力导数

$$\frac{DC}{Dt} = D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (7-263)$$

对研究区间 $[x_0, x_1]$ 进行剖分,各节点为

$$x_i = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$$

假设 t 时刻(记为 t_k)各点的浓度是已知,要求 $t + \Delta t$ 时刻(记为 t_{k+1})各点 x_i 的溶质浓度。我们用下标表示质点位置,上标表示时段,则 x_i^{k+1} 表示 $k+1$ 时刻位于 i 点的质点。该质点的浓度是由两种作用形成的。一是对流作用,即同一质点在 t_k 时刻的浓度,由于对流到达该点。二是弥散作用(有时还有吸附和化学反应),对流到达 i 点的质点由于弥散等发生的浓度的改变。要求出对流的贡献,首先要求出 x_i^{k+1} 质点在 k 时刻的位置 $\bar{x}_i^k$,利用单步反向追踪法

$$\bar{x}_i^k = x_i^{k+1} - \int_{t_k}^{t_{k+1}} u dt \quad (7-264)$$

一般说来 $\bar{x}_i^k$ 不可能正好落在节点上,只要它落在相邻的单元 $[x_{i-1}, x_i]$ 即可,此时需要 $\Delta x > u\Delta t$,或者 Courant 数 α 满足

$$\alpha = \frac{u\Delta t}{\Delta x} < 1 \quad (7-265)$$

即可。 $\bar{x}_i^k$ 的浓度 K_{ci} 可用在 $[x_{i-1}, x_i]$ 单元线性插值求出,图7-37。

$$\frac{C_i^k - C_{i-1}^k}{\Delta x} = \frac{C_i^k - K_{ci}}{x_i - \bar{x}_i^k} \quad (7-266)$$

求出 K_{ci} 以后,求

$$\frac{DC}{Dt} = \frac{C(x_i^{k+1}, t^{k+1}) - K_{ci}}{\Delta t}$$

$$D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = D_L \frac{C_{i+1}^{k+1} - 2C_i^{k+1} + C_{i-1}^{k+1}}{\Delta x^2}$$

代入(7-263)式,经整理后得

$$-\frac{D_L \Delta t}{\Delta x^2} C_{i+1}^{k+1} + \left(1 + \frac{2D_L \Delta t}{\Delta x^2}\right) C_i^{k+1} - \frac{D_L \Delta t}{\Delta x^2} C_{i-1}^{k+1} = K_{ci} \quad (7-267)$$

上式为主对角线占优势的三对角方程组,可用追赶法求解。

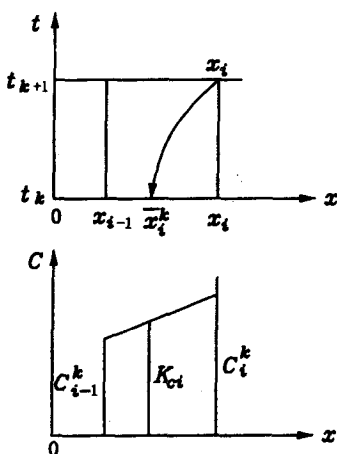


图 7-37 一维的特征差分法

(二) 二维和三维的特征差分法

1. 速度插值

解对流方程以后,可以求出各节点的水头。但对流弥散方程要求的是速度,尤其当用拉格朗日方法时,要知道单元中任意点的速度,因此要讨论速度插值问题。

设有一个二维的块中心单元 i, j , 假设含水层厚度均匀,都是 b , 则沿 x 方向由左面和右面流入流出该单元的流量为

$$Q_{x(i,j-\frac{1}{2})} = -K_{x(i,j-\frac{1}{2})} \frac{H_{i,j} - H_{i,j-1}}{\Delta x} \Delta y b \quad (7-268)$$

$$Q_{x(i,j+\frac{1}{2})} = -K_{x(i,j+\frac{1}{2})} \frac{H_{i,j+1} - H_{i,j}}{\Delta x} \Delta y b \quad (7-269)$$

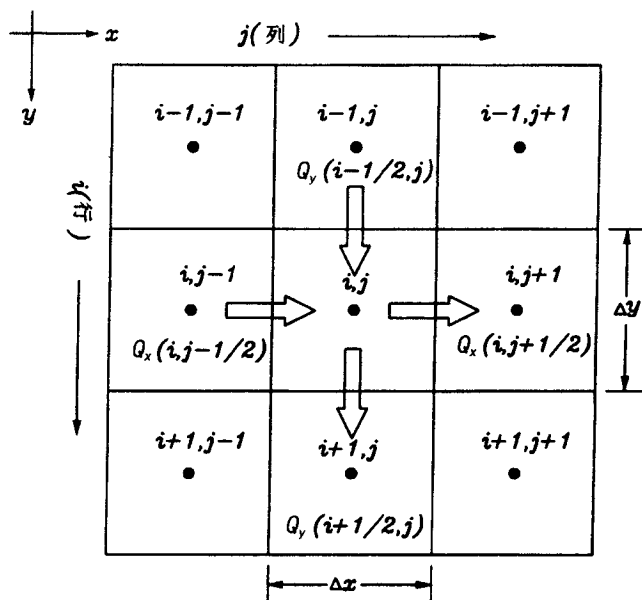


图 7-38 通过二维块中心单元网格的流量
(根据 C. Zheng 和 G. D. Bennett)

同理,沿 y 轴方向二边界上的流入、流出量为

$$Q_{y(i-\frac{1}{2},j)} = -K_{y(i-\frac{1}{2},j)} \frac{H_{i,j} - H_{i-1,j}}{\Delta y} \Delta x b \quad (7-270)$$

$$Q_{y(i+\frac{1}{2},j)} = -K_{y(i+\frac{1}{2},j)} \frac{H_{i+1,j} - H_{i,j}}{\Delta y} \Delta x b \quad (7-271)$$

因此,在 x 方向的边界流速为

$$\begin{cases} u_{x1} = \frac{Q_{x(i,j-\frac{1}{2})}}{n\Delta y b} \\ u_{x2} = \frac{Q_{x(i,j+\frac{1}{2})}}{n\Delta y b} \end{cases} \quad (7-272)$$

在 y 方向为

$$\begin{cases} u_{y1} = \frac{Q_{y(i-\frac{1}{2},j)}}{n\Delta x b} \\ u_{y2} = \frac{Q_{y(i+\frac{1}{2},j)}}{n\Delta x b} \end{cases} \quad (7-273)$$

参看图 7-38。在单元内任一点 $P(x, y)$ 的速度分量 u_x 和 u_y 可按下列式求得

$$u_x = (1 - \alpha_x)u_{x1} + \alpha_x u_{x2} \quad (7-274)$$

式中

$$\begin{aligned} \alpha_x &= \frac{x - x_1}{\Delta x} \\ u_y &= (1 - \alpha_y)u_{y1} + \alpha_y u_{y2} \\ \alpha_y &= \frac{y - y_1}{\Delta y} \end{aligned} \quad (7-275)$$

2. 质点追踪技术

特征有限差法有两种质点追踪技术。一种为单步反向追踪法，即 MMOC 法

$$x_p^k = x_m^{k+1} - \int_{t_k}^{t_k+\Delta t} u dt \quad (7-276)$$

式中 x_m^{k+1} ——在 t_{k+1} 时刻，位于节点 m 上的移动质点；

x_p^k ——同一质点在 t_k 时刻的位置，即图 7-39 中的 p 点；

u ——移动质点的流速，其分量 u_x 和 u_y 可由 (7-274) 和 (7-275) 式求出。

求得 p 点的位置以后，在 t_k (以后简称为 k) 时刻该质点的浓度可由

该时刻相邻质点的浓度由插值求得。该浓度即为计算时的中间浓度 K_{ci} 。

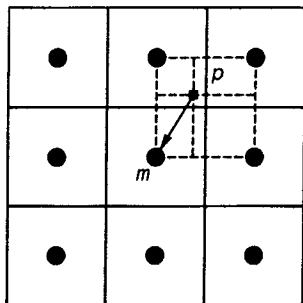


图 7-39 质点 m 的单步反向追踪
(根据 C. Zheng 和 G. D. Bennett)

另一种为正向质点追踪法,即 MOC 法。在计算开始时在整个计算区域分配移动质点。每一质点设计带有的浓度,等于该单元的初始浓度。质点随流场向前运动,用质点追踪技术可求得每一时间段各质点的位置。

$$\begin{cases} x_p^{k+1} = x_p^k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} u_x dt \\ y_p^{k+1} = y_p^k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} u_y dt \end{cases} \quad (7-277)$$

某一时间段末某一单元的浓度,可用该单元内的质点数和质点带有的浓度来评价,图 7-40。计算公式如下:

$$K_{ci} = \frac{1}{NP_m} \sum_{p=1}^{NP_m} C_p^k \quad (7-278)$$

式中 NP_m ——在单元 m 内移动质点总数;
 C_p^k ——第 p 个质点在上一时刻 k 时的浓度。

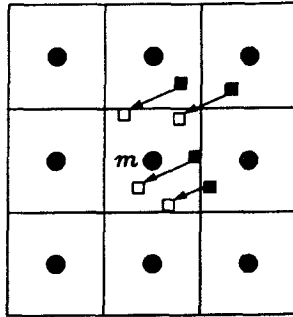


图 7-40 MOC 法的图解

(根据 C. Zheng 和 G. D. Bennett)

水动力导数

$$\frac{DC}{Dt} = \frac{C_m^{k+1} - K_{ci}}{\Delta t} \quad (7-279)$$

其余弥散作用以及吸附和化学反应的贡献,可用有限差分方法求出。做法和一维问题以及二维有限差分类似,在此不再详述。

MMOC 法需要的计算较少,但当浓度锋面陡峻时有数值弥散,误差大。而 MOC 法可以克服这一缺点,但计算量和存贮量大。如果把两者结合起来,在锋面陡处用 MOC 追踪,其余部分用 MMOC 法追踪,则可结合两者的优点,称为 HMOC 法。目前较为通用的软件为 MT3D,它要和 MODFLOW 配合使用,可以求解三维的特征有限差分。

四、特征有限单元法

对(7-246)式的对流弥散方程重新排列

$$\frac{DC}{Dt} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial x_i} (D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j}) - (\frac{q_s}{Rn} + \frac{\lambda}{R}) C + (\frac{q_s C_s}{Rn} - \frac{\rho_b}{n} \bar{C}) \quad (7-280)$$

如令

$$\frac{q_s}{Rn} + \frac{\lambda}{R} = f \quad (7-281)$$

$$\frac{q_s C_s}{Rn} - \frac{\rho_b \bar{C}}{n} = W \quad (7-282)$$

并把式(7-280)写成场论形式,得

$$\frac{DC}{Dt} = \frac{1}{R} \nabla (D \nabla C) - fC + W \quad (7-283)$$

式中 R ——阻滞因子;

D ——弥散系数张量;

∇ ——哈密顿算子。

(一) 一维问题

把区间 $[x_0, x_1]$ 进行剖分,分点为

$$x_i = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$$

取基函数 $N_j(x_m)$

$$N_j(x_m) = \delta_{jm} = \begin{cases} 1 & \text{当 } j = m \text{ 时} \\ 0 & \text{当 } j \neq m \text{ 时} \end{cases} \quad (7-284)$$

δ_{jm} 为克罗内克尔 (Kronecker) Delta 函数。则任一点浓度

$$C(x, t) = \sum_{j=0}^n C_j(t) N_j(x_m) = C^N$$

基函数在单元内部的取值为

$$N_j(x) = \begin{cases} \frac{x - x_{j-1}}{x_j - x_{j-1}} & x \in [x_{j-1}, x_j] \\ 1 & x = x_j \\ \frac{x_{j+1} - x}{x_{j+1} - x_j} & x \in [x_j, x_{j+1}] \end{cases} \quad (7-285)$$

对(7-283)式应用伽辽金 (Galerkin) 方法

$$\int_{x_0}^{x_1} \left[\frac{DC^N}{Dt} - \frac{1}{R} \nabla (D \nabla C^N) + fC^N - W \right] N_j dx = 0 \quad (j = 1, 2, \dots)$$

..., $n-1$)

由格林定理, 有

$$\int_{x_0}^{x_l} \left[\frac{DC^N}{Dt} + fC^N - W \right] N_j dx + \int_{x_0}^{x_l} \frac{1}{R} \underline{D} \nabla C^N \cdot \nabla N_j dx - \frac{1}{R} \underline{D} X \nabla C^N N_j \Big|_{x_0}^{x_l} = 0 \quad (7-286)$$

由于 N_j 仅仅在 $[X_{j-1}, X_{j+1}]$ 上不为零。当 $j \neq 1, j \neq n$ 时

$$\int_{x_0}^{x_l} \frac{DC^N}{Dt} N_j dx = \int_{x_{j-1}}^{x_{j+1}} \frac{DC^N}{Dt} N_j dx = \frac{DC}{Dt} \Big|_j \int_{x_{j-1}}^{x_{j+1}} N_j dx = A_j \frac{DC_j}{Dt} \quad (7-287)$$

式中

$$\begin{aligned} A_j &= \int_{x_{j-1}}^{x_{j+1}} N_j dx = \frac{1}{2} [x_{j+1} - x_{j-1}] \\ \int_{x_0}^{x_l} \frac{1}{R} \underline{D} \nabla C^N \cdot \nabla N_j dx &= \int_{x_{j-1}}^{x_{j+1}} \frac{D}{R} \left[\sum_{i=0}^n C_i(t) \nabla N_i \right] \nabla N_j dx \\ &= \int_{x_{j-1}}^{x_{j+1}} \frac{D}{R} [C_{j-1}(t) \nabla N_{j-1} \nabla N_j + C_j(t) \nabla N_j^2 + \\ &\quad C_{j+1}(t) \nabla N_j \nabla N_{j+1}] dx \\ &= B_{j-1} C_{j-1}(t) + B_j C_j(t) + B_{j+1} C_{j+1}(t) \quad (7-288) \\ B_{j-1} &= \int_{x_{j-1}}^{x_{j+1}} \frac{D}{R} \nabla N_{j-1} \nabla N_j dx = \int_{x_{j-1}}^{x_j} \frac{D}{R} \frac{-1}{x_j - x_{j-1}} \frac{1}{x_j - x_{j-1}} dx \\ &= \frac{D}{R} \frac{1}{x_j - x_{j-1}} \\ B_j &= \int_{x_{j-1}}^{x_{j+1}} \frac{D}{R} (\nabla N_j)^2 dx = \int_{x_{j-1}}^{x_j} \left(\frac{D}{R} \frac{1}{x_j - x_{j-1}} \right)^2 dx + \int_{x_j}^{x_{j+1}} \left(\frac{D}{R} \frac{-1}{x_{j+1} - x_j} \right)^2 dx = \frac{D}{R} \frac{x_{j+1} - x_{j-1}}{(x_{j+1} - x_j)(x_j - x_{j-1})} \end{aligned}$$

$$B_{j+1} = \int_{x_j}^{x_{j+1}} \frac{D}{R} \nabla N_j \nabla N_{j+1} dx = - \frac{D}{R} \frac{1}{x_{j+1} - x_j}$$

当 $j \neq 0$ 时 $j \neq n, N_j = 0$ 故

(7-289)

$$\frac{1}{R} D \nabla C^N N_j \Big|_{x_0}^{x_l} = 0$$

$$\begin{aligned} \int_{x_0}^{x_l} f C^N N_j dx &= \int_{x_{j-1}}^{x_{j+1}} f [C_{j-1}(t) N_{j-1} N_j + C_j(t) N_j^2 + C_{j+1}(t) N_j N_{j+1}] dx \\ &= F_{j-1} C_{j-1}(t) + F_j C_j(t) + F_{j+1} C_{j+1}(t) \end{aligned} \quad (7-290)$$

式中

$$F_{j-1} = \int_{x_{j-1}}^{x_{j+1}} f N_{j-1} N_j dx$$

$$F_j = \int_{x_{j-1}}^{x_{j+1}} f N_j^2 dx$$

$$F_{j+1} = \int_{x_{j-1}}^{x_{j+1}} f N_j N_{j+1} dx$$

而

$$- \int_{x_0}^{x_l} W_j N_j dx = W_j \frac{x_{j+1} - x_{j-1}}{2} = -G_j \quad (7-291)$$

将(7-287)至(7-291)式代入(7-286)式,得到当 $j \neq 0, j \neq n$ 时

$$A_j \frac{DC_j}{Dt} + (B_{j-1} + F_{j-1}) C_{j-1} + (B_j + F_j) C_j + (B_{j+1} + F_{j+1}) C_{j+1} = -G_j \quad (7-292)$$

当 $j = 0$ 或 $j = n$ 时 C_j 的值由边界条件确定。

$$\frac{DC_j}{Dt} = \frac{C_j^{k+1} - K_{cj}}{\Delta t} \quad (7-293)$$

$K_{cj} = C(x_j^{k+1}, t_k)$ 为当 $k+1$ 时刻落在节点 j 上的移动质点浓度。由上一时刻 t_k 该质点的位置 $\bar{x}_j^k$ 用插值求出 $\bar{x}_j^k$ 可用前面介绍的追踪

技术求出,如用单步反向追踪法,则

$$\bar{x}_j^k = x_j^{k+1} - \int_{t_k}^{t_{k+1}} u^* dt \quad (7-294)$$

式中

$$u^* = \frac{u}{R}$$

K_{cj} 的插值公式为

$$K_{cj} = \sum_{j=1}^{n-1} C_j(t_k) N_j(\bar{x}_j^k) \quad (7-295)$$

将(7-293)式代入(7-292)式,经整理后得:

$$(B_{j-1} + F_{j-1})\Delta t C_{j-1}^{k+1} + [(B_j + F_j)\Delta t + A_j]C_j^{k+1} + (B_{j+1} + F_{j+1})\Delta t C_{j+1}^{k+1} = -G_j\Delta t + A_j K_{cj} \quad (7-296)$$

上式为三对角方程组,易于用追赶法求解。

(二) 二维和三维问题

下面仅以三角形单元线性插值的情况作一介绍,其他情况可类似处理。

在三角形单元情况下,任一点的浓度 C 可近似表示为

$$C^N(x, y, t) = \sum_{p=1}^N N_p(x, y) C_p(t) \quad (7-297)$$

N 为内节点和边界节点的总数。对(7-283)式应用伽辽金方法

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} \left[\frac{DC^N}{Dt} - \frac{1}{R} \nabla (D \nabla C^N) + fC^N - W \right] N_i(x, y) dx dy \\ & = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, N_L) \end{aligned} \quad (7-298)$$

式中 N_L 为未知节点总数。由格林公式

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} \left[\frac{DC^N}{Dt} + fC^N - W \right] N_i dx dy + \iint_{\Omega} \frac{1}{R} D \nabla C^N \cdot \nabla N_i dx dy - \\ & \frac{1}{R} D \nabla C^N N_i \Big|_{\Gamma} = 0 \end{aligned} \quad (7-299)$$

因为 N_i 仅仅在围绕节点 i 的拼块 D_i 上不为零,其他地方均为

零,故(7-299)式变为

$$\iint_{D_i} \left[\frac{DC^N}{Dt} + fC^N - W \right] N_i dx dy + \iint_{\Omega} \frac{1}{R} \underline{D} \nabla C^N \cdot \nabla N_i dx dy - \frac{1}{R} \underline{D} \nabla C^N \nabla N_i = 0 \quad (7-300)$$

设在拼块 D_i 上有 n 个三角形单元,而且 N_i 是按单元分片定义的,因此需逐个单元计算再求和:

$$\sum_{e=1}^n \left\{ \iint_e \left[\frac{DC^N}{Dt} + fC^N - W \right] N_i^e dx dy + \iint_e \frac{D}{R} \nabla C^N \cdot \nabla N_i^e dx dy \right\} = 0 \quad (7-301)$$

因为在三角形单元上

$$C^N(x, y, t) = N_i^e(x, y) C_i + N_j^e(x, y) C_j + N_k^e(x, y) C_k \quad (7-302)$$

式中 i, j, k 为三角形单元的三个节点。故

$$\begin{aligned} \nabla C^N \cdot \nabla N_i^e &= \frac{\partial C^N}{\partial x} \frac{\partial N_i^e}{\partial x} + \frac{\partial C^N}{\partial y} \frac{\partial N_i^e}{\partial y} = \left(\frac{\partial N_i^e}{\partial x} C_i + \frac{\partial N_j^e}{\partial x} C_j + \frac{\partial N_k^e}{\partial x} C_k \right) \left(\frac{\partial N_i^e}{\partial x} \right) \\ &+ \left(\frac{\partial N_i^e}{\partial y} C_i + \frac{\partial N_j^e}{\partial y} C_j + \frac{\partial N_k^e}{\partial y} C_k \right) \left(\frac{\partial N_i^e}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (7-303)$$

将式(7-170)和(7-171)代入式(7-303)中,得

$$\begin{aligned} \nabla C^N \cdot \nabla N_i^e &= \frac{1}{4(A^e)^2} [(b_i b_i + c_i c_i) C_i + (b_i b_j + c_i c_j) C_j + (b_i b_k \\ &+ c_i c_k) C_k] \end{aligned} \quad (7-304)$$

因此

$$\begin{aligned} \iint_e \frac{1}{R} \underline{D} \nabla C^N \cdot \nabla N_i^e dx dy &= \frac{D}{4A_e^e} [(b_i b_i + c_i c_i) C_i + (b_i b_j + c_i c_j) C_j \\ &+ (b_i b_k + c_i c_k) C_k] = D_{ii}^e C_i + D_{ij}^e C_j + D_{ik}^e C_k \end{aligned} \quad (7-305)$$

$$\iint_e \frac{DC}{Dt} N_i^e dx dy = \left. \frac{DC}{Dt} \right|_i \iint_e N_i^e dx dy = \frac{1}{3} A_e \left. \frac{DC}{Dt} \right|_i \quad (7-306)$$

因为

$$\iint_e N_i^e N_j^e dx dy = \frac{1}{12} A e \quad \text{当 } i \neq j \text{ 时 } (i, j, k \text{ 循环})$$

$$\iint_e (N_i^e)^2 dx dy = \frac{1}{6} A e \quad (i, j, k) \text{ 循环}$$

故

$$\begin{aligned} \iint_e f C^N N_i dx dy &= \iint_e f (N_i^e C_i + N_j^e C_j + N_k^e C_k) N_i^e dx dy \\ &= f^e \frac{A^e}{6} C_i + f^e \frac{A^e}{12} C_j + f^e \frac{A^e}{12} C_k = F_{ii}^e C_i + F_{ij}^e C_j + F_{ik}^e C_k \end{aligned} \quad (7-307)$$

$$\iint_e W N_i dx dy = \frac{1}{3} W A^e = W_i^e \quad (7-308)$$

将(7-305)至(7-308)式代入(7-301)式,有

$$\begin{aligned} \left. \frac{DC}{Dt} \right|_i &= \left(\sum_{e=1}^n \frac{A_e}{3} \right) + \sum_{e=1}^n [(F_{ii}^e + D_{ii}^e) C_i + (F_{ij}^e + D_{ij}^e) C_j + (F_{ik}^e + D_{ik}^e) C_k] \\ &= \sum_{e=1}^n W_i^e \end{aligned} \quad (7-309)$$

和前类似,水动力导数

$$\left. \frac{DC}{Dt} \right|_i = \frac{C_i^{k+1} - K_{ci}}{\Delta t}$$

中间浓度 K_{ci} 可用质点追踪方法确定。如用单步反向追踪法, K_{ci} 为 $k+1$ 时刻位于节点 i 上的移动质点, 在 k 时刻在另外单元上的浓度, 此时

$$\begin{aligned} K_{ci} &= C(\bar{x}_i^k, \bar{y}_i^k, t_k) \\ \begin{cases} \bar{x}_i^k = x_i^{k+1} - \int_{t_k}^{t_k^{k+1}} u_1^* dt \\ \bar{y}_i^k = y_i^{k+1} - \int_{t_k}^{t_k^{k+1}} u_2^* dt \end{cases} \end{aligned} \quad (7-310)$$

式中, $u^* = \frac{u}{R}$, 而 u_1^* 和 u_2^* 为 u^* 在 x 方向和 y 方向的分量。

如果 $\bar{x}_i^k, \bar{y}_i^k$ 落在某一单元 e^* 上, 如图 7-41, 则有

$$K_{ci} = N_i^* (\bar{x}_i^k, \bar{y}_i^k) C_i^* (t_k) + N_j^* (\bar{x}_i^k, \bar{y}_i^k) C_j^* (t_k) + N_k^* (\bar{x}_i^k, \bar{y}_i^k) C_k^* (t_k) \quad (7-311)$$

最后得

$$C_i^{k+1} \sum_{e=1}^n \frac{1}{3} A^e + \Delta t \sum_{e=1}^n [(F_{ii}^e + D_{ii}^e) C_i^{k+1} + (F_{ij}^e + D_{ij}^e) C_j^{k+1} + (F_{ik}^e + D_{ik}^e) C_k^{k+1}] = \sum_{e=1}^n W_i^e \Delta t + K_{ci} \sum_{e=1}^n \frac{1}{3} A^e \quad (7-312)$$

对于每一节点均可建立类似(7-312)的方程, 求解后即可得到各节点在 t_{k+1} 时刻的浓度。

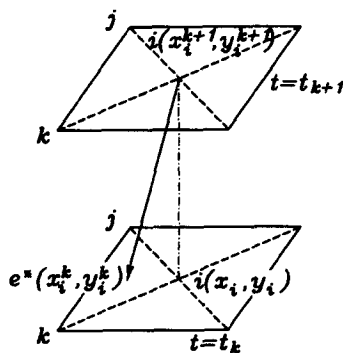


图 7-41 二维有限元问题的特征线

第六节 边界单元法

边界单元法 (Boundary element method) 也叫边界积分方程法, 简称边界元法。是 20 世纪 70 年代发展起来的一种数值方法。该法基于格林 (Green) 公式和定解问题的格林函数, 把原问题化为积分方程组的求解问题。一般它只需对计算区域的边界进行剖分, 求出边界上的未知量后, 再计算区域内部任一点的物理量。

一、边界单元法的基本原理

(一) 格林 (Green) 公式

格林公式建立了平面上二重积分和曲线积分之间的关系

$$\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} \right) dx dy = \oint_{\Gamma} [P \cos(n, x) + Q \cos(n, y)] ds \quad (7-313)$$

式中 Ω ——研究区域, 在区域内函数 P 和 Q 均有连续的一阶偏导数;

Γ ——区域的边界;

n —— Γ 的外法线方向。

如果令

$$P = u \frac{\partial v}{\partial x}, \quad Q = u \frac{\partial v}{\partial y}$$

u 和 v 为二个任意的二次可微函数, 则

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + u \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \\ \frac{\partial Q}{\partial y} &= \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} + u \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \end{aligned}$$

代入 (7-313) 式左端, 有

$$\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} \right) dx dy = \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right) dx dy + \iint_{\Omega} u \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) dx dy \quad \text{右}$$

端为

$$\oint_{\Gamma} [P \cos(n, x) + Q \cos(n, y)] ds = \oint_{\Gamma} u \left[\frac{\partial v}{\partial x} \cos(n, x) + \frac{\partial v}{\partial y} \cos(n, y) \right] ds = \oint_{\Gamma} u \frac{\partial v}{\partial n} ds$$

如果将

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \Delta v$$

式中 Δ 为拉普拉斯 (Laplace) 算子。并代入 (7-313) 式, 得

$$\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right) dx dy + \iint_{\Omega} u \cdot \Delta v dx dy = \oint_{\Gamma} u \frac{\partial v}{\partial n} ds \quad (7-314)$$

该式称为格林第一公式。

如果将 (7-314) 中的 u 和 v 的位置交换, 得

$$\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right) dx dy + \iint_{\Omega} v \cdot \Delta u dx dy = \oint_{\Gamma} v \frac{\partial u}{\partial n} ds \quad (7-315)$$

把 (7-314) 式减去 (7-315) 式, 得

$$\iint_{\Omega} (u \cdot \Delta v - v \cdot \Delta u) dx dy = \oint_{\Gamma} \left(u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} \right) ds \quad (7-316)$$

公式 (7-316) 称为格林第二公式。

(二) 二维和三维边界元的基本积分公式

1. 二维的边界积分方程

在 (7-316) 式中, 如果取

$$u = H, v = \ln r_{M_0 M}$$

式中 H —水头;

M_0 —基本点 (base point) 或称为固定点;

M —动点, 或称为场点 (field point);

$r_{M_0M} = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$ 为基本点至动点的距离。

由于 M 和 M_0 点均在同一的二维区域内,可能重合,则 v 在 M_0 点产生奇性。为此,我们作一个以 M_0 点为圆心, ε 为半径的圆 $C_\varepsilon^{M_0}$ 把 M_0 包围起来,如图 7-42。剩下的区域 $\Omega - C_\varepsilon^{M_0}$ 没有奇性,可以应用(7-316)式。此时的边界为 $\Gamma + \Gamma_\varepsilon$, Γ_ε 为圆 $C_\varepsilon^{M_0}$ 的边界。此时可得

$$\iint_{\Omega - C_\varepsilon^{M_0}} [H \Delta(\ln r_{M_0M}) - (\ln r_{M_0M}) \Delta H] dx dy = \oint_{\Gamma + \Gamma_\varepsilon} [H \frac{\partial}{\partial n}(\ln r_{M_0M}) - (\ln r_{M_0M}) \frac{\partial H}{\partial n}] ds \quad (7-317)$$

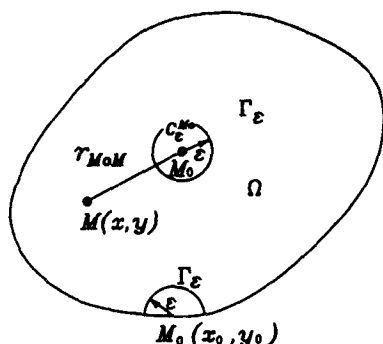


图 7-42 平面区域 $\Omega - C_\varepsilon^{M_0}$ 示意图

在区域 $\Omega - C_\varepsilon^{M_0}$ 中,二次可微函数 $\ln r_{M_0M}$ 称为格林函数,并且满足

$$\Delta(\ln r_{M_0M}) = 0$$

在内边界 Γ_ε 上,外法线 n 的方向指向圆心 M_0 ,与 r 的方向相反,故

$$\frac{\partial r}{\partial n} = \frac{\partial r}{\partial r}(-1) = -1$$

于是

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial n}(\ln r_{M_0M}) &= -\frac{\partial(\ln r_{M_0M})}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial n} = \frac{1}{r_{M_0M}} \\ \int_{\Gamma_\varepsilon} H \frac{\partial}{\partial n}(\ln r_{M_0M}) ds &= -\int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{1}{r_{M_0M}} H(M) ds = -\frac{1}{\varepsilon} H(M^*) 2\pi\varepsilon \\ &= -2\pi H(M^*)\end{aligned}\quad (7-318)$$

M^* 为圆周 Γ_ε 上的某一点。

$$\int_{\Gamma_\varepsilon} (-\ln r_{M_0M}) \frac{\partial H}{\partial n} ds = -\ln \varepsilon \frac{\partial H(M^*)}{\partial n} 2\pi\varepsilon \rightarrow 0 \quad (7-319)$$

将(7-318)和(7-319)式代入(7-317)中,并令 $\varepsilon \rightarrow 0$ 得

$$\begin{aligned}\iint_{\Omega} (-\ln r_{M_0M}) \Delta H dx dy &= \oint_{\Gamma} [H \frac{\partial}{\partial n}(\ln r_{M_0M}) - (\ln r_{M_0M}) \frac{\partial H}{\partial n}] ds - \\ &2\pi H(M_0)\end{aligned}$$

经整理后得到

$$\begin{aligned}H(M_0) &= \frac{1}{2\pi} \oint_{\Gamma} [H \frac{\partial}{\partial n}(\ln r_{M_0M}) - (\ln r_{M_0M}) \frac{\partial H}{\partial n}] ds + \frac{1}{2\pi} \\ &\iint_{\Omega} (\ln r_{M_0M}) \Delta H dx dy\end{aligned}\quad (7-320)$$

公式(7-320)称为二维的边界积分方程,它是二维边界元的基本积分公式。如果考虑更一般的情况,(7-318)式可写作

$$\oint_{\Gamma_\varepsilon} [H \frac{\partial}{\partial n}(\ln r_{M_0M})] ds = -\alpha_{M_0} H(M^*)$$

式中

$$\alpha_{M_0} = \begin{cases} 2\pi & M_0 \text{ 点在区域内部} \\ \pi & M_0 \text{ 点在边界上,边界光滑} \\ \text{角度的弧度} & M_0 \text{ 点为边界上的角点} \end{cases}$$

则(7-320)式变为

$$\alpha_{M_0} H(M_0) = \oint_{\Gamma} [H \frac{\partial}{\partial n}(\ln r_{M_0M}) - (\ln r_{M_0M}) \frac{\partial H}{\partial n}] ds +$$

$$\iint_{\Omega} (\ln r_{M_0 M}) \Delta H dx dy \quad (7-321)$$

如果水头满足拉普拉斯方程,则有

$$\Delta H = 0$$

(7-321)式变为

$$\alpha_{M_0} H(M_0) = \oint_{\Gamma} \left[H \frac{\partial}{\partial n} (\ln r_{M_0 M}) - (\ln r_{M_0 M}) \frac{\partial H}{\partial n} \right] ds \quad (7-322)$$

上式表明,如果知道了边界上的水头 H 或水头的一阶偏导数 $\frac{\partial H}{\partial n}$,用线积分可求出区域 Ω 内任一点的水头 H 值。然而为了问题的适定性,根据边界条件, H 和 $\frac{\partial H}{\partial n}$ 在边界的值只知其中之一。但公

式(7-322)指明了 H 和 $\frac{\partial H}{\partial n}$ 两者之间的关系。如果把 M_0 点取为边界节点 M_i ,可以通过(7-322)式求出边界上的另一个未知值。因此可以用 N 个节点将边界剖分,轮流将每一节点 M_i 取作基本点,建立一个形如(7-321)或(7-322)的一个方程, N 个节点可建立 N 个方程。联立求解上述的方程组,可求得另一未知值的唯一的解。然后将基本点 M_0 取在边界内,再利用以上公式可求出区域 Ω 内的任一点的水头。

2. 三维的边界积分方程

对于三维问题,格林第二公式变为

$$\iiint_{\Omega} (H \Delta v - v \Delta H) dx dy dz = \oint_{\Gamma} \left(H \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial H}{\partial n} \right) ds \quad (7-323)$$

式中 Ω 代表空间区域, s 为区域 Ω 的边界, ds 为曲面元素。

在空间情况下,我们取格林函数为

$$v(M_0, M) = \frac{1}{r_{M_0 M}}$$

显然, $v(M_0, M)$ 在 M_0 点也有奇性。和二维情况类似处理,作

一以 M_0 为球心, ε 为半径的小球 $C_\varepsilon^{M_0}$ 包围 M_0 点, 在剩下的区域 $\Omega - C_\varepsilon^{M_0}$ 应用格林第二公式, 经一系列推导, 最后得

$$\alpha_{M_0} H(M_0) = \oint_s \left[\frac{1}{r_{M_0 M}} \frac{\partial H}{\partial n} - H \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r_{M_0 M}} \right) \right] ds - \iiint_{\Omega} \frac{1}{r_{M_0 M}} \Delta H dx dy dz \quad (7-324)$$

式中

$$\alpha_{M_0} = \begin{cases} 4\pi & \text{当 } M_0 \text{ 点位于区域内部} \\ 2\pi & \text{当 } M_0 \text{ 点位于光滑的边界上} \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{A_\varepsilon}{\varepsilon^2} & \text{当 } M_0 \text{ 点在不光滑的边界上} \end{cases}$$

如果水头 H 满足拉普拉斯方程

$$\Delta H = 0$$

则(7-324)式简化为

$$\alpha_{M_0} H(M_0) = \oint_s \left[\frac{1}{r_{M_0 M}} \frac{\partial H}{\partial n} - H \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r_{M_0 M}} \right) \right] ds \quad (7-325)$$

(三) 二维拉普拉斯方程的边界积分方程的离散化和数值计算

将边界 Γ 剖分为有限多个点 $M_1, M_2, \dots, M_{N-1}, M_N$, 这些点称为节点(也称结点) 相邻两节点用直线段相连, 该直线段称为单元, 即边界单元。用各单元组成的折线 $M_1, M_2, \dots, M_{N-1}, M_N$ 代替原有的边界 Γ 。取节点 M_i 作为基本点 M_0 , 则(7-322)式变为

$$\alpha_i H(M_i) = \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} \left[H \frac{\partial}{\partial n} (\ln r_{M_0 M}) - (\ln r_{M_0 M}) \frac{\partial H}{\partial n} \right] ds \quad (7-326)$$

式中 α_i —— M_i 点对应的角度;

Γ_j ——第 j 号边界单元;

通过上式, 把边界上的曲线积分化为在 N 个直线段上的积分求和。

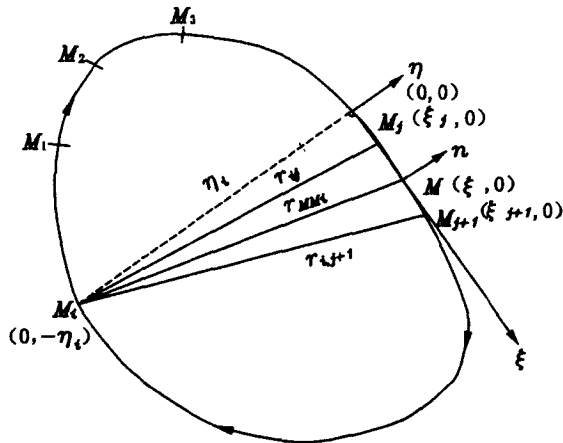


图 7-43 边界的离散

为了便于在直线段 $M_j M_{j+1}$ 上进行积分, 引进局部坐标系 (ξ, η) 。 ξ 轴为通过 $M_j M_{j+1}$ 两点的直线, η 轴为由 M_i 点向 ξ 轴作的垂直线, 垂足为原点, 见图 7-43。为了保证 η 轴的正向指向边界的外法线方向, 要求外边界节点编号顺序为顺时针的, 内边界节点编号为逆时针的。建立局部坐标系以后, 还假设任意单元 $M_j M_{j+1}$ 上的水头 H 及水头的法向导数 $\frac{\partial H}{\partial n}$ 是按线性规律变化:

$$H = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} [(H_{j+1} - H_j) \xi + (\xi_{j+1} H_j - \xi_j H_{j+1})] \quad (7-327)$$

$$\frac{\partial H}{\partial n} = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \left\{ \left[\left(\frac{\partial H}{\partial n} \right)_{j+1} - \left(\frac{\partial H}{\partial n} \right)_j \right] \xi + \left[\xi_{j+1} \left(\frac{\partial H}{\partial n} \right)_j - \xi_j \left(\frac{\partial H}{\partial n} \right)_{j+1} \right] \right\} \quad (7-328)$$

式中的 $(\xi_j, 0)$ 为 M_j 点的局部坐标, $(\xi_{j+1}, 0)$ 为 M_{j+1} 点的局部坐标, $(0, -\eta_i)$ 为 M_i 点的局部坐标。如果令

$$\begin{aligned}
 I_j^i &= \int_{\bar{V}} \left[H \frac{\partial}{\partial n} (\ln r_{M_i M}) - (\ln r_{M_i M}) \frac{\partial H}{\partial n} \right] ds \\
 &= \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \left[\frac{H}{r_{M_i M}} \frac{\partial r_{M_i M}}{\partial n} - (\ln r_{M_i M}) \frac{\partial H}{\partial n} \right] ds
 \end{aligned} \quad (7-329)$$

式中 $r_{M_i M} = \sqrt{\xi^2 + \eta_i^2}$

则(7-326)式可写成

$$\alpha_i H(M_i) = \sum_{j=1}^N I_j^i \quad (7-330)$$

因为 η 轴的方向和外法线方向相同, 则

$$\frac{\partial r_{M_i M}}{\partial n} = \frac{\partial r_{M_i M}}{\partial \eta_i} = \frac{\partial}{\partial \eta_i} [(\xi^2 + \eta_i^2)^{\frac{1}{2}}] = \frac{\eta_i}{r_{M_i M}} \quad (7-331)$$

将(7-327), (7-328)和(7-331)式代入(7-329)式, 经整理后得

$$\begin{aligned}
 I_j^i &= (H_{j+1} - H_j) \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \frac{\eta_i \xi}{r_{M_i M}^2} d\xi + (\xi_{j+1} H_j - \xi_j H_{j+1}) \times \\
 &\frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \frac{\eta_i}{r_{M_i M}^2} d\xi - \left[\left(\frac{\partial H}{\partial n} \right)_{j+1} - \left(\frac{\partial H}{\partial n} \right)_j \right] \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \xi \ln r_{M_i M} d\xi - \\
 &\left[\xi_{j+1} \left(\frac{\partial H}{\partial n} \right)_j - \xi_j \left(\frac{\partial H}{\partial n} \right)_{j+1} \right] \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \ln r_{M_i M} d\xi
 \end{aligned} \quad (7-332)$$

如果令

$$\begin{cases}
 I_{11}^{ij} = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \frac{\eta_i \xi}{r_{M_i M}^2} d\xi \\
 I_{12}^{ij} = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \frac{\eta_i}{r_{M_i M}^2} d\xi \\
 I_{21}^{ij} = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \xi \ln r_{M_i M} d\xi \\
 I_{22}^{ij} = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \ln r_{M_i M} d\xi
 \end{cases} \quad (7-333)$$

并经整理后得

$$I_j^i = (-I_{11}^{ij} + \xi_{j+1} I_{12}^{ij}) H_j + (I_{11}^{ij} - \xi_j I_{12}^{ij}) H_{j+1} - (-I_{21}^{ij} + \xi_{j+1} I_{22}^{ij}) \left(\frac{\partial H}{\partial n} \right)_j - (I_{21}^{ij} - \xi_j I_{22}^{ij}) \left(\frac{\partial H}{\partial n} \right)_{j+1} \quad (7-334)$$

把(7-334)式代入(7-330)式,得

$$\begin{aligned} \alpha_i H_i &= \sum_{j=1}^N [(-I_{11}^{ij} + \xi_{j+1} I_{12}^{ij}) H_j + (I_{11}^{ij} - \xi_j I_{12}^{ij}) H_{j+1}] - \\ &\sum_{j=1}^N [(-I_{21}^{ij} + \xi_{j+1} I_{22}^{ij}) \left(\frac{\partial H}{\partial n} \right)_j + (I_{21}^{ij} - \xi_j I_{22}^{ij}) \left(\frac{\partial H}{\partial n} \right)_{j+1}] \\ i &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (7-335)$$

对于每一个边界节点都可写出(7-335)式,得到 N 个方程的线性代数方程组,可解 N 个未知数。因此可以唯一地确定边界上另一个未知的边值数。然后令 $\alpha_i = 2\pi = \alpha_{M_0}$,把 M_0 点移到区域内待求水头的点,则利用

$$2\pi H(M_0) = \sum_{j=1}^N \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} [H \frac{\partial}{\partial n} (\ln r_{M_0 M}) - (\ln r_{M_0 M}) \frac{\partial H}{\partial n}] d\xi \quad (7-336)$$

即可解出区域内的未知水头。

积分 $I_{11}^{ij}, I_{12}^{ij}, I_{21}^{ij}, I_{22}^{ij}$ 的计算公式为

$$\begin{cases}
 \ddot{I}_{11} = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\eta_i}{\xi_{j+1} - \xi_j} \ln \left[\frac{\xi_{j+1}^2 + \eta_i^2}{\xi_j^2 + \eta_i^2} \right] & \text{当 } \eta_i \neq 0 \text{ 时} \\ 0 & \text{当 } \eta_i = 0 \end{cases} \\
 \ddot{I}_{12} = \begin{cases} \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \left[\tan^{-1} \left(\frac{\xi_{j+1}}{\eta_i} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\xi_j}{\eta_i} \right) \right] & \text{当 } \eta_i \neq 0 \\ 0 & \text{当 } \eta_i = 0 \end{cases} \\
 \ddot{I}_{21} = \frac{1}{4(\xi_{j+1} - \xi_j)} \{ (\xi_{j+1}^2 + \eta_i^2) [\ln(\xi_{j+1}^2 + \eta_i^2) - 1] - (\xi_j^2 + \eta_i^2) [\ln(\xi_j^2 + \eta_i^2) - 1] \} \\
 \ddot{I}_{22} = \frac{1}{2(\xi_{j+1} - \xi_j)} \{ \xi_{j+1} \ln(\xi_{j+1}^2 + \eta_i^2) - \xi_j \ln(\xi_j^2 + \eta_i^2) - 2(\xi_{j+1} - \xi_j) + 2\eta_i \left[\tan^{-1} \left(\frac{\xi_{j+1}}{\eta_i} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\xi_j}{\eta_i} \right) \right] \}
 \end{cases} \quad (7-337)$$

二、承压含水层中井群稳定流问题的边界单元分析

井群开采是开采地下水的主要方法。设平面区域内有 m 口井，井半径分别为 $r_1, r_2, \dots, r_m$ 。井壁圆周分别为 $s_1, s_2, \dots, s_m$ 。由井壁所包围的水井的圆形区域为 $c_1, c_2, \dots, c_m$ ，见图 7-44。因此除去井的区域

$$D = \Omega - \sum_{j=1}^m c_j$$

内，仍然是无源、汇的，满足拉普拉斯方程。 D 的边界条件为 $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + s_1 + s_2 + \dots + s_m$ 。此时，二维稳定井流的数学模型为

$$(A) = \begin{cases} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = \Delta H = 0 & \text{在 } D \text{ 内} & (7-338) \\ H = H_b & \text{在 } \Gamma_1 \text{ 上} & (7-339) \\ \frac{\partial H}{\partial n} = -q^* = -\frac{q}{T} & \text{在 } \Gamma_2 \text{ 上} & (7-340) \\ H = H_j & \text{在 } s_j \text{ 上 } (j = 1, 2, \dots, m) & (7-341) \\ \text{或 } \int_{s_j} \frac{\partial H}{\partial r} ds = Q_j^* = \frac{Q_j}{T} & (j = 1, 2, \dots, m) & (7-342) \end{cases}$$

Q_j 为 j 号水井的抽水量。

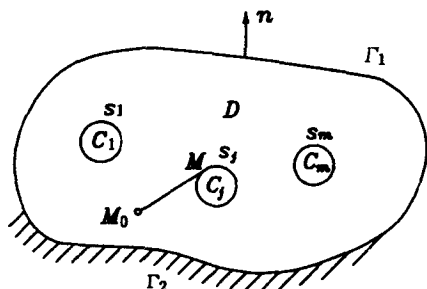


图 7-44 平面井流区域示意图

由 (7-322) 式

$$\alpha_{M_0} H(M_0) = \int_{\Pi + \Gamma_2} \left[H \frac{\partial}{\partial n} (\ln r_{M_0 M}) - (\ln r_{M_0 M}) \frac{\partial H}{\partial n} \right] ds + \sum_{j=1}^m \int_{s_j} \left[H \frac{\partial}{\partial n} (\ln r_{M_0 M}) - (\ln r_{M_0 M}) \frac{\partial H}{\partial n} \right] ds \quad (7-343)$$

由调和函数的性质可知,若 u 是区域 c_j 中的调和函数, s_j 为 c_j 的边界,则有

$$\int_{s_j} \frac{\partial u}{\partial n} ds = 0 \quad (7-344)$$

因为 $\ln r_{M_0 M}$ 是区域 c_j 中的调和函数,由 (7-344) 则有

$$\int_{s_j} H \frac{\partial}{\partial n} (\ln r_{M_0 M}) ds = 0 \quad (7-345)$$

因为 s_j 的圆心为 M_j , 而 $M_0 \in \Gamma, M \in s_j$, 故

$$\begin{aligned} \int_{s_j} (\ln r_{M_0 M}) \frac{\partial H}{\partial n} ds &\approx \ln r_{M_0 M_j} \int_{s_j} -\frac{\partial H}{\partial r} ds \\ &= -\ln r_{M_0 M_j} Q_j^* = -\frac{Q_j}{T} \ln r_{M_0 M_j} \end{aligned} \quad (7-346)$$

将(7-345)和(7-346)式代入(7-343), 得到

$$\begin{aligned} \alpha_{M_0} H(M_0) &= \int_{\Gamma} \left[H \frac{\partial}{\partial n} (\ln r_{M_0 M}) - \ln r_{M_0 M} \frac{\partial H}{\partial n} \right] ds + \\ &\quad \sum_{j=1}^m \frac{1}{T} Q_j \ln r_{M_0 M_j} \end{aligned} \quad (7-347)$$

方程(7-347)是二维的承压含水层中井群稳定流问题边界单元的基本公式。离散及计算的方法和上一节相同, 不再详述。

三、承压含水层中井群非稳定流问题的边界单元分析

二维非稳定流问题的边界元分析, 因为方程中包含有时间变量 t , 处理要复杂得多, 下面介绍两种方法。

(一) 拉普拉斯(Laplace)变换法

二维承压含水层中地下水非稳定流的数学模型如下

$$(B) \begin{cases} \Delta H + W = \frac{S}{T} \frac{\partial H}{\partial t} & (x, y) \in D, t > 0 \\ H = H_b & \text{在 } \Gamma_1 \text{ 上}, t > 0 \\ \frac{\partial H}{\partial n} = -q^* = -\frac{q}{T} & \text{在 } \Gamma_2 \text{ 上}, t > 0 \\ H(x, y, 0) = H_0(x, y) \\ \int_{s_j} T \frac{\partial H}{\partial r} ds = 2\pi T r_j \left. \frac{\partial H}{\partial r} \right|_{s_j} = Q \quad j = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (7-348)$$

式中 S ——贮水系数;

T ——导水系数;

W ——垂向的补给或排泄量；

H_b ——已知水头；

q ——已知流量；

Q_j —— j 号水井的抽水量；

n ——第二类边界的外法向。

对(7-348)式进行拉普拉斯变换,像函数 $\bar{H}$ 为

$$\bar{H} = \int_0^{\infty} H e^{-pt} dt \quad p > 0 \text{ 为变换参数。}$$

消去了时间变量 t ,得到像函数的数学模型为

$$\begin{cases} \Delta \bar{H} - \frac{S}{T} p \bar{H} + \frac{S}{T} H_0 + \bar{W} = 0 & \text{在 } D \text{ 内} \end{cases} \quad (7-349)$$

$$\begin{cases} \bar{H}_b = \frac{H_b}{p} & \text{在 } \Gamma_1 \text{ 上} \end{cases} \quad (7-350)$$

$$(C) \begin{cases} \frac{\partial \bar{H}}{\partial n} = -\frac{q}{p} & \text{在 } \Gamma_2 \text{ 上} \end{cases} \quad (7-351)$$

$$\begin{cases} 2\pi T r_j \frac{\partial \bar{H}}{\partial r} = \frac{Q_j}{p} & \text{在 } s_j \text{ 上 } (j = 1, 2, \dots, m) \end{cases} \quad (7-352)$$

对数学模型(C)用边界元法求解。

首先考虑方程

$$\Delta \bar{H} - \frac{S}{T} p \bar{H} = \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \quad (7-353)$$

的解为

$$G(M_0, M) = -K_0 \left(\left(\frac{S}{T} \right)^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_0 M} \right) \quad (7-354)$$

式中

$$r_{M_0 M} = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

K_0 为零阶的第二类变形贝塞尔(Bessel)函数。

当 $M \rightarrow M_0$ 时, $\left(\frac{S}{T} \right)^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_0 M} \rightarrow 0$,

而当 $x \rightarrow 0$ 时, 有 $K_0(x) \rightarrow \ln \frac{2}{x}$, 故 $M \rightarrow M_0$ 时, 有

$$G \rightarrow \ln 2 - \ln r_{M_0 M} - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{S}{T} p \right)$$

具有和 $\ln r_{M_0 M}$ 相同的奇性。为此, 和以前的处理方法类似, 作一个以 M_0 为圆心, ε 为半径的圆 $C_\varepsilon^{M_0}$ 把 M_0 包围起来, 记 $C_\varepsilon^{M_0}$ 的边界为 Γ_ε , 余下的区域 $D - C_\varepsilon^{M_0}$ 上可应用格林第二公式:

$$\iint_{D-C_\varepsilon^{M_0}} G \Delta \bar{H} dx dy = \oint_{\Gamma+\Gamma_\varepsilon} \left(\bar{H} \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \bar{H}}{\partial n} \right) ds + \iint_{D-C_\varepsilon^{M_0}} \bar{H} \Delta G dx dy \quad (7-355)$$

在 (7-349) 式的两边都乘以 G , 并在 $D - C_\varepsilon^{M_0}$ 上求积分:

$$\iint_{D-C_\varepsilon^{M_0}} G \left(\Delta \bar{H} - \frac{S}{T} p \bar{H} + \frac{S}{T} H_0 \right) dx dy + \iint_{D-C_\varepsilon^{M_0}} G \bar{W} dx dy = 0$$

将 (7-355) 式代入上式, 有

$$\oint_{\Gamma+\Gamma_\varepsilon} \left(\bar{H} \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \bar{H}}{\partial n} \right) ds + \iint_{D-C_\varepsilon^{M_0}} \bar{H} \left(\Delta G - \frac{S p}{T} G \right) dx dy + \iint_{D-C_\varepsilon^{M_0}} \frac{S}{T} H_0 G dx dy + \iint_{D-C_\varepsilon^{M_0}} G \bar{W} dx dy = 0 \quad (7-356)$$

因为 G 满足 (7-353) 式, 并且 $M \neq M_0$, 故有

$$\Delta G - \frac{S p}{T} G = 0$$

故 (7-356) 式可化为

$$\oint_{\Gamma+\Gamma_\varepsilon} \left(\bar{H} \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \bar{H}}{\partial n} \right) ds + \iint_{D-C_\varepsilon^{M_0}} \frac{S}{T} G H_0 dx dy + \iint_{D-C_\varepsilon^{M_0}} G \bar{W} dx dy = 0 \quad (7-357)$$

令圆 $C_\varepsilon^{M_0}$ 的半径 $\varepsilon \rightarrow 0$, 则

$$\int_{\Gamma_\varepsilon} \bar{H} \frac{\partial G}{\partial n} ds \rightarrow \bar{H}(M_0) (-2\pi) = -2\pi H(M_0)$$

$$\int_{\Gamma} G \frac{\partial \bar{H}}{\partial n} ds \rightarrow 0$$

式(7-357)变为

$$\oint_{\Gamma} \left(\bar{H} \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \bar{H}}{\partial n} \right) ds + \iint_D \frac{S}{T} G H_0 dx dy - 2\pi H(M_0) + \iint_D G \bar{W} dx dy = 0 \quad (7-358)$$

将 G 的表达式代入,最后得:

$$\begin{aligned} \alpha_{M_0} \bar{H}(M_0) &= \oint_{\Gamma} \left[\bar{H} p^{\frac{1}{2}} \left(\frac{S}{T} \right)^{\frac{1}{2}} K_1 \left(\left(\frac{S}{T} \right)^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_0 M} \right) \frac{\partial r_{M_0 M}}{\partial n} + \right. \\ &\quad \left. K_0 \left(\left(\frac{S}{T} \right)^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_0 M} \right) \frac{\partial \bar{H}}{\partial n} \right] ds - \iint_D K_0 \left(\left(\frac{S}{T} \right)^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_0 M} \right) \left(\frac{S}{T} H_0 + \bar{W} \right) dx dy \end{aligned} \quad (7-359)$$

式中

$$\alpha_{M_0} = \begin{cases} 2\pi & \text{当 } M_0 \text{ 在 } D \text{ 内} \\ \pi & \text{当 } M_0 \text{ 在光滑的边界上} \\ \text{夹角的弧度} & \text{当 } M_0 \text{ 在边界上, 而且为角点} \end{cases}$$

(7-359) 式为像函数的边界积分方程, 不论是否存在井群都适用。在井群抽水的情况下, 和稳定流的推导类似, 得到

$$\begin{aligned} \alpha_{M_0} \bar{H}(M_0) &= \oint_{\Gamma} \bar{H} p^{\frac{1}{2}} \left(\frac{S}{T} \right)^{\frac{1}{2}} K_1 \left(\left(\frac{S}{T} \right)^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_0 M} \right) \cos \psi ds + \\ &\quad \oint_{\Gamma} K_0 \left(\left(\frac{S}{T} \right)^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_0 M} \right) \frac{\partial \bar{H}}{\partial n} ds - \iint_D K_0 \left(\left(\frac{S}{T} \right)^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_0 M} \right) \left(\frac{S}{T} H_0 + \bar{W} \right) dx dy \\ &\quad - \frac{1}{T p} \sum_{j=1}^m Q_j K_0 \left(\left(\frac{S}{T} \right)^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_0 M} \right) \end{aligned} \quad (7-360)$$

式中 ψ ——为矢量 $M_0 M$ 与边界上 M 点的外法线方向 n 的夹角;

K_1 ——为一阶第二类变形贝塞尔(Bessel)函数。

在(7-360)式中右端第三项的二重积分

$$\iint_D K_0 \left(\left(\frac{S}{T} \right)^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_0 M} \right) \left(\frac{S}{T} H_0 + \bar{W} \right) dx dy$$

可用高斯求积公式计算。第一项和第二项的线积分可用边界元法计算。如给定了拉氏变换参数 p , 并且将边界 Γ 剖分成 N 段, 每段用直线代替原来的曲线边界, 并且假设在每一直线段上 $\bar{H}$ 和 $\frac{\partial \bar{H}}{\partial n}$ 均为线性变化, 引进局部坐标系 (ξ, η) 以后, 得到如下的计算公式

$$\begin{aligned} \alpha_i \bar{H}(M_i) = & \sum_{j=1}^N \{ [-A_{ij} + \xi_{j+1} B_{ij}, A_{ij} - \xi_j B_{ij}] \left\{ \frac{\bar{H}_j}{H_{j+1}} \right\} + [-C_{ij} + \\ & \xi_{j+1} D_{ij}, C_{ij} - \xi_j D_{ij}] \left\{ \left(\frac{\partial \bar{H}}{\partial n} \right)_j \right\} \} - \frac{1}{T} \sum_{j=1}^m K_0 \left(\left(\frac{S}{T} \right)^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_i M_j} \right) \frac{Q_j}{p} - \\ & \sum_{e=1}^{N_e} \left\{ \sum_{j=1}^n \bar{W}_j \left[\left(\left(\frac{S}{T} \right) H_0 + \bar{W} \right) K_0 \left(\left(\frac{S}{T} \right)^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_i M} \right) \right]_j \right\} A_e \\ & (i = 1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (7-361)$$

式中 M_i ——放在边界节点上的基本点 M_0 ;

α_i —— M_i 点的边界夹角;

N_e ——高斯-库柏公式求积分时剖分的三角形单元数, 一般情况等于边界节点数 N ;

$\bar{W}$ ——高斯-库柏求积公式的权重;

n ——高斯点的数目;

A_e ——高斯求积时三角形 e 的面积。

$$A_{ij} = \begin{cases} \left(\left(\frac{S}{T} \right)^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} \eta_i \right) \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} K_1 \left(\left(\frac{S}{T} \right)^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_i M} \right) \frac{\xi}{r_{M_i M}} d\xi & \text{当 } M_i \text{ 点不在 } \xi \text{ 轴上} \\ 0 & \text{当 } M_i \text{ 点在 } \xi \text{ 轴上} \end{cases} \quad (7-362)$$

$$B_{ij} = \begin{cases} \frac{(\frac{S}{T})^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} \eta_i}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} K_1((\frac{S}{T})^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_i M}) \frac{1}{r_{M_i M}} d\xi & \text{当 } M_i \text{ 点不在 } \xi \text{ 轴上} \\ 0 & \text{当 } M_i \text{ 点在 } \xi \text{ 轴上} \end{cases} \quad (7-363)$$

$$C_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} K_0((\frac{S}{T})^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_i M}) \xi d\xi & \text{当 } M_i \text{ 点不在 } \overline{M_j M_{j+1}} \text{ 单元上} \\ \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \left\{ \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} [K_0((\frac{S}{T})^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_i M}) + \ln r_{M_i M}] \xi d\xi - \right. \\ \quad \left. \frac{1}{2} \xi_{j+1}^2 \ln |\xi_{j+1}| + \frac{1}{4} \xi_{j+1}^2 \right\} & \text{当 } M_i \text{ 点位于 } M_j \text{ 点} \\ \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \left\{ \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} [K_0((\frac{S}{T})^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_i M}) + \ln r_{M_i M}] \xi d\xi + \right. \\ \quad \left. \frac{1}{2} \xi_j^2 \ln |\xi_j| - \frac{1}{4} \xi_j^2 \right\} & \text{当 } M_i \text{ 点位于 } M_{j+1} \text{ 点上} \end{cases} \quad (7-364)$$

$$D_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} K_0((\frac{S}{T})^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_i M}) d\xi & \text{当 } M_i \text{ 点不在 } \overline{M_j M_{j+1}} \text{ 单元上} \\ \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \left\{ \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} [K_0((\frac{S}{T})^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_i M}) + \ln r_{M_i M}] d\xi - \right. \\ \quad \left. \xi_{j+1} \ln |\xi_{j+1}| + \xi_{j+1} \right\} & \text{当 } M_i \text{ 点位于 } M_j \text{ 点} \\ \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \left\{ \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} [K_0((\frac{S}{T})^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} r_{M_i M}) + \ln r_{M_i M}] d\xi + \right. \\ \quad \left. \xi_j \ln |\xi_j| - \xi_j \right\} & \text{当 } M_i \text{ 点位于 } M_{j+1} \text{ 点上} \end{cases} \quad (7-365)$$

由(7-362)至(7-365)表达的积分 $A_{ij}, B_{ij}, C_{ij}, D_{ij}$ 的计算,可用 M. Abramowitz 和 L. A. Stegun 建议的多项式逼近公式(1974)计算。具体算法可参见《地下水运移模型》^[23] 第三章。

依次把 M_i 点放在 $1, 2, \dots, N$ 各节点, 则可得到 N 个方程, 组成一个 N 阶的线性方程组, 可求得未知的 $\bar{H}$ 和 $\frac{\partial \bar{H}}{\partial n}$ 的唯一解。然后把 M_i 放在区域内部待求点 M_0 , 即可解得水头像函数 $\bar{H}(M_0)$ 。若给出一组拉氏变换参数

$$\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$$

即可得到一组相应的像函数

$$\{\bar{H}(M_0, p_1), \bar{H}(M_0, p_2), \dots, \bar{H}(M_0, p_n)\}$$

对求得的像函数再反演为待求的水头函数 H , 一般利用数值反演方法。

由微分方程可知, 数学模型(B) 的解具有如下的级数形式

$$H(x, y, t) = H_s(x, y) + \sum_{i=1}^{\infty} a_i e^{-b_i t} \quad (7-366)$$

因为上式的级数是收敛的, 只要取前 n 项即可, 故

$$H(x, y, t) = H_s(x, y) + \sum_{i=1}^n a_i e^{-b_i t} \quad (7-367)$$

式中 $H_s(x, y)$ —— 当 $t \rightarrow \infty$ 时的稳定态解;

a_i, b_i —— 两组待定常数。

对(7-363) 式进行拉普拉斯变换, 得

$$\tilde{H}(x, y, p) = \frac{H_s}{p} + \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{b_i + p} \quad (7-368)$$

如果取

$$b_i = p_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

则有

$$\tilde{H}(x, y, p) = \frac{H_s}{p} + \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{p_i + p} \quad (7-369)$$

在上式中。如果 x, y 取待求点 $M_0(x_0, y_0)$, 并且分别取

$$p = p_1, p_2, \dots, p_n$$

一般取

$$p = 0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100, 1000,$$

则得

$$\begin{cases} \bar{H}(M_0, p_1) = \frac{H_s(M_0)}{p_1} + \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{p_i + p_1} \\ \bar{H}(M_0, p_2) = \frac{H_s(M_0)}{p_2} + \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{p_i + p_2} \\ \dots \\ \bar{H}(M_0, p_n) = \frac{H_s(M_0)}{p_n} + \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{p_i + p_n} \end{cases} \quad (7-370)$$

将上式左端的 $\bar{H}(M_0, p_i)$ 用边界元求得的 $\bar{H}(M_0, p_i)$ 代替, 则

$$\begin{cases} \bar{H}(M_0, p_1) = \frac{H_s(M_0)}{p_1} + \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{p_i + p_1} \\ \bar{H}(M_0, p_2) = \frac{H_s(M_0)}{p_2} + \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{p_i + p_2} \\ \dots \\ \bar{H}(M_0, p_n) = \frac{H_s(M_0)}{p_n} + \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{p_i + p_n} \end{cases} \quad (7-371)$$

(7-371) 式为只含有 n 个未知数 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 的 n 阶线性代数方程组, 可求得唯一的解, 求出 a_i 以后, 代入

$$H(M_0, t) = H_s(M_0) + \sum_{i=1}^n a_i e^{-p_i t} \quad (7-372)$$

即可求出 M_0 点的水头。因为 M_0 点的任意性, 故可求出区域内任意点的水头。但 (7-372) 式中还有一项 $H_s(M_0)$ 为稳定态的水头, 还要专门用边界元法求出。计算步骤和算例。请参看作者的《地下水运移模型》^[23] 一书。

(二) 时间差分法

拉普拉斯变换方法一方面计算相当繁复, 另一方面难以处理

随时间变化的入渗项,而实际的地下水入渗补给是季节性的,随时间强烈变化,因而限制了该法的实际应用。本节和以前几种数值方法一样,对 $\frac{\partial H}{\partial t}$ 用差分方法处理。

我们依旧用数学模型(B)

$$(B) \begin{cases} \Delta H + W = \frac{S}{T} \frac{\partial H}{\partial t} & (x, y) \in D, t > 0 \\ H = H_b & \text{在 } \Gamma_1 \text{ 上}, t > 0 \\ \frac{\partial H}{\partial n} = -\frac{q}{T} & \text{在 } \Gamma_2 \text{ 上}, t > 0 \\ H(x, y, 0) = H_0(x, y) & (x, y) \in D \\ \int_{s_j} T \frac{\partial H}{\partial r} ds = 2\pi T r_j \left. \frac{\partial H}{\partial r} \right|_{s_j} = Q & j = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (7-348)$$

对式中的 $\frac{\partial H}{\partial t}$ 近似用差分表示

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{H^{k+1} - H^k}{\Delta t}$$

因此,对(7-348)式中的微分方程,如取全隐式差分则有

$$\frac{\partial^2 H^{k+1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H^{k+1}}{\partial y^2} - \frac{SH^{k+1}}{T\Delta t} = -\frac{SH^k}{T\Delta t} - W^{k+1} \quad (7-373)$$

如果给定时间步长 Δt ,并且令

$$p = \frac{1}{\Delta t}; H_{ok} = \frac{H^k}{\Delta t}; H = H^{k+1}; W = W^{k+1}$$

然后进行如下的无量纲变换

$$t^* = \frac{Tt}{SL^2} \quad (7-374)$$

$$\begin{cases} H^* = \frac{H}{L} \\ x^* = \frac{x}{L} \\ y^* = \frac{y}{L} \\ r^* = \frac{r}{L} \end{cases} \quad (7-375)$$

$$Q^* = \frac{Q}{TL} \quad (7-376)$$

$$q^* = \frac{q}{T} \quad (7-377)$$

$$W^* = \frac{WL}{T} \quad (7-378)$$

以上各式中的 L 为特征长度,变换后(7-373)式为

$$\frac{\partial^2 H^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 H^*}{\partial y^{*2}} - p H^* = -H_{0k}^* - W^* \quad (7-379)$$

其定解条件相应为

$$\begin{cases} H^*(x, y, 0) = H_{0k}^*(x, y)/L \\ H^*|_{r_1} = \frac{H_b}{L} \\ \left. \frac{\partial H^*}{\partial n} \right|_{r_2} = q^* \\ \left. 2\pi r_j^* \frac{\partial H^*}{\partial r^*} \right|_{s_j} = Q_j^* \end{cases} \quad (7-380)$$

为简化起见,以后省去星号*,则数学模型为

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} - pH &= -H_{0k} - W & (7-381) \\ H(x, y, 0) &= \frac{H_{0k}(x, y)}{L} & (7-382) \\ H|_{r_1} &= \frac{H_b}{L} & (7-383) \\ \left. \frac{\partial H}{\partial n} \right|_{r_2} &= q & (7-384) \\ 2\pi r_j \left. \frac{\partial H}{\partial r} \right|_{s_j} &= Q_j & (7-385) \end{aligned} \right. \\
 (D) &
 \end{aligned}$$

先从下列方程

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} - pH = \delta(x - x_i, y - y_i) \quad (7-386)$$

的解为格林函数

$$G(M, M_i) = -K_0(p^{\frac{1}{2}} r_{M_i M})$$

式中 M_i ——基本点；

M ——动点；

$\delta(x - x_i, y - y_i)$ ——二维的 Dirac Delta 函数；

$K_0(p^{\frac{1}{2}} r_{M_i M})$ ——零阶第二类变形贝塞尔(Bessel)函数。

经一系列的推导后,得到如下的边界积分方程:

$$\begin{aligned}
 \alpha_i H(M_i) &= \int_{\Pi + r_2} \left\{ H \frac{\partial}{\partial n} [-K_0(p^{\frac{1}{2}} r_{M_i M})] + K_0(p^{\frac{1}{2}} r_{M_i M}) \times \right. \\
 &\quad \left. \frac{\partial H}{\partial n} \right\} ds - \sum_{j=1}^m K_0(p^{\frac{1}{2}} r_{M_i M_j}) Q_j - \iint_D (H_{0k} + W) K_0(p^{\frac{1}{2}} r_{M_i M}) dx dy \\
 & \quad (7-387)
 \end{aligned}$$

式中

$$\alpha_i = \begin{cases} 2\pi & \text{当 } M_i \text{ 在 } D \text{ 内部} \\ \pi & \text{当 } M_i \text{ 在光滑的边界上} \\ \text{夹角的弧度} & \text{当 } M_i \text{ 在边界上的角点} \end{cases}$$

在进行了离散化并引进局部坐标系以后,得

$$\begin{aligned} \alpha_i H(M_i) = & \sum_{j=1}^N \{ [-A_{ij} + \xi_{j+1} B_{ij}, A_{ij} - \xi_j B_{ij}] \left\{ \frac{H_j}{H_{j+1}} \right\} \} \\ & + [-C_{ij} + \xi_{j+1} D_{ij}, C_{ij} - \xi_j D_{ij}] \left\{ \left(\frac{\partial H}{\partial n} \right)_j \right\} \\ & \left\{ \left(\frac{\partial H}{\partial n} \right)_{j+1} \right\} \\ & - \sum_{e=1}^{N_e} \left\{ \sum_{j=1}^n \omega_j [(H_{0k} + W) K_0(p^{\frac{1}{2}} r_{M_i M_j})] \right\} A_e \\ & - \sum_{j=1}^m K_0(p^{\frac{1}{2}} r_{M_i M_j}) Q_j \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (7-388) \end{aligned}$$

(7-388)式符号的意义和(7-361)式相同,计算也和拉普拉斯变换法类似,但省去了数值反演,计算较为简单,还可处理随时间变化的入渗 W 。

第七节 有限分析法

有限分析法是20世纪80年代发展起来的一种半解析半数值计算方法。首先将研究区域离散化,把总体区域划分为许多小区域,在这些小区域上求满足某种近似边界条件下的局部解析解,然后从局部解析解建立起离散节点上函数之间的代数关系式。该法对于椭圆型方程和抛物型方程常常比较有效。

一、有限分析法的基本原理

作为例子,考察图7-45的矩形区域,若地下水流满足泊松

(Poisson) 方程

$$\Delta H + R = 0 \quad (7-389)$$

把区域剖分为正交网格,见图 7-45 a,编号和有限差分相同, y 轴方向为 i , x 轴方向为 j ,相邻的 4 个网格构成一个单元,如图 7-45 b。任取一个单元,其中心节点 P 为 8 个节点包围。如果以方向标记,则东(E),西(W),南(S),北(N),中(C)。8 个节点为 $NE(i+1, j+1)$, $EC(i, j+1)$, $SE(i-1, j+1)$, $SC(i-1, j)$, $SW(i-1, j-1)$, $WC(i, j-1)$, $NW(i+1, j-1)$, $NC(i+1, j)$ 。节点间的距离,用 l 和 h 表示。

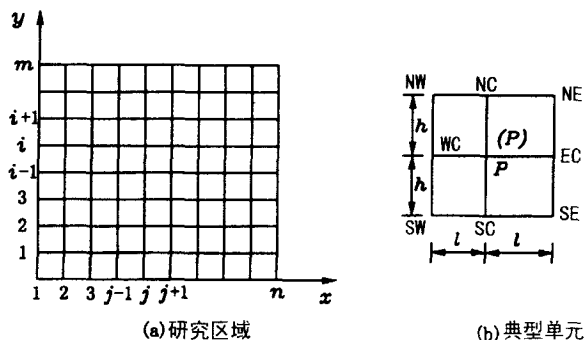


图 7-45 研究区域及剖分形式

(根据《水文地质计算》)

(一) 一个单元的解析解

任取一个单元并作如下假设:①局部线性化。即地下水运动方程在所考察单元上为线性微分方程。②边界近似。即单元的 4 条边界的边界条件可以写成函数形式,如为二次多项式

$$f_E(y) = a_0 + a_1 y + a_2 y^2 \quad (7-390)$$

或线性指数型函数

$$f_E(y) = a_0 + a_1 y + a_2 e^{a_3 y} \quad (7-391)$$

式中 $f_E(y)$ ——东部边界的边界函数；

$a_0, a_1, a_2, \dots$ ——系数, 由东边界三个节点的水头 H 确定。

其余的三个边界 $f_W(y)$, $f_W(x)$, $f_E(x)$ 也类似。

一个单元的局部解析解有如下形式：

$$H(x, y) = f(H_{EC}, H_{WC}, H_{NC}, H_{SC}, H_{NE}, H_{NW}, H_{SW}, H_{SE}, x, y, l, h, R) \quad (7-392)$$

R 代表垂直方向上的水量交换。

(二) 代数方程的建立

(7-392) 式为一个单元内任意点的局部解析解, 对于单元内的中心节点 $P(i, j)$, 式(7-392)可写成

$$H(p) = C_{EC}H_{EC} + C_{NE}H_{NE} + C_{SE}H_{SE} + C_{NC}H_{NC} + C_{NW}H_{NW} + C_{WC}H_{WC} + C_{SW}H_{SW} + C_{SC}H_{SC} + C_p R_p \quad (7-393)$$

也可写成

$$H_{i,j} = C_{i,j+1}H_{i,j+1} + C_{i+1,j+1}H_{i+1,j+1} + C_{i-1,j+1}H_{i-1,j+1} + C_{i+1,j}H_{i+1,j} + C_{i+1,j-1}H_{i+1,j-1} + C_{i,j-1}H_{i,j-1} + C_{i-1,j-1}H_{i-1,j-1} + C_{i-1,j}H_{i-1,j} + C_p R_p \quad (7-394)$$

式中的 C_{EC} 和 $C_{i,j+1}$ 等等代表水头前的系数。为了对下一个节点 EC

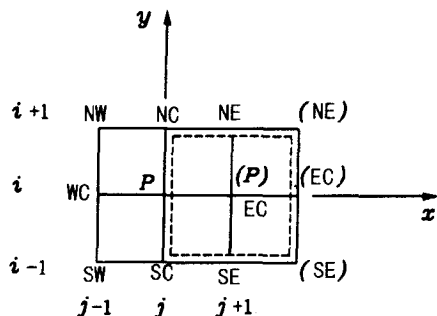


图 7-46 新单元将前一单元覆盖一半

(根据《水文地质计算》)

建立方程, 把原单元向东移动半个单元, 见图 7-46 中的虚线。新

单元覆盖了前一单元的一半。

另外从(7-394)式和二维有限差分的(7-64)式对比可以看出,有限差分法 P 点水头仅受相邻的4个节点(即相当于 NC , EC , SC , WC 4点)的影响,而有限分析法四周8个节点都要对 P 点的水头影响。

二、稳定流问题的有限分析法

设有一非均质各向异性含水层中的二维稳定流问题,当坐标轴取主轴方向时,数学模型如下:

$$(E) \quad \begin{cases} \frac{\partial}{\partial x}(K_x \frac{\partial H}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(K_y \frac{\partial H}{\partial y}) = 0 & \text{在 } D \text{ 内} \\ H = H_0 & \text{在 } \Gamma_1 \text{ 上} \\ K_x \frac{\partial H}{\partial x} \cos(n, x) + K_y \frac{\partial H}{\partial y} \cos(n, y) = q_0 & \text{在 } \Gamma_2 \text{ 上} \end{cases} \quad (7-395)$$

式中符号同前。

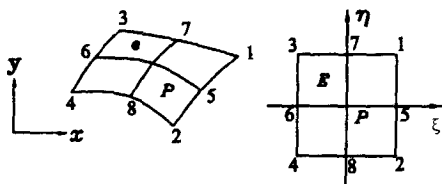
有限分析法要求单元网格必须是矩形。为此对不规则的求解区域可用两种方法将它变为矩形。(1)用边界拟合坐标,将不规则区域变换成矩形区域。(2)引进局部坐标系,将整体坐标下的任意四边形单元变换成局部坐标下的正方形单元。两种方法的求解结果完全一样。

(一)局部坐标变换

下面介绍用局部坐标法求解。局部坐标见图7-47。

有如下关系:

$$\begin{cases} x = \sum_{i=1}^9 N_i(\xi, \eta) x_i \\ y = \sum_{i=1}^9 N_i(\xi, \eta) y_i \end{cases} \quad (7-396)$$



(a) x - y 平面四边形单元 (b) ξ - η 平面正方形单元

图 7-47 局部坐标变换

(根据《水文地质计算》)

式中 x_i, y_i —— 节点 i 的 x, y 坐标 ($i = 1, 2, \dots, 9$);

$N_i(\xi, \eta)$ —— 形状函数, 其表达式如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_1(\xi, \eta) = \frac{1}{4}\xi\eta(\xi + 1)(\eta + 1) \\ N_2(\xi, \eta) = \frac{1}{4}\xi\eta(\xi + 1)(\eta - 1) \\ N_3(\xi, \eta) = \frac{1}{4}\xi\eta(\xi - 1)(\eta + 1) \\ N_4(\xi, \eta) = \frac{1}{4}\xi\eta(\xi - 1)(\eta - 1) \\ N_5(\xi, \eta) = \frac{1}{2}\xi(\xi + 1)(1 - \eta^2) \\ N_6(\xi, \eta) = \frac{1}{2}\xi(\xi - 1)(1 - \eta^2) \\ N_7(\xi, \eta) = \frac{1}{2}\eta(1 - \xi^2)(\eta + 1) \\ N_8(\xi, \eta) = \frac{1}{2}\eta(1 - \xi^2)(\eta - 1) \\ N_9(\xi, \eta) = (1 - \xi^2)(1 - \eta^2) \end{array} \right. \quad (7-397)$$

将(7-396)式对局部坐标求导, 并将中心点 P 的坐标 ($\xi = 0, \eta = 0$) 代入, 则在 P 点有

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial \xi} = \frac{1}{2}(x_5 - x_6) ; & \frac{\partial x}{\partial \eta} = \frac{1}{2}(x_7 - x_8) \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} = \frac{1}{2}(y_5 - y_6) ; & \frac{\partial y}{\partial \eta} = \frac{1}{2}(y_7 - y_8) \\ \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} = x_5 - 2x_9 + x_6 ; & \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} = x_7 - 2x_9 + x_8 \\ \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} = y_5 - 2y_9 + y_6 ; & \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} = y_7 - 2y_9 + y_8 \\ \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} = \frac{1}{4}(x_1 - x_2 - x_3 + x_4) ; & \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} = \frac{1}{4}(y_1 - y_2 - y_3 + y_4) \end{cases} \quad (7-398)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} = x_5 - 2x_9 + x_6 ; \quad \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} = x_7 - 2x_9 + x_8 \\ & \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} = y_5 - 2y_9 + y_6 ; \quad \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} = y_7 - 2y_9 + y_8 \\ & \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} = \frac{1}{4}(x_1 - x_2 - x_3 + x_4) ; \quad \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} = \frac{1}{4}(y_1 - y_2 - y_3 + y_4) \end{aligned} \quad (7-399)$$

再应用多元函数求导数法则求得

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial x} = \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial H}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial H}{\partial \eta} \right) / J \\ \frac{\partial H}{\partial y} = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial H}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial H}{\partial \xi} \right) / J \end{cases} \quad (7-400)$$

式中 J 为雅可比(Jacobi)行列式,有

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{vmatrix} \quad (7-401)$$

对水头 H 进一步求导,有

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = & \left[\left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \frac{\partial^2 H}{\partial \xi^2} - 2 \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 H}{\partial \xi \partial \eta} + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 \frac{\partial^2 H}{\partial \eta^2} \right] / J^2 + \\ & \left\{ \left[\frac{\partial^2 \gamma}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 - 2 \frac{\partial^2 \gamma}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 \right] \times \right. \\ & \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial H}{\partial \xi} - \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial H}{\partial \eta} \right) + \left[\frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 - 2 \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \right. \\ & \left. \left. \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 \right] \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial H}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial H}{\partial \xi} \right) \right\} / J^3 \quad (7-402) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = & \left[\left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 \frac{\partial^2 H}{\partial \xi^2} - 2 \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial^2 H}{\partial \xi \partial \eta} + \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 \frac{\partial^2 H}{\partial \eta^2} \right] / J^2 + \\ & \left\{ \left[\frac{\partial^2 \gamma}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 - 2 \frac{\partial^2 \gamma}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 \right] \times \right. \\ & \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial H}{\partial \xi} - \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial H}{\partial \eta} \right) + \left[\frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 - 2 \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \right. \\ & \left. \left. \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 \right] \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial H}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial H}{\partial \xi} \right) \right\} / J^3 \quad (7-403) \end{aligned} \right.$$

将(7-402)和(7-403)式代入(7-395)式,在一个单元上 K_x, K_y 可看作常量,得

$$\alpha_1 \frac{\partial^2 H}{\partial \xi^2} - 2\alpha_2 \frac{\partial^2 H}{\partial \xi \partial \eta} + \alpha_3 \frac{\partial^2 H}{\partial \eta^2} + \beta_1 \frac{\partial H}{\partial \xi} + \beta_2 \frac{\partial H}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{在 } E \text{ 上}) \quad (7-404)$$

式中

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_1 &= \left[K_x \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 + K_y \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 \right] / J^2 \\ \alpha_2 &= \left[K_x \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} + K_y \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right] / J^2 \\ \alpha_3 &= \left[K_x \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 + K_y \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 \right] / J^2 \end{aligned} \right. \quad (7-405)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \beta_1 = & \left[K_y \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + K_x \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \right] \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \right) - \\ & 2 \left(K_y \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} + K_x \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} \right) + \\ & \left[K_y \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + K_x \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 \right] \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \right) \Big/ J^3 \\ \beta_2 = & - \left[K_y \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + K_x \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \right] \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \right) - \\ & 2 \left(K_y \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} + K_x \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} \right) + \\ & \left[K_y \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + K_x \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 \right] \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \right) \Big/ J^3 \end{aligned} \right. \quad (7-406)$$

(二) 有限分析数值解

将中心点 P 处的导数值(7-398)和(7-399)代入(7-405)和(7-406)式,记系数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1$ 和 β_2 为 $\alpha_{1p}, \alpha_{2p}, \alpha_{3p}, \beta_{1p}$ 和 β_{2p} 。因为单元 e 足够小,可将(7-404)式的变系数方程常系数化,并将混合导数 $\frac{\partial^2 H}{\partial \xi \partial \eta}$ 进行差分近似,从而得到单元 E 上的方程

$$\frac{\partial^2 H}{\partial \xi^2} + C_p \frac{\partial^2 H}{\partial \eta^2} - 2A_p \frac{\partial H}{\partial \xi} - 2B_p C_p \frac{\partial H}{\partial \eta} = -F_p \quad (\text{在 } E \text{ 上}) \quad (7-407)$$

式中

$$\left\{ \begin{aligned} A_p &= -\frac{\beta_{1p}}{2\alpha_{1p}} \\ B_p &= -\frac{\beta_{2p}}{2\alpha_{2p}} \\ C_p &= \frac{\alpha_{3p}}{\alpha_{1p}} \end{aligned} \right. \quad (7-408)$$

A_p, B_p, C_p 均为常数,而

$$F_p = -\frac{\alpha_{2p}}{2\alpha_{1p}}(H_1 - H_2 - H_3 + H_4) \quad (7-409)$$

含有待定的函数值。因此方程(7-407)是非齐次的,为了将该方程齐次化,引进变换

$$H(\xi, \eta) = \hat{H}(\xi, \eta) + \frac{F_p \cdot (A_p \xi + B_p \eta)}{2(A_p^2 + B_p^2 \cdot C_p)} \quad (7-410)$$

并将(7-410)代入(7-407)式,得到

$$\frac{\partial^2 \hat{H}}{\partial \xi^2} + C_p \frac{\partial^2 \hat{H}}{\partial \eta^2} - 2A_p \frac{\partial \hat{H}}{\partial \xi} - 2B_p C_p \frac{\partial \hat{H}}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{在 } E \text{ 上}) \quad (7-411)$$

为了能在单元 E 上求得方程(7-411)式的解析解,可以利用单元边界节点处的待定函数值构造四条边上的近似边界条件,比如取分段指数常数型函数,北部边界取

$$\hat{H}(\xi, 1) = \begin{cases} \frac{e^{2A_p} \hat{H}_7 - \hat{H}_1}{e^{2A_p} - 1} + \frac{\hat{H}_1 - \hat{H}_7}{e^{2A_p} - 1} e^{2A_p \xi} & \xi \in [0, 1] \\ \frac{e^{2A_p} \hat{H}_3 - \hat{H}_7}{e^{2A_p} - 1} + \frac{e^{2A_p}(\hat{H}_7 - \hat{H}_3)}{e^{2A_p} - 1} e^{2A_p \xi} & \xi \in [-1, 0] \end{cases} \quad (7-412)$$

东部边界取

$$\hat{H}(1, \eta) = \begin{cases} \frac{e^{2B_p} \hat{H}_5 - \hat{H}_1}{e^{2B_p} - 1} + \frac{\hat{H}_1 - \hat{H}_5}{e^{2B_p} - 1} e^{2B_p \eta} & \eta \in [0, 1] \\ \frac{e^{2B_p} \hat{H}_2 - \hat{H}_5}{e^{2B_p} - 1} + \frac{e^{2B_p}(\hat{H}_5 - \hat{H}_2)}{e^{2B_p} - 1} e^{2B_p \eta} & \eta \in [-1, 0] \end{cases} \quad (7-413)$$

南部边界和西部边界依此类推。

用分离变量法,可求得方程(7-411)的解:

$$\hat{H}(\xi, \eta) = e^{A_p \xi + B_p \eta} \sum_{n=1}^{\infty} \{ [D_{1n} \text{sh} \mu_n(\eta + 1) + D_{2n} \text{sh} \mu_n(\eta - 1)] \sin \lambda_n(\xi) \}$$

$$+ 1) + [D_{3n} \text{sh} \mu'_n (\xi + 1) + D_{4n} \text{sh} \mu'_n (\xi - 1)] \sin \lambda_n (\eta + 1) \} \quad (\text{在 } E \text{ 上}) \quad (7-414)$$

式中的福里哀(Fourier)系数 $D_{1n}, D_{2n}, D_{3n}, D_{4n}$ 可由形如(7-412)和(7-413)的四个边界条件求得,不过内含单元边界节点的待定函数值。

$$\lambda_n = \frac{(2n-1)}{2} \pi \quad (7-415)$$

$$\mu_n = \sqrt{(A_p^2 + B_p^2 C_p + \lambda_n^2) / C_p} \quad (7-416)$$

$$\mu'_n = \sqrt{A_p^2 + B_p^2 C_p + \lambda_n^2 C_p} \quad (7-417)$$

我们只要单元中心点 p 处的(7-414)式,该处 $\xi = 0, \eta = 0$,再利用(7-410)式,便得到离散的代数方程

$$H_p = \sum_{i=1}^8 \phi_i H_i \quad (7-418)$$

称为有限分析格式,系数 ϕ_i 称为有限分析系数,其表达式为

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_1 = e^{-A_p - B_p} G - \frac{\alpha_{2p}}{2\alpha_{1p}} C_f \\ \phi_2 = e^{-A_p + B_p} G + \frac{\alpha_{2p}}{2\alpha_{1p}} C_f \\ \phi_3 = e^{A_p - B_p} G + \frac{\alpha_{2p}}{2\alpha_{1p}} C_f \\ \phi_4 = e^{A_p + B_p} G - \frac{\alpha_{2p}}{2\alpha_{1p}} C_f \\ \phi_5 = e^{-A_p} G_B \\ \phi_6 = e^{A_p} G_B \\ \phi_7 = e^{-B_p} G_A \\ \phi_8 = e^{B_p} G_A \end{array} \right. \quad (7-419)$$

式中

$$C_f = \frac{1}{[A_p^2 + B_p^2 C_p]} [A_p \operatorname{sh} A_p (2G \operatorname{ch} B_p + G_B) + B_p \operatorname{sh} B_p \times (2G \operatorname{ch} A_p + G_A)] \quad (7-420)$$

$$G = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2 \operatorname{ch} A_p \operatorname{ch} B_p} - \left(\frac{A_p}{\operatorname{sh} A_p} E_2 + \frac{B_p}{\operatorname{sh} B_p} E'_2 \right) \right] \quad (7-421)$$

$$\begin{cases} G_A = A_p \coth A_p \cdot E_2 \\ G_B = B_p \coth B_p \cdot E'_2 \end{cases} \quad (7-422)$$

$$\begin{cases} E_2 = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\operatorname{ch} \mu_i (A_p^2 + \lambda_i^2)} \\ E'_2 = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\operatorname{ch} \mu'_i (B_p^2 + \lambda_i^2)} \end{cases} \quad (7-423)$$

有限分析系数的物理意义代表 P 点周围 8 个节点的水头对中心点水头 H_p 的“贡献”。对于每一个内节点都可以列出 (7-418) 式, 得到一个方程组。求解得到的线性方程组, 就可得到问题的解。

(三) 边界条件的处理

边界条件的处理和网格中心节点的有限差分法类似。如果为第一类边界, 只要将边界上的已知水头代入方程式 (7-418) 即可。对于第二类边界, 则要向边界外映射一系列虚节点, 如图 7-48 所示。

如果边界处为 n 列, 则虚节点为 $n+1$ 列, 则有

$$\frac{H_{i,n+1} - H_{i,n-1}}{2\Delta x} = \frac{q_b}{T_x} \quad (7-424)$$

式中 q_b ——边界上已知的法向单宽流量, $[L^2 T^{-1}]$;

T_x ——水平方向的导水系数, $[L^2 T^{-1}]$ 。

如为隔水边界, 则有

$$H_{i,n+1} = H_{i,n-1} \quad (7-425)$$

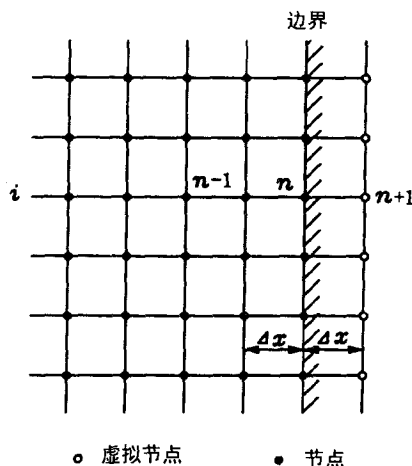


图 7-48 虚拟边界示意图

三、非稳定流问题的有限分析法

非稳定流问题的数学模型如下:

$$(F) \begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) = S \frac{\partial H}{\partial t} & \text{在 } D \text{ 内, } t > 0 \quad (7-426) \\ H = H_1 & \text{在 } \Gamma_1 \text{ 上, } t > 0 \quad (7-427) \\ T_x \frac{\partial H}{\partial x} \cos(n, x) + T_y \frac{\partial H}{\partial y} \cos(n, y) = q & \text{在 } \Gamma_2 \text{ 上, } t > 0 \quad (7-428) \\ H = H_0 & \text{在 } D \text{ 内, } t = 0 \quad (7-429) \end{cases}$$

方程式(7-426)的左边,和稳定流法类似,可以推得在 $k+1$ (即 $t + \Delta t$) 时刻的有限分析格式为

$$H_p^{k+1} = \sum_{i=1}^8 \phi_i H_i^{k+1} \quad (7-430)$$

右端的 $\frac{\partial H}{\partial t}$ 项,可近似用中心点处的差分代替

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{H_p^{k+1} - H_p^k}{\Delta t} \quad (7-431)$$

将上述结果分别代入(7-426)式的左、右两端,经推导后得

$$H_p^{k+1} = \left[\sum_{i=1}^8 \phi_i H_i^{k+1} + \frac{C_f S}{\Delta t \cdot \alpha_{1p}} H_p^k \right] \left/ \left(1 + \frac{C_f S}{\Delta t \cdot \alpha_{1p}} \right) \right. \quad (7-432)$$

只要已知 k 时刻的水头 H^k , 即可求解(7-432)式的线性方程组, 可求得 $k+1$ 时刻的水头 H^{k+1} 的分布。只要时间步长 Δt 满足

$$\Delta t < \frac{1}{2 \text{Max} |\alpha_{2p}|} \quad (7-433)$$

有限分析格式(7-432)是稳定的。

类似地,对于溶质运移问题的对流弥散方程,也可求出有限分析解。兹不赘述。

第八章 地下水资源

第一节 地下水资源的概念

一、水资源的重要性

水资源通常指可以得到逐年恢复和更新的淡水的水量。水资源是人类赖以生存的最重要的自然资源之一。人不可一日无水,而且随着地球上人口的增加以及对舒适和卫生要求的提高,对水资源的需求愈来愈大。联合国的一份研究报告说,50年后水将比金子还贵重,比石油更具有战略意义。联合国粮农组织警告说,到2025年全球饮用水将不够所有人使用。据德国专家估计,到2025年约有30亿人(即全球人口的三分之一)没有足够的、干净的饮用水。前联合国秘书长加利曾预言“中东的下一场战争将是一场争夺水的战争”。

我国的水资源状况比全世界平均状况更严重。我国的平均降水量比全世界平均值少21.5%,径流深度比世界平均值少12%。由于我国人口众多,按人口平均占有的径流量不足世界平均值的四分之一。而且时空分布很不均匀。北方的黄、淮、海流域,人口约占全国的30%,耕地面积接近40%,而径流量仅占全国的5%~6%。由于季风气候的影响,降水集中于汛期的6~9月。汛期降水量约占全年的70%~80%。在夏季的用水高峰季节,河流往往断流干涸,供水不得不依靠地下水。即使在江南水网地区,由于地面水严重污染,已形成了水质型缺水问题。许多地面水源已不能满足饮用水、城市供水、生活用水的水质标准,也不得不开采地

下水。因此地下水已成为我国最重要的水资源之一。

地下水资源是指存在于地壳表层可以恢复更新的地下淡水的水量。从世界平均和全国平均看来,地下水资源约占总水资源量的30%左右。

二、地下水资源的特点

地下水资源既不同于矿产资源,也不同于地面水资源,有它自己的特点。认识这些特点,有助于合理开发和保护地下水资源。这些特点概括如下:

(1)地下水资源是一种可恢复的资源。这一点是地下水资源和地面水资源的共性,但和矿产资源有重大的区别。矿产资源都是以前的地质年代形成的,储量一定,采一点就少一点,是一种消耗性的资源。不仅固体矿产如此,就是石油、天然气、卤水等流体矿产也是不可恢复的。但地下水资源的形成过程现在还在继续进行,开采一定水量以后,地下水资源仍能不断地得到补充。只要开采量控制在一定范围以内,可以长期开采,地下水源源不断地得到补充而不至于造成枯竭。当然如果开采不合理,大量超采,也可能造成地下水资源的消耗甚至于枯竭。

(2)地下水资源具有较大的储量和较大的调蓄能力。这是地下水资源和地面水资源、尤其是河水资源的一个重要的区别。全球河网水的储量为 $2.1 \times 10^{12} \text{ m}^3$, 约占全球淡水储量的0.03%;淡水湖泊水的储量为 $91 \times 10^{12} \text{ m}^3$, 约占全球淡水储量的0.26%;地下600m深度以内的地下水中淡水储量为 $10530 \times 10^{12} \text{ m}^3$, 约占全球淡水总量的30.1%,约为河网水储量的五千倍。因为储量大,可以以丰补歉,进行水源的调节。如在干旱年份或干旱季节,可以使地下水的开采量大于补给量,进行超采,动用储存量进行供水。但在洪水年份或季节,把用不了的大气降水或地面水引入地下,补充以前消耗了的地下水,使地下水资源恢复。这样可以充分发挥

水资源的效益。

(3)地下水的更新期长,资源量比较稳定。地下水的平均更新期长达1400年,而地面河网水只有16天,湖泊水为17年。地下水的更新期为河网水的三万倍。也就是说现在的地下水资源是通过一千多年的时间形成的。因此,当年大气降水量的多寡,河水的丰枯,对地下水资源有影响,但没有对地面水资源影响那么大,因此地下水的资源量比较稳定。我国的地表水资源在时间分布上很不均匀。丰水年(频率为20%)和特枯年(频率为95%)年径流量的比值,在华北和东北地区的主要河流一般为2.7~4,而年径流最大值和最小值之比,均大于4,个别可达10~20。由于季风气候,年内的水量分配也很不均匀。若以汛期和枯季的日径流量进行对比,可相差数十倍甚至百倍以上。干旱季节,华北、东北地区许多地表水流干涸。而在汛期,洪水时间短、流量大、含砂量大,不易控制利用。洪水流量在地面水资源中占有相当大的比重。而供水工程,尤其是生活和工业供水,要求供水量连续而稳定。所以对于不太大的河流,要求兴建水利工程对地面水资源进行调蓄后才能加以利用。而地下水资源由于更新期长,则水资源量要稳定得多。即使是受降水影响较大的潜水,丰水年和特枯年有效入渗补给量的比值,在我国北方地区一般为1.4~1.8,比地面水要稳定。

华北地区大的岩溶泉域,泉流量受前数年甚至十余年降水的影响,当年的丰枯状况对泉流量没有太大的影响。至于深层承压水更是如此,即使当年非常干旱,承压含水层仍能提供丰富的地下水资源。

(4)地下水的水质较好而且不易受污染。一般说来地下水的矿化度略高于地面水,但没有含砂量问题。许多河流有含砂量问题。我国黄河在中游地区,含砂量可达 $100\text{kg}/\text{m}^3$ 以上,辽河和海、滦河的部分地区亦可达 $10\sim 100\text{kg}/\text{m}^3$,难以直接作为供水水源,供水时要采取沉砂净化措施。地下水不仅没有含砂量问题,而且

地质结构也有利于水源保护。承压水由于上部有不透水的顶板,有利于防止地表污水入渗污染地下水。潜水和地表面之间存在一个厚度不等的包气带,地表的污水或其他污染物在到达潜水面以前要经过包气带。由于包气带土颗粒的吸附和离子交换,可以截留一部分污染物。由于化学和微生物的作用,可以使一部分污染物降解。总之,这些作用会使地下水污染减轻,也有利于地下水资源的防护。

(5)地下水是地球水循环中的一个环节。地下水资源和大气水资源、土壤水资源、地面水资源密切联系和相互转化。地下水主要是现代和地质历史时期的大气降水渗入地下形成的。地下水资源的丰富与否,主要和大气降水直接或间接的入渗补给量大小有关。归根结底,地下水来源于大气降水。而部分地下水又通过潜水蒸发返回到大气中。无论是降水的入渗补给或潜水蒸发,水分都要通过包气带,即都要经过土壤水这一环节。至于地下水和地面水的联系和转化关系,就更密切了。山区河流流出山口进入平原时,在冲积扇顶部发生河水的大量渗漏,转变成地下水。这在我国太行山东麓、秦岭北麓、祁连山北麓普遍存在。因此地下水补给量中有一部分来源于地面水。我国有许多泉水就是河流的源头,而且河流的基流也来源于地下水的排泄,故江河的径流中包含有一部分的地下水排泄量。

三、地下水资源的分类

到目前为止我国还没有一个统一的、公认的地下水资源分类。在此处仅仅介绍几种有代表性的分类方案。

(一)四大储量分类法

在20世纪的50、60年代直到70年代的初期,我国的地下水资源分类曾经原封不动地照搬前苏联的地下水储量分类^[105]。该方法将地下水资源称为地下储量,并将它分类为动储量、静储量

(永久储量)、调节储量和开采储量 4 类。经过长期使用以后,发现不少问题,如分类中有许多重复量,没有说明应用条件等等。在 20 世纪 70 年代,这种分类法在我国不再被采用。

(二)城市地下水工程与管理手册的分类

这一分类是许多供水水文地质勘察规范如 *GBJ27-88* 和 *DZ44-86* 采用的分类,《城市地下水工程与管理手册》也推荐这一分类^[10]。在我国许多实际的地下水供水工程中用得较多。

该分类将地下水资源分为:

1. 补给量

指天然状态或开采条件下,单位时间从下列途径进入含水层(带)的水量。

(1) 地下水径流的流入;

(2) 降水渗入;

(3) 地表水渗入;

(4) 越层(越流)补给;

(5) 人工补给。

2. 储存量

指储存于含水层内的重力水体积。

3. 允许开采量

也称可开采量。指通过技术经济合理的取水构筑物,在整个开采期内出水量不会减少,动水位不超过设计要求,水质和水温度变化在允许范围内,不影响已建水源地正常开采,不发生危害性的环境地质现象的前提下,单位时间从水文地质单元或取水地段中能够取得的水量。

(三)供水水文地质手册的分类

分类可用下表表示

地下水资源分类表	补给量	天然补给量
		开采补给量
		人工补给量
	储存量	容积储存量
		弹性储存量
	消耗量	天然消耗量
		允许开采量

这种分类法和第二种分类相似,但更详细一些。在补给量中除天然补给量和人工补给以外,还考虑开采补给量。开采补给量是开采条件下夺取的额外补给量,如傍河取水夺取的地表水补给量。把储存量再细分为容积储存量和弹性储存量。容积储存量指将含水层疏干时所能得到的重力水体积。弹性储存量指将含水层水头降至顶板时,由于含水层骨架的压缩和水的弹性膨胀所释放出来的水量。潜水含水层常考虑容积储存量,而承压含水层常考虑弹性储存量。在消耗量中,除了允许开采量以外,还指出了天然消耗量。天然消耗量包括潜水蒸发、泉与河流的基流等等,在地下水开采以前是实际存在的,并且从多年平均看是等于补给量的。而允许开采量在地下水开发以前并没有实际存在,而是为了合理开发地下水人为地确定的一个量,它是地下水资源评价的核心。只要地下水的实际开采量不超过允许开采量,地下水资源可以恢复,可以长期开采,不会产生有危害性的环境问题,也不影响已建水源地的正常生产。每一个水源地或水文地质单元在正式开发前,都应评价允许开采量。允许开采量的大小主要取决于补给量(包括天然补给量和开采补给量)的大小,但比补给量小。只有当开采补给量较大时,允许开采量才可能等于或大于天然补给量。

第二节 地下水资源评价

一、补给量的评价

对于各种来源的补给量,分别进行计算。

(一)水平方向的补给量

这主要指区外的地下水径流的流入或地表水的渗入。在数学模型中一般作为边界条件处理,根据不同的情况,可作为第一类、第二类或第三类边界条件。如边界上有地下水位的长期观测资料,或边界为河、湖等地表水体,有水位观测资料,而且地表水体切穿整个含水层,而且底部和侧向没有弱透水的淤积物,则可作为第一类边界条件。边界的补给量在数值计算时可以算出。如有可能求出边界流量的,则可作为第二类边界,边界的区外地下水或地表水的流入量可用达西公式计算:

$$Q = LbKI \quad (8-1)$$

式中 Q ——边界流入量, $[L^3T^{-1}]$;

L ——边界长度, $[L]$;

b ——含水层厚度, $[L]$;

K ——渗透系数, $[LT^{-1}]$;

I ——水力坡度,无量纲。

因此,要用(8-1)式计算边界的流入量,必须通过水文地质调查或勘探,求得边界附近含水层的渗透系数和地下水的水力坡度,才有可能计算。如果 K 、 I 、 b 三项在边界上变化较大,则可以分段进行计算,然后求和。在数值计算时,采用第二类边界条件,即法向流量 q_n 已知,

$$q_n = q \cos \theta \quad (8-2)$$

式中

$$q = \frac{Q}{L} = bKI;$$

θ ——水力坡度方向和边界外法向的夹角。

(二) 垂直方向的补给量

垂直方向的补给量一般可表达为下式

$$W = W_p + W_i + W_R + W_L \quad (8-3)$$

式中 W ——单位面积上单位时间的垂直方向补给量, $[LT^{-1}]$;

W_p ——降水入渗补给量, $[LT^{-1}]$;

W_i ——灌溉回渗补给量, $[LT^{-1}]$;

W_R ——地表水渗漏补给量, $[LT^{-1}]$;

W_L ——越流(越层)补给量, $[LT^{-1}]$ 。

如果存在垂向的补给量,则二维的地下水运动方程(6-51)

变为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial H}{\partial y} \right) + W = S \frac{\partial H}{\partial t} \quad (8-4)$$

如为稳定流,则为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial H}{\partial y} \right) + W = 0 \quad (8-5)$$

当垂向补给量 W 不是常数时,方程(8-4)和(8-5)很难求得解析解,一般用数值方法求解。在进行数值计算时,要事先求出 W ,即求出(8-3)式右端各项,现分述如下:

1. 降水入渗补给量的计算

目前国内常用的降水入渗补给量 W_p 的计算公式如下

$$W_p = \alpha P \quad (8-6)$$

式中 P ——降水量, $[LT^{-1}]$;

α ——降水入渗补给系数,无量纲。

降水入渗补给系数严格说来不是常数,不仅随地点而变,而且

随时间而变,干旱季节和丰水季节不同,全年和汛期也不同。因为雨水落到地面,首先为洼地和植被拦蓄,渗入地下以后,首先使包气带的水分到达田间持水量,多余部分才能补给地下水。在干旱的情况下,消耗于上述两部分的水比较多,而补给地下水的比较少。而在雨季,地面和包气带都比较潮湿,截留的水分少,补给地下水的就多。因此,如果数值计算的时间步长为月,则要求出按月的降水入渗补给系数 α ,如按季度作为时间步长,则要求出各季的 α 。不能在旱季和汛期都用全年的降水入渗补给系数,这样误差较大。降水入渗补给系数的确定方法,请参考作者的另一部书《地下水资源评价》^[22],在此不再赘述。

请注意:降水入渗补给系数和降水入渗系数在概念上是有差别的。降水入渗补给系数是指降水后渗入地下补给地下水的水量和降水量的比值。而降水入渗系数是指降水后渗入地下的水量和降水量之比。渗入地下的水量包括两部分,一部分补给地下水,另一部分停留在包气带中,补充包气带的水分。尤其在干旱时期,后一部分占有相当大的比例。因此降水入渗补给系数要比降水入渗系数小。

2. 灌溉回渗补给量的计算

灌溉的水量并不能完全被作物吸收利用,总有一部分水回渗到地下补给地下水。回渗补给地下水水量的大小和灌溉的类型和方式有关。如为水田,则好几个月长期有水,旱作则地是干的,只有灌溉时才有水。采用大水漫灌,则回渗补给地下水的水量多。如采用喷灌或滴灌,则回渗到地下水的水量很少。

灌溉回渗补给量 W_I 的计算公式如下:

$$W_I = \beta I \quad (8-7)$$

式中 I ——灌溉水量,量纲要化为 $[LT^{-1}]$;

β ——灌溉回渗系数,无量纲。

β 值要根据作物的类型、灌溉方式和定额,由试验确定。

3. 河流渗漏补给量的计算

如果河流较大,常年有水,而且切割含水层的深度较大。此时在河流两岸地下水位不连续,这一类河流通常作为边界,用第一类或第三类边界条件,不在此讨论范围。在我国许多地方,尤其是北方存在有间歇性的季节河流,河床宽而浅平,平时干涸,汛期时河床和大面积的漫滩为洪水淹没,河水入渗补给地下水。河水与河床下的地下水位脱节,如图 8-1。

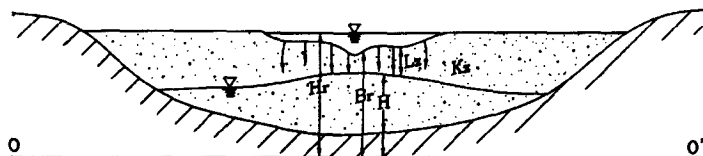


图 8-1 间歇性河流渗漏补给示意图

此时河流不再是边界而是垂直方向的补给带。此时河流渗漏补给量总量 Q_r 为

$$Q_r = AK_z \frac{H_r - H}{L_z} = AK_z \frac{H_r - H}{B_r - H} \quad (8-8)$$

式中 A ——河水淹没面积, $[L^2]$;
 K_z ——含水层的垂向渗透系数, $[LT^{-1}]$;
 H_r ——河水位, $[L]$;
 H ——地下水位, $[L]$;
 L_z ——由河底至地下水面的距离, $[L]$;
 B_r ——河床标高, $[L]$ 。

如进行数值计算,则要在河床的单元上,加上河流渗漏补给量 W_R ,

$$W_R = \frac{Q_r}{A} = K_z \frac{H_r - H}{B_r - H} \quad (8-9)$$

为简化计算,分母中的 H 可取前一时段的已知值。

4. 越流补给量的计算

如果主含水层(开采含水层)上、下都存在越流,则单位时间单位面积的越流补给量 W_L 为

$$W_L = K_1 \frac{H_1 - H}{b_1} + K_2 \frac{H_2 - H}{b_2} \quad (8-10)$$

式中 K_1, K_2 ——上、下弱透水层的垂向渗透系数, $[LT^{-1}]$;

b_1, b_2 ——上、下弱透水层的厚度, $[L]$;

H_1 ——上部含水层的水头, $[L]$;

H_2 ——下部含水层的水头, $[L]$ 。

如果垂向的补给量仅仅只有越流,把(8-10)式加到基本微分方程(6-51)的左端,即得越流含水层的基本微分方程(6-56)式。

二、储存量的计算

(一) 容积储存量的计算

容积储存量 V_B , 当含水层厚度或给水度不同时, 要分区计算。一般按下式

$$V_B = \sum_{i=1}^n A_i b_i \mu_i \quad (8-11)$$

式中 n —— 计算分区的数目;

A_i —— 第 i 计算区的面积, $[L^2]$;

b_i —— 第 i 计算区的含水层厚度, $[L]$;

μ_i —— 第 i 计算区的给水度。

(二) 弹性储存量的计算

弹性储存量按下式计算

$$V_E = \sum_{i=1}^n A_i (H_i - c_i) S_i \quad (8-12)$$

式中 V_E ——弹性储存量, $[L^3]$;
 n ——计算分区的数目;
 A_i ——第 i 计算区的面积, $[L^2]$;
 H_i ——第 i 区的承压水位标高, $[L]$;
 c_i ——第 i 区的承压含水层顶板标高, $[L]$;
 S_i ——第 i 区的储水系数。

三、允许开采量的评价

允许开采量亦称可开采量。前已述及,允许开采量的评价是地下水资源评价的核心。一个水源地的地下水资源评价必须评价允许开采量,否则水源地不允许开采。

(一) 允许开采量的分级

允许开采量评价的精度根据国家标准——地下水资源分类分级标准 GB15218-94,可分为 A、B、C、D、E 5 级,每一级都与地下水资源调查和勘探的一定级别相对应,并且有一定的应用范围。

A 级允许开采量是经过多年开采验证的地下水允许开采量,是水源地扩建勘探报告提交的允许开采量。要求水源地经过勘探和 3 年以上的连续开采及水位、开采量、水质动态的观测,并有水源地 1:1 万或 1:2.5 万的水文地质图,该量可作为水源地合理开采和改建、扩建工程设计以及年度计划开采分配和管理的依据。

B 级允许开采量是水源地勘探报告提交的允许开采量。对通过详查或已选定的水源地,进一步布置一些勘探工程和水文地质试验,开展 1 年以上的地下水动态观测,制作了 1:1 万或 1:2.5 万的水源地水文地质图,针对一些关键性的问题,开展了专题研究。在水文地质条件复杂而且需水量接近允许开采量的条件下,进行了大流量长时间的群井开采试验。B 级允许开采量可作为水源地及其主体工程设计的依据。

C 级允许开采量是水源地详查报告或区域水文地质详查报告

提交的地下水资源量,水文地质图的比例尺分别为1: 2.5万和1: 5万。该级别地下水允许开采量的水文地质研究程度为:通过水文地质测绘、物探、单孔抽水试验,多孔抽水试验(即带观测孔的单孔抽水),水质分析,半年以上(包含枯水期)的地下水动态观测,基本查明了主要含水层的空间分布、水力联系、导水性、水质特征和边界条件。基本掌握了地下水的补给、径流、排泄条件,对地下水的开发利用现状、规划及存在的问题进行了详细的调查和了解。该级允许开采量可作为城镇、厂矿供水总体规划,水源地及其主体工程的可行性研究以及编制水源地勘探设计书的依据。在水文地质条件十分复杂,经过勘探还不能确定B级允许开采量,则C级可以作为试采的依据。当需水量明显小于允许开采量时,C级允许开采量也可作为水源建设的依据。

D级允许开采量是区域水文地质普查报告或水源地普查报告提交的地下水资源量。水文地质图的比例尺分别为1: 20万和1: 5万。其水文地质研究程度为:在搜集已有的气象、水文、区域地质条件等资料的基础上,进行水文地质或地质-水文地质综合测绘,初步查明主要含水层的埋藏条件、分布规律、富水程度、水质类型、动态规律,在代表性地段进行物探和单孔抽水试验,圈出宜井区。该级允许开采量可作为规划的依据以及编制详查设计和水源地初步可行性研究的依据。

E级允许开采量是大面积的区域水文地质调查报告估计的地下水资源量。相应的水文地质图的比例尺为1: 50万,可作为大区远景规划和农业区划的依据和水文地质普查设计的依据。

从20世纪90年代以后,A、B、C三级允许开采量,甚至包括部分D级允许开采量,都利用数学模型的数值解法进行计算。

(二)用数值法计算允许开采量的步骤

用数学模型的数值解法计算允许开采量的过程,大致可分为以下几步:

(1) 进行水文地质调查(根据级别不同,分别进行普查、详查、勘探等),取得计算所必需的原始资料。

(2) 建立概念性模型和数学模型。

(3) 进行反演计算,校正模型,并确定水文地质参数。

(4) 进行正演计算,确定允许开采量,并进行地下水位预测。

兹分述如下。

1. 收集数值计算所必需的资料

按我国目前的常用做法,数值计算一般在水文地质调查(普查、详查、勘探)以后进行,通常已经有了水文地质图,根据水文地质图圈定计算区的范围和边界。当含水层为“无限”含水层时,可以在抽水影响区以外人为地划定边界。因为我国的地下水资源是按行政区域(省、地(市)、县(市))进行管理的,有时必须按行政区域计算地下水资源,则以行政区域的边界作为计算的边界。确定了计算区域以后,要根据水文地质图确定计算的承压含水层的顶、底板高程及计算的潜水含水层的底板高程。如为一个潜水转变为承压水含水层,则要大致确定潜水和承压水分界线的位置。在数值计算过程中,根据地下水位 H 和承压水顶板标高的对比,确定地下水处于承压或无压状态,从而决定计算参数取给水度 μ 或储水系数 S 。同时要根据计算区内部的岩性界线以及以前的抽水试验,划出非均质性的分区和分层,并且根据以前的调查资料,给出各层或各区的参数的初值。对于承压含水层隔水顶板缺失地点,即所谓“天窗”的位置,它是上、下两含水层间通道,也要圈定。源汇项:计算时的源汇项指垂直方向的补给量和排泄量。天然补给量及其计算方法上节中已有论述。人工补给量指回灌量一般都有记录可查。排泄量主要为二项,一为潜水蒸发。蒸发量的大小和潜水埋藏深度及岩性有关,因此必须取得潜水埋藏深度或潜水面标高和地面标高资料及蒸发量资料。二为开采量。所以必须进行研究区的开采量调查。如为对水源地的群井抽水试验进行数值

计算,则在抽水开始前要查清所有的其他开采量,并且抽水期间要查清其他开采量的变化情况。如进行区域的数值计算,则要组织专门的开采量调查。开采量调查的准确性很重要,如开采量不准,则数值计算的结果必然有较大的误差。当然,降水量的资料以及灌溉水量的资料也都是很必要的。必须取得和计算时段相应的降水量和灌溉水量的资料。为了正确的数值预报,长系列的降水量资料是必需的。

2. 建立概念性模型和数学模型

根据以上资料,首先建立水文地质概念模型,它反映计算区的主要水文地质特点。在此基础上建立数学模型。数学模型主要包括微分方程、初始条件和边界条件。

关于微分方程,在第六章中已经作了详细的论述,在此不再重复。初始条件是计算开始时刻的水头而非地下水的原始状态。我国大部分地区地下水均已开采多年,无法也没有必要了解地下水的初始状态。如果是对于群井抽水进行数值计算,则在抽水开始前应当进行一次地下水位统测,以统测求得的水位标高作为初始水位。当节点比较多时,可用线性插值求出各个节点的初始水位。如果是对一个区域(一个水文地质单元或一个行政区域)进行数值计算,则应专门组织一次地下水位统测,求出初始时刻地下水面的高程。当实在无法测得初始水位时,可在非补给期地下水位相对稳定的时段作为初始时刻,用数值计算出来的稳定流水位作为初始水位。

边界条件的确定对于数值计算的结果影响很大,所以水文地质调查中应当注重对边界的调查,投入比较多的工作量。如边界为河流或湖泊,则应调查河、湖有没有切割或切穿含水层,河底或河岸有没有弱透水的淤泥层的堆积,在河、湖上设置二个以上的水尺、观测河水位的变化。或者定期进行水文测验,测定河水的渗漏量。如果将河流水位作为第一类边界水位,表明河水可以无限制

地供应地下水水源,即不论地下水开采多少水它都能供应。因此,当河流在一年中的某一季节流量较少,或河流只切割含水层厚度的一部分,或河底有淤泥时,取第一类边界应当慎重。当含水层延展较远时,应在未来开采影响范围以外,布置一些钻孔进行地下水位长期观测,以观测水位作为第一类边界水位。也应当在边界上布置一些抽水试验,求得边界附近的含水层渗透系数和厚度,以便作为第二类边界时估计边界的流量。

3. 反演计算

反演计算也称解逆问题,或称模型校正 (Calibration) 和检验 (Verification)。主要目的是为了检查数学模型的适用性和正确性并反求有关的参数。其工作量大概要占整个数值计算的工作量的 80% ~ 90%。

反演计算有直接法和间接法两种,目前常用间接法。间接法是在计算区选定若干个观测孔,进行群井抽水时的实际水位的观测。对于数学模型给出初始的分区和参数的初值,进行数值计算,算出观测孔的水位,并将计算水位和实测水位相比较,目标函数通常为

$$E = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (H_{i,j}^c - H_{i,j}^o)^2 \quad (8-13)$$

式中 E ——目标函数;

n ——观测井数;

m ——计算时段数;

$H_{i,j}^c$ ——第 i 口井 j 时段的计算地下水位, $[L]$;

$H_{i,j}^o$ ——第 i 口井 j 时段的实测地下水位, $[L]$ 。

在计算初期,计算水位和实测水位往往差异较大,目标函数大,应不断调整模型、分区和参数,使目标函数达到极小,则反演计算结束。

反演计算最后得到的参数值,往往和水文地质调查和抽水试

验的值不一样,这是正常的。因为抽水试验得到的是个别点的值,而反演得到的值更多反映区域的影响。

4. 正演计算

正演计算也叫模型的预报(Prediction)。一般也有两种方法。一种是先给定地下水开采方案,用数值计算求出区域地下水位的分布。然后不断调整开采方案,使地下水位分布合理化,此时的地下水开采量即为允许开采量,另一种是先给出开采以后允许的地下水位,再来决定开采量和开采方案,此时的开采量即为允许开采量。无论那一种方法,允许开采量都是和开采方案相联系的。

利用数值方法计算开采量,不仅可以求出多年平均情况下的允许开采量,还可求出不同的降水频率(即不同丰水程度年份)和频率组合情况下的允许开采量。

具体的数值计算方法见第七章。

第三节 地下水资源的开发利用

查明了地下水的允许开采量以后,要建设取水工程,对地下水资源进行开发利用。除了直接引泉以外,一般都要建造地下水取水构筑物。主要有管井、大口井、辐射井、渗渠等。各种地下水取水构筑物的型式及其适用范围见表8-1。

表 8-1 地下水取水构筑物的型式及适用范围

型式	尺寸	深度	适用范围				出水量
			地下水类型	地下水埋深	含水层厚度	水文地质特征	
管井	井径 50~1000mm, 常用 150~600mm	井深 20~1000m, 常用在 300m 以内	潜水, 承压水, 裂隙水, 岩溶水	200m 以内, 常用在 70m 以内	大于 5m 或有多层含水层	适用于任何砂、卵石、砾石地层及构造裂隙、岩溶裂隙地带	单井出水量 500~6000m ³ /d, 最大可达 2~3 万 m ³ /d
大口井	井径 2~10m, 常用 4~8m	井深在 20m 以内, 常用 6~15m	潜水、承压水	一般在 10m 以内	一般为 5~15m	砂、卵石、砾石地层, 渗透系数最好在 20m/d 以上	单井出水量 500~10000m ³ /d, 最大为 2~3 万 m ³ /d
辐射井	集水井直径 4~6m, 辐射管直径 50~300mm, 常用 75~150mm	集水井井深常用 3~12m	潜水、承压水	埋深 12m 以内, 辐射管距降水层应大于 1m	一般大于 2m	补给良好的中粗砂、砾石层, 但不可含有漂石	单井为 5000~50000m ³ /d, 最大为 310000m ³ /d
渗渠	直径为 450~1500mm, 常用 600~1000mm	埋深 10m 以内, 常用 4~6m	潜水、河床渗透水	一般埋深 8m 以内	一般为 4~6m	补给良好的中粗砂砾石、卵石层	一般为 10~30m ³ /d·m, 最大为 50~100m ³ /d·m

(根据《城市地下水工程与管理手册》)

下面对各种主要的地下水取水构筑物分述如下。

一、管 井

管井是使用最广泛的地下水取水构筑物。它口径小, 深度大, 一般用水井钻机成井。管井占国内外取水构筑物中的大部分。其结构一般如图 8-2 所示。

管井一般在水井内安装井管, 如含水层为沙层或沙砾层等松散沉积层, 则必须安装井管。如果含水层为基岩的裂隙含水层或岩溶含水层, 井壁稳定, 而且大裂隙和溶洞中又没有松散充填物,

也可以不安装井管。井管由三部分组成:井壁管、过滤器和沉淀管。

井壁管的功用是保护井壁,管内安装水泵的出水管,材料常用钢管和铸铁管,有时也用钢筋混凝土管、塑料管和玻璃钢管等。根据水井出水量的大小和井壁管的材料,井壁管的直径一般为6吋到20吋。

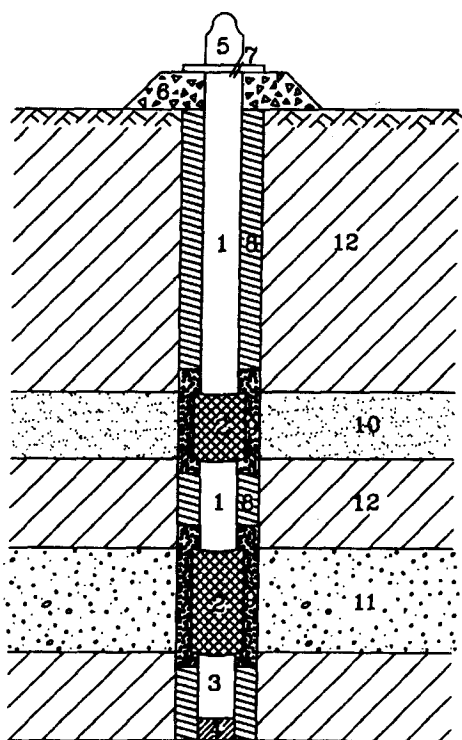


图 8-2 管井结构示意图

- 1——井壁管;2——过滤器;3——沉淀管;4——管底木塞;5——水泵;6——井台;
7——测水位孔;8——黏土封闭填料;9——填砾;10——含水沙层;11——沙砾含水层;
12——不透水层

过滤器也称滤水管,是让地下水进入井内而防止砂粒进入水井的装置。它安装在开采层位的含水层位置。通常为增大水井的出水量,过滤器的外部在过滤器和含水层之间还要填砾。主要的过滤器类型及其适用范围见表 8-2。

表 8-2 过滤器类型及适用范围

过滤器种类		骨架材料	孔隙率 (%)	适用范围	优 缺 点
圆孔过滤器	钢管		30 ~ 35	不稳定裂隙岩层,松散碎石,卵石层	强度较大,孔隙率高,加工方便,重量大,造价较高
	铸铁管		20 ~ 25		
条孔过滤器	钢管,塑料管		10 ~ 30	中粗沙砾石层	加工困难,优越性少,使用不多
缠丝过滤器	钢筋骨架过滤器	圆钢	50 ~ 70	中粗沙石层	重量小,造价低,孔隙率大,强度低,适用于浅井
	钢制过滤器	钢圆孔管	35		强度大,孔隙率较大,适用于深井,抗腐蚀性不如铸铁管
	铸铁过滤器	铸铁圆孔管	25		抗腐蚀性强,重量大,适用于 250m 以内的深井
	钢筋混凝土过滤器	钢筋混凝土穿孔管	15 ~ 20		成本低,强度差,重量大,适用于浅井
包网过滤器	网孔条孔过滤器		10 ~ 35	中细沙层	包网阻力大而易堵塞,易腐蚀
填砾过滤器	缠丝包网过滤器		10 ~ 75	细中沙和砾石层	适用范围较广,管井透水性,及渗透稳定性较高
砾石水泥过滤器	无砂混凝土管		20	同上	取材容易,制作简单,造价低,强度小,重量大,可用于 50m 以内浅井

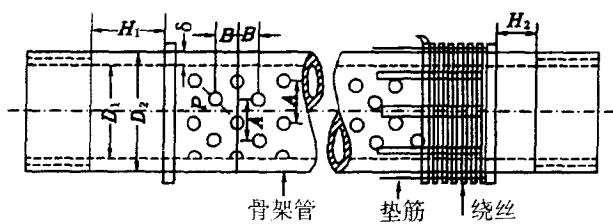
续表 8-2

过滤器种类	骨架材料	孔隙率 (%)	适用范围	优 缺 点
无缠丝过滤器	金属管	20 ~ 25	粉、细、中、粗砂、砾石、卵石层	管井透水性、渗透稳定性和抗腐蚀性提高,单位出水量增加,电耗少,寿命长,适用于 100m 以内的管井
	水泥管	16 ~ 20		
贴砾过滤器	钢管外加铁丝网罩	20	同上	填料洗井时间短,井径缩小,降低钻井成本,但贴砾层易被损,运输时应包装好
聚丙烯过滤器	聚丙烯管		同上	滤管一次注塑成型,耐腐蚀,强度较低,适用于浅井
模压孔过滤器	钢板冲压后卷焊	桥形孔 10 ~ 30mm, 帽檐孔 8 ~ 19mm	同上	孔眼不易被堵塞,进水阻力小,耐腐蚀

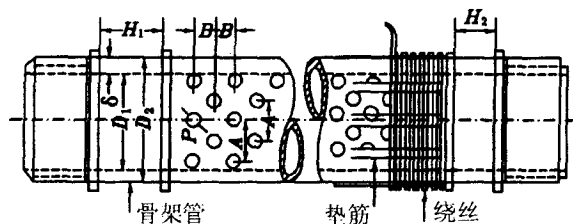
(根据《中国农村给水工程施工技术手册》)

图 8-3 为绕(缠)丝过滤器结构图。它是由骨架管(即打孔的钢管和铸铁管,有时也用钢筋混凝土管)垫筋和缠丝组成。当骨架管为钢管和铸铁管时,圆孔孔径常为 21mm,孔隙率为 15% ~ 30%。当用钢筋混凝土管时,常用条孔,规格为 30mm × 50mm,孔隙率为 10% ~ 30%。在骨架管外焊垫筋以增加透水的间隙,垫筋根数随管径的增大而增加,一般为 9 ~ 26 根。在垫筋外再缠丝,常用铜丝、镀锌铁丝或玻璃纤维增强聚乙烯滤水丝等。缠丝间隙为 $1.0 \sim 1.5d_{50}$ 。 d_{50} 为重量占 50% 的粒径。当含水层为粉、细砂时,在缠丝外面还要包铜丝网或棕皮。

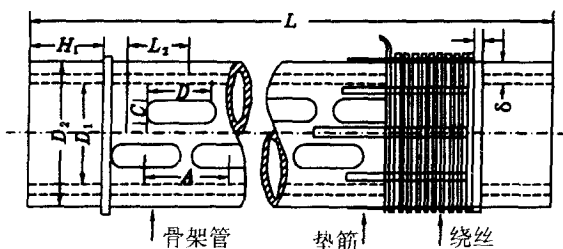
沉淀管一般安装在水井底部,管底打一木塞,直径和过滤器相同,长度为 5 ~ 10m。其作用是让进入井内的细颗粒沉淀在其中,以免堵塞过滤器影响进水。



(a) 钢制过滤器



(b) 铸铁过滤器



(c) 混凝土过滤器

图 8-3 几种主要的绕丝过滤器

(根据《城市地下水工程与管理手册》)

D_1 ——内径; D_2 ——外径; L ——管长; H, H_1 ——死头长度; δ ——壁厚;
 A ——孔心纵距; B ——孔心横距; C ——条孔宽度; D ——条孔长度; L_2 ——加
 筋距离

在井壁和井管之间要留有间隙,在含水层部位过滤器以外要填砾。填砾的直径

$$D_{50} = (6 \sim 8) d_{50} \quad (8-14)$$

式中 D_{50} ——填砾颗粒累积重量百分比为 50 时的颗粒直径;

d_{50} ——含水层颗粒累积重量百分比为 50 时的颗粒直径。

$$D_{50} = (6 \sim 8) d_{50}$$

填砾层的厚度不小于 100mm。在不透水层的部位应填黏土球封闭。防止各层水串通、相互影响。

在井口,为防止地表污染水渗入井中应当用优质黏土球或水泥浆封闭,其深度不小于 5 米。封闭以后建井台,安装水泵。装泵时应预留测水位孔或同时安装测水位管。如基岩含水层上部有松散覆盖层,则应安装隔离井壁管,管端插入完整基岩不小于 0.5m,外围用黏土封闭。

当供水量较大时,常需用井群开采,井群的排列型式常如图 8-4 所示。

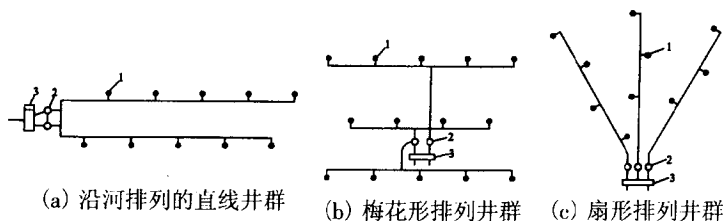


图 8-4 常见的井群排列型式
(根据《城市地下水工程与管理手册》)
1——管井;2——清水池;3——二级泵站

二、大口井

大口井适用于含水层深度不大,但渗透性较好的潜水或承压

水。常应用于河漫滩潜水或丘陵区的裂隙岩溶水。井深常见的为6~15m, 井径4~8m。当含水层厚度为5~10m时, 多采用井壁进水的完整井。如含水层厚度大于10m时, 多采用井底和井壁同时进水的非完整井。抽水泵房可设在大口井之上建成合建式大口井, 如图8-5。

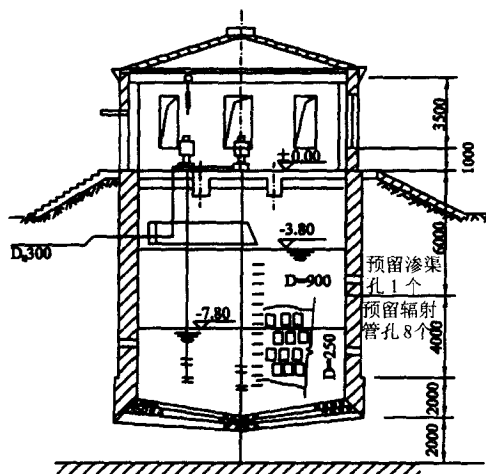


图8-5 设有立泵的合建式大口井
(根据《城市地下水工程与管理手册》)

大口井由井头、井筒和进水部分组成。为防止地表水进入井内, 井口应高出地面, 沿井周围填筑宽0.5m, 厚1.5m的黏土层做成井台, 当井位于河漫滩上, 为防洪水冲刷, 应砌片石防护层, 并且使井台高出洪水位, 以防洪水淹没。井筒一般用钢筋混凝土、砖、石等, 井筒上一般设有进水孔, 当用沉井法施工时, 井筒底部应做刃脚, 并最后将井底刃脚插入不透水层。井底应设置沉沙坑。

进水孔一般为水平孔, 也可用斜形进水孔。进水孔的外壁一端设格网用于挡滤料, 然后在进水孔中填滤料, 直到和井筒内壁齐平。滤

料可分2~3层,靠外壁的最细,靠内壁的最粗,形成反滤层。对于井底进水的的不完整井,为防止井底涌砂,也要做反滤层3~4层。

三、渗渠

渗渠或称水平集水管。是以截取河床潜流和岸边及河漫滩潜水,激化河水对地下水的补给,夺取一部分地面水资源的水平集水构筑物。适用于含水层较薄但渗透性良好的中粗砂、砂砾石含水层。渗渠的位置最好选在水流较急、河水清澈、河床稳定的河段,而且在含水层较厚,颗粒较粗,不含或少含泥质的地段,渗渠的平面布置型式如图8-6。其埋设的位置,如埋在含水层的隔水底板,称为完整式,如在含水层的中部则称为非完整式。

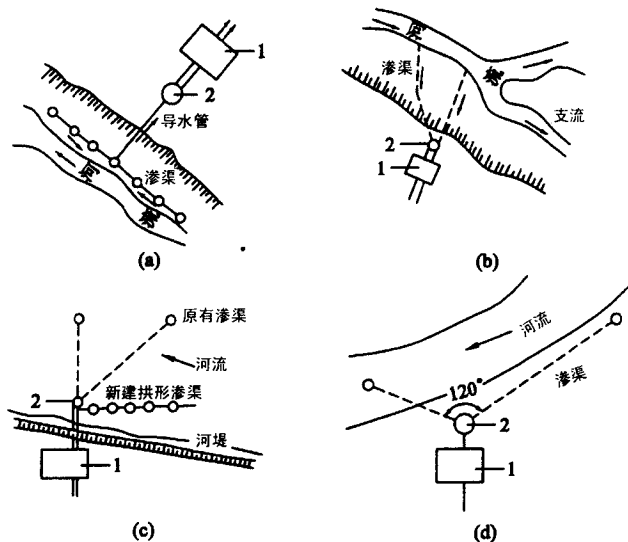


图8-6 渗渠的平面布置型式
(根据《城市地下水工程与管理手册》)

1——水泵房;2——集水井

渗水管的材料常用钢筋混凝土管和混凝土管,也可用浆砌块石或混凝土廓道。每节管长 $1\sim 2\text{m}$,管径 $0.6\sim 1.0\text{m}$,整条渗水管最大长度不超过 $500\sim 600\text{m}$ 。渗水管上打有进水孔,其型式有圆孔和条孔两种。为了增大渗渠的出水量,夺取河水的补给,减少砂粒进入渗渠,渗渠的上部和周围要回填人工滤层。河滩和河床下人工滤层断面见图8-7,图8-8。一般要填 $3\sim 4$ 层,内粗外细。渗渠的水汇集到集水井,用水泵抽出供水。

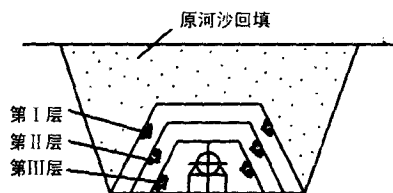


图8-7 河滩下渗渠人工滤层断面图

(根据《城市地下水工程与管理手册》)

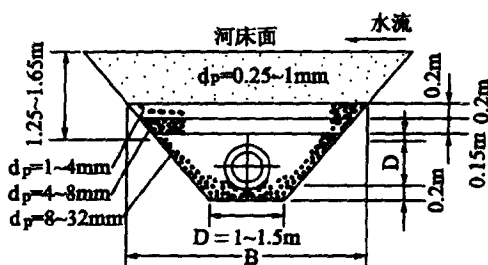


图8-8 河床下渗渠人工滤层断面图

(根据《城市地下水工程与管理手册》)

四、辐射井

辐射井由垂直的集水井和基本水平的若干条辐射管组成,主

要利用辐射管取水。它适用于含水层较薄而渗透系数比较大的河床沙砾含水层以及水平方向的渗透系数比垂直方向的渗透系数小得多的黄土含水层。辐射井各组成部分的规格和作用见表 8-3。辐射管的安装一般为单层,当含水层厚度大,富水性好时,也可布置多层辐射管,见图 8-9。

表 8-3 辐射井组成

名 称	规 格	作 用
集 水 井	大口井封底或不封底,直径根据辐射管的施工方法和抽水设备确定	(1) 顶进辐射管;(2) 安装抽水设备;(3) 汇集水量;(4) 井底进水增加出水量(不封底时)
辐 射 管	沿集水井径向设置,直径 50 ~ 250mm,单层或多层,每层数根	集取河床渗透水和地下水

(根据《城市地下水工程与管理手册》)

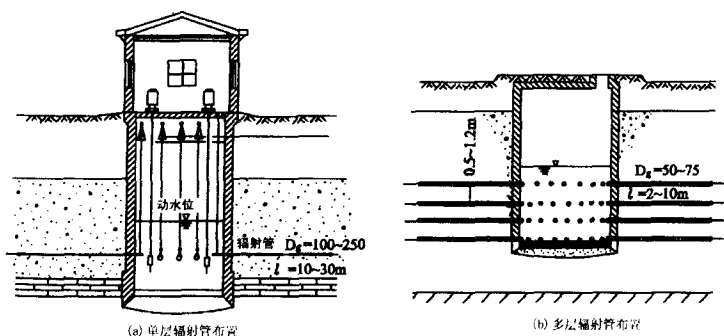


图 8-9 辐射井中辐射管的布置

(根据《城市地下水工程与管理手册》)

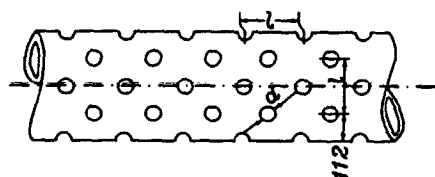
辐射管在井内应交错布置,以便于辐射管顶进,辐射管要以 1/250 的纵向坡度向集水井倾斜。多层辐射管的布置见表 8-4。

一般最下一层辐射管与井底距离为 $1 \sim 2\text{m}$ 。

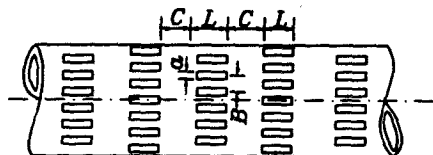
表 8-4 多层辐射管的布置

管 径(mm)	层 数	层 距(m)	每层根数
50 ~ 75	4 ~ 6	0.5 ~ 1.2	6 ~ 8
100 ~ 150	2	1.5 ~ 3.0	3 ~ 6

集水井一般采用钢筋混凝土浇注,直径 $4 \sim 8\text{m}$ 。辐射管多采用钢管,直径小者为 $50 \sim 75\text{mm}$,大者可达 $100 \sim 250\text{mm}$,管长一般为 $10 \sim 30\text{m}$,也可加长到 $50 \sim 150\text{m}$ 。辐射管的进水部分和管井的过滤器类似,也要打孔和缠丝(包网),进水孔有圆孔和条孔两种,见图 8-10。



(a) $D=50 \sim 70\text{mm}$ 辐射管进水孔布置



(b) $D=100 \sim 250\text{mm}$ 辐射管进水孔布置

图 8-10 辐射管进水孔布置
(根据《城市地下水工程与管理手册》)

第四节 地下水资源的管理

一、地下水资源管理概述

(一) 地下水资源管理的目的

我国的地下水资源是不丰富的。由于地下水的储存量大,调节能力强,短期超采并不立即引起严重后果,造成了水资源丰富的假象。在 20 世纪 80 年代以前,我国一些地方乱打井、乱开采地下水的现象比较严重,因而引起了一系列的资源和环境问题(详见第十章)。

因此也必须加强地下水资源的管理。

地下水资源管理的目的是把开采地下水所造成的不利因素和环境影响降低到最小,而使用水者和当地居民在经济上、资源上和环境中获得最大的效益。

因为地面水和地下水只是自然界水循环的不同环节,它们相互联系、相互转化。所以水资源管理的原则应当是地下水和地面水统一管理。

(二) 地下水资源管理的内容

地下水资源管理的内容,包括法律的、行政的、经济的和科学技术的四个方面:

1. 地下水资源的法律管理

世界各国都制定了有关水资源的法律,依法管理地下水资源,依法处理有关地下水资源的纠纷。我国于 1988 年 1 月 21 日第 5 届人大常委会第 24 次会议通过《中华人民共和国水法》并已实施多年。我国于 1984 年 5 月 11 日通过《中华人民共和国水污染防治法》,并于 1996 年 5 月 15 日由第 8 届人大常委会 19 次会议进行修订,其中第五章专门是防治地下水污染。各省、市还分别制定

了有关的管理规定和条例。如山东省有《山东省水资源管理条例》。甚至有些地、市也颁布了当地的管理条例和办法,如山东省淄博市就颁布了《淄博市水资源管理暂行办法》,《淄博市计划供水节约用水管理办法》等地方性法规。这些法律、法规的颁布施行,使地下水资源的管理走上了法制的轨道,使得管理有了共同的准则。依法管水是地下水资源管理者的工作准则。

2. 地下水资源的行政管理

行政管理即建立水资源的管理机构,具体实行对所管理地区的水资源管理。我国大多数省、地(市)、县都建有水资源管理委员会,下设水资源管理办公室,具体实行对当地地表水和地下水资源管理。水资源管理办公室一般设在当地的水利厅(局)内。具体工作为建章立制、依法管水、开源管理、计划用水、节约用水、水源保护、水位和水质监测、进行规划和协调科学研究、水资源费的征收和管理等方面。从学术上讲,地下水资源的管理应当按地下水盆地(或流域)进行,但是因为我国的行政系统按省(市)、地(市),县(市)一脉,为和行政系统一致便于管理,水资源管理办公室也按省(市)、地(市)、县(市)三级建立。我国有些水资源管理办公室运作得很好,取得了很好的效果。

3. 地下水资源的经济管理

以前,我国地下水无偿开采,也是造成地下水超采的原因之一。现在我国大多数地区开采地下水要收水资源费。收费标准各地不一。水资源费一般由水资源管理办公室征收。这笔费用的征收,一方面有效地遏制了地下水的超采,另一方面也使水资源的保护、节水工程和水资源的规划和科研有了经费来源。山东省淄博市从1986~1995年共征收了水资源费5.0645亿元人民币,除了上交国家外,还有力支援了当地的引黄工程、农林水项目、引水补源和水源保护、企业节水工程、城市供水建设、水资源规划和科研等项目的经费,促进了地方的水资源工程建设和水源保护。

4. 地下水资源的科学技术管理

主要内容为确定水资源开发规划,优选水源,分配各类水资源的开采数量,对含水层进行管理,确定人工补给的数量和地点,拟定水资源和水环境保护措施等等。

地下水资源科技管理的核心内容一是建立最优化的地下水管理模型,二是建立地下水的数据库,以便及时调用有关的信息。

(三)地下水管理模型简述

地下水模型可分为二类,一类为模拟模型,另一类为最优化模型(简称优化模型)。模拟模型只是描述了地下水系统对于激励(如抽水或污染物进入)的响应,求出水头或污染物浓度在研究区域的分布,但不能指明应采取什么样的决策。决策是由决策者根据模型计算的结果作出。第七章介绍的各种模型都是模拟模型。最优化模型中主要的构成的基本成分为变量、目标函数和约束条件。变量又可分为状态变量和决策变量两类,状态变量是根据物理规律变化,而不能人为地加以改变,而决策变量是可以人为地加以改变和调节的变量,如抽水量 Q 就是决策变量,而水头 H 往往是状态变量。最优化模型要求出当目标函数达到最优化时,决策变量的取值,可为决策者直接提供决策的依据。最优化模型是一套数学规划模型,包括线性规划、整数规划、非线性规划和动态规划等。在地下水管理中应用得最多的是线性规划,动态规划和微分动态规划也得到应用,近年来遗传算法等也开始应用到地下水管理的领域。下面对这两种方法再作些详细介绍。

(四)地下水管理模型的目标函数、决策变量和约束条件

1. 决策变量

在地下水管理模型中,最常用的决策变量为地下水的抽水量。因为抽水量是可以人为控制的,因此常把抽水量(有时还有人工补给量)在地域上和时间上的分布作为决策变量。如果对于地下水水质和地下水污染进行管理,则可将开采的地下水水质或某项

污染物的浓度作为决策变量。

2. 目标函数

最常用的目标函数为供水系统净利润的总值最大或单位体积水的成本最小。在缺水地区也可用地下水的开采量最大。

3. 约束条件

约束条件要根据当地的具体情况。常用的有:地下水位不超过或不低于某一高程,地下水面埋深不大于某一数值,泉流量或河流基流量不小于某一数值,水中污染物浓度不超标,总抽水量应大于等于需水量,地面沉降量不超过规定值,海水入侵不能超过规定值等。

二、线性规划进行地下水资源管理

(一) 线性规划 (*Linear Programming*) 简介

一个线性规划问题,通常分如下三个步骤

(1) 选择决策变量 $x_1, x_2, \dots, x_n$;

(2) 建立目标函数关系式,如实际的关系式非线性的,则应进行线性化;

(3) 根据客观条件的限制,建立约束方程。

这样,可写出线性规划模型的表达式:

目标函数:

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = \sum_{j=1}^n c_jx_j \quad (8-15)$$

达到极大或极小。

并且满足约束条件

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \quad (\geq, =, \leq) \quad b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (8-16)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

(8-14)式中的 c_j 为已知常数值,称为价值系数。(8-15)式中的

系数是建立决策变量 x_j 和约束条件 b_i 之间关系的常数,称为影响系数或响应系数。式中的 $(\geq, =, \leq)$ 表示每一约束条件可取括号内各符号中的任一个符号,各约束条件的符号可以各不相同。例如可以这样取约束条件

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots a_{2n}x_n \geq b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots a_{mn}x_n = b_n \end{cases} \quad (8-17)$$

表示约束条件的系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (8-18)$$

称为响应矩阵或影响矩阵。

为了求解和讨论方便,常把线性规划统一写成标准形式

$$\max z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad \text{或} \quad \max Z = CX \quad (8-19)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i \quad (i = 1, 2, \cdots, m) \quad \text{或} \quad [A]X = b \quad (8-20)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \cdots, n) \quad \text{或} \quad X \geq 0 \quad (8-21)$$

如果原来的模型不是标准型,可通过以下的方法转化为标准型

(1) 如果是目标函数极小化,则相当于其负函数为极大化,则令 $z' = -z$, 可将

$$\min z = CX$$

化为

$$\max z' = -CX$$

(2) 当约束不等式左端取绝对值时,可用二个式子代替,如

$$|a_1x_1 + a_2x_2| \leq b$$

可用

$$-a_1x_1 - a_2x_2 \leq b$$

$$a_1x_1 + a_2x_2 \leq b$$

代替。

(3) 不等式两端乘 -1 , 改变了不等式的方向, 如

$$a_1x_1 + a_2x_2 \geq b$$

相当于

$$-a_1x_1 - a_2x_2 \leq -b$$

(4) 若有一个决策变量 x 不满足非负条件, 如

$$x_j < 0$$

则令

$$x_j = x_j^1 - x_j^2$$

而

$$x_j^1 \geq 0 \quad x_j^2 \geq 0$$

即可。例如我们取抽水量为正值, 则人工补给量就变为负值。

(5) 如约束方程中约束号为“ $<$ ”, 则在式子左端加一个非负的松弛变量使之“ $=$ ”。如约束号为“ $>$ ”时, 则在式子左端减去一个非负的剩余变量, 使之变为等式。

为了求解线性规划问题, 先介绍几个名词:

(1) 可行解 凡满足约束条件(8-20)和(8-21)的(8-19)式的解 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 称为可行解, 所有可行解的集合称为可行域。

(2) 最优解 满足(8-19)式, 使目标函数达到极大值的可行解称为最优解。

(3) 基本解 设约束方程(8-20)的系数矩阵的秩为 m , 因为 $m < n$ 故有无穷多个解。如令任意 $(n-m)$ 个变量为零, 其余变量相应的列向量组成的方阵为非奇异的, 则其余变量的解是唯一

的,称为线性规划的一个基本解。

(4) 基本可行解 满足(8-21)式非负条件的基本解称为基本可行解。

线性规划问题的目的就是要求得最优解。求解的理论基础为:

I. 线性规划的可行解集是一个凸集。

II. 线性规划的基本可行解对应于可行域凸集的一个顶点。

III. 线性规划的最优解(如果有的话)一定在可行域的某一个顶点上。因此在可行解凸集的顶点逐个比较目标函数值,求出最优解。

求解的方法为单纯形法,计算步骤大致可分为如下三步:

(1) 将原来的线性规划问题变换为标准型式。

(2) 选择初始的基本可行解。若原始的约束条件均为“ $\leq$ ”形式,则松弛变量可作为初始的基本可行解。若原始的约束条件中包括“ $\geq$ ”和“ $=$ ”,则用人工变量法求得初始基本可行解。

(3) 求新的基本可行解。若最优解存在,可通过逐次迭代求得。

单纯形法有通用的计算机程序,可用来计算。

(二) 线性规划进行地下水的管理和优化

用线性规划进行水资源管理有两种情况。一种是直接用线性规划模型进行优化计算,另一种需将数值模型和优化模型进行耦合计算。

1. 数值模型和优化模型的耦合

耦合有两种方法,一为嵌入法,一为响应矩阵法。兹分述如下:

(1) 嵌入法

嵌入法就是将数值方法求解地下水流动方程得到的线性代数方程组,直接引入到最优化模型中作为约束条件。

根据第七章所述,可把数值方法求得的线性代数方程组改写为

$$[A]H + [B]Q = F \quad (8-22)$$

式中 $[A]$ ——线性代数方程组的系数矩阵。当用不同的数值方法时它的形式不同。当非稳定流问题的有限元解,取全隐式格式时

$$[A] = [G] + \frac{1}{\Delta t}[C]$$

$[G]$ 为总渗透矩阵, $[C]$ 为贮水系数矩阵, Δt 为时间步长;

H ——各时段各节点的地下水位,它是状态变量;

Q ——各时段各节点上的抽水量和人工补给量,是决策变量;

$[B]$ ——决策变量的系数矩阵;

F ——常系数列向量。

方程(8-22)表达了状态变量 X 和决策变量 Q 之间的关系。

把它嵌入到线性规划的约束条件中,有

$$\begin{cases} \max(\min) & Z = C_1 H + C_2 Q \\ [A]H + [B]Q & = F \\ [C_3]H & \{ \geq, =, \leq \} F_1 \\ [C_4]Q & \{ \geq, =, \leq \} F_2 \\ Q \geq 0, H \geq 0 \end{cases} \quad (8-23)$$

把(8-23)式化为标准型式,即可求解。

因为现在的数值计算节点愈来愈多,常有成千上万个节点,每一节点每一时刻都可列出形如(8-23)的方程式,因而约束条件的方程很多,使计算的工作量变得很大。因此,近来更多用响应矩阵法。

(2) 响应矩阵法

响应矩阵法的线性规划的计算是分两步完成的。第一步用数值计算求出单位脉冲响应函数 a_{ij} , 即当 j 号水井抽水单位流量(如

1 m³/d, 1000 m³/d 等) 时在 i 号观测井引起的水位降深。然后在感兴趣的节点上将状态变量 H 和决策变量 Q 联系起来, 作为管理模型的一组约束条件, 来求解线性规划模型。由于不必将所有节点的状态变量都作为约束条件参加运算, 使得最优化模型的规模大大缩小, 节省了许多计算工作量, 适用于大型的、复杂的地下水资源管理问题。近年用得较多。

2. 响应函数和水位降深

响应函数也称影响函数, 是联系状态变量 H 和决策变量 Q 的函数。因为问题是线性的, 可以应用叠加原理, 则任一点的降深都可用决策变量和响应函数来表示。对于稳定流问题, 任一点 i 的水位降深 $s(i)$ 为:

$$s(i) = \sum_{j=1}^m Q_j a_{ij} \quad (8-24)$$

式中 Q_j —— j 号井的抽水量;

a_{ij} —— j 号井抽水对 i 号观测井影响的响应函数。

对于非稳定流问题, 不仅同一时间段的抽水井抽水对观测井的降深有影响, 在以前的时间段抽水都有影响。因此, 在 i 号观测井 k 时段由于水井抽水引起的水位降深 $s(i, k)$ 为

$$s(i, k) = \sum_{l=1}^k \sum_{j=1}^m Q_{jl} a_{ij}^{k-l+1} \quad (8-25)$$

式中 l ——时段序号;

Q_{jl} —— j 号井在 l 时段的抽水量;

a_{ij}^{k-l+1} ——响应函数, 表示 j 号开采井在时段 l 开采单位流量时, 在 i 号观测井 k 时段引起的水位降深。

有了(8-24)和(8-25)式, 把它代入约束条件当中, 即可解线性规划问题。实际的地下水问题往往比较复杂, 初始条件和边界条件往往是非齐次的。这样地下水位的变化不仅仅由于抽水引起, 非齐次的初始条件和非齐次的边界条件也可引起水位降深的

变化。这一降深称为附加降深,我们必须把它从总降深中分离出来,剩余部分才是抽水引起的降深。为了求响应函数,我们必须运用叠加原理对原有的数学模型进行分解。

下面举一例子。设原数学模型为:

$$(A) \begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + W = S \frac{\partial H}{\partial t} + \\ \sum_{j=1}^m Q_j \delta(x - x_j, y - y_j) & (x, y) \in \Omega & (8-26) \\ H(x, y, 0) = H_0(x, y) & (x, y) \in \Omega & (8-27) \\ H(x, y, t) = f(x, y, t) & (x, y) \in \Gamma_1 & (8-28) \\ \frac{\partial H}{\partial n} = 0 & (x, y) \in \Gamma_{21} & (8-29) \\ T_x \frac{\partial H}{\partial x} \cos(n, x) + T_y \frac{\partial H}{\partial y} \cos(n, y) = q(x, y, t) & (x, y) \in \Gamma_{22} & (8-30) \end{cases}$$

式中 Ω ——计算区域;

Γ_1 ——第一类边界;

Γ_{21} ——隔水边界;

Γ_{22} ——已知流量边界;

W ——垂向水交换量, $[LT^{-1}]$;

T_x, T_y ——当坐标轴和张量主轴一致时,沿 x 和 y 方向的导水系数主值 $[L^2T^{-1}]$;

S ——贮水系数,无量纲;

H ——地下水水头, $[L]$;

m ——抽水井总数;

Q_j —— j 号抽水井的抽水量, $[L^3T^{-1}]$;

$\delta(x - x_j, y - y_j)$ ——二维 Dirac Delta 函数;

$H_0(x, y)$ ——初始水头, $[L]$;

$f(x, y, t)$ ——第一类边界上的已知水头, [L];

n ——边界的外法线方向;

$q(x, y, t)$ ——边界上的单位法向流量, [L²T⁻¹]。

根据叠加原理, 可将数学模型(A) 分解为(B), (C) 二个模型。模型(B) 没有水井抽水, 仅仅由于垂向补给、非齐次的初始条件和边界条件引起的地下水运动问题, 其表达式为:

$$(B) \left\{ \begin{array}{ll} \frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + W = S \frac{\partial H}{\partial t} & (x, y) \in \Omega \quad (8-31) \\ H(x, y, 0) = H_0(x, y) & (x, y) \in \Omega \quad (8-32) \\ H(x, y, t) = f(x, y, t) & (x, y) \in \Gamma_1 \quad (8-33) \\ \frac{\partial H}{\partial n} = 0 & (x, y) \in \Gamma_{21} \quad (8-34) \\ T_x \frac{\partial H}{\partial x} \cos(n, x) + T_y \frac{\partial H}{\partial y} \cos(n, y) = q(x, y, t) & (x, y) \in \Gamma_{22} \quad (8-35) \end{array} \right.$$

该模型的解为 $H = H_1$, 降深为 s_1

$$s_1 = H_0 - H_1 \quad (8-36)$$

齐次的初始条件和边界条件下仅仅由于抽水引起的地下水运动问题, 表达式为

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) = S \frac{\partial H}{\partial t} + \\ & \sum_{j=1}^m Q_j \delta(x - x_j, y - y_j) \quad (x, y) \in \Omega \quad (8-37) \\ & H(x, y, 0) = 0 \quad (x, y) \in \Omega \quad (8-38) \\ & H(x, y, t) = 0 \quad (x, y) \in \Gamma_1 \quad (8-39) \\ & \frac{\partial H}{\partial n} = 0 \quad (x, y) \in \Gamma_{21} \quad (8-40) \\ & T_x \frac{\partial H}{\partial x} \cos(n, x) + T_y \frac{\partial H}{\partial y} \cos(n, y) = 0 \\ & \quad (x, y) \in \Gamma_{22} \quad (8-41) \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

由模型(C)解出的降深代表仅仅由于抽水引起的降深,响应函数 a_{ij}^{k-l+1} 要用这一模型求出。设该模型的解为 $H=H_2$,因为它的定解条件都是齐次的,水头就等于负降深,有

$$H_2 = -s_2 \quad (8-42)$$

由迭加原理可知,模型(B)和(C)的解的迭加即为原模型(A)的解 H ,故总水头为: $H = H_1 + H_2$ (8-43)
总降深为

$$s = H_0 - H = (H_0 - H_1) + (-H_2) = s_1 + s_2 \quad (8-44)$$

因此,如果线性规划以经济效益为目标函数,以水位降深为约束条件,则有

$$\max Z = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m c_j Q_j^i \quad (8-45)$$

约束于

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m Q_j^i a_{ij}^{k-l+1} \leq \bar{s}_i^k - s_{1,i}^k \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (8-46)$$

$$Q_j^i > 0 \quad (8-47)$$

式中 k ——研究的时段数;

m —— 抽水井的总数;

n —— 规划上要进行水位约束的点数;

c_j —— j 号井的价值系数;

Q_j^l —— j 号井在 l 时段的抽水量;

a_{ij}^{k-l+1} —— i 号控制点当 j 号井在 l 时段抽水时在 k 时段的响应函数;

s_i^k —— 控制点 i 在 k 时段的降深约束;

$s_{1,j}^k$ —— 控制点 i 在 k 时段的附加降深。

将(8-45)、(8-46)和(8-47)式化为标准型式,即可用单纯形法求解。

由(8-46)式可知,对于非稳定流问题,每一时段都要给出约束方程。当剖分的时间段很多时,使约束方程很大,因而工作量也大大增加。因而用线性规划优化不是最好的方法。

三、动态规划和微分动态规划进行地下水资源管理

(一) 动态规划(Dynamic Programming)简介

1. 动态规划的名词和概念

动态规划英文为 Dynamic Programming,简称 DP,是研究多阶段的决策过程的最优化问题。在介绍动态规划之前,先介绍一些名词

(1) 阶段(stage) 把所给问题的过程划分为若干个相互联系的阶段。通常以 k 表示阶段变量。

(2) 状态(state) 状态表示某阶段的出发位置。它既是该阶段某支路(方案)的始点,同时也是前一阶段某支路(方案)的终点。通常一个阶段包含有若干个状态,以便选优。描述状态的变量称为状态变量,它可以是一个数、一组数(一个向量)来描述。

本书中状态变量常用 s_k 或 h_k 表示。

(3) 决策(decision) 决策就是某阶段状态给定以后,从该状

态演变到下一阶段某状态的选择。描述决策的变量称为决策变量(也称控制变量)。它也可用一个数、一组数(一个向量)来描述。本书中用 x_k 或 p_k 表示。

(4) 策略(policy) 由第一阶段开始到终点为止的过程称为问题的全过程。由每一阶段的决策 $x_k (k = 1, 2, \dots, n)$ 组成的决策函数序列称为全过程策略, 简称策略, 记为 P_{1n}

$$P_{1n} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (8-48)$$

从 k 阶段开始到终点的过程称为后部子过程(简称 k 子过程), 其决策函数序列称为 k 子过程策略, 简称子策略 P_{kn}

$$P_{kn} = \{x_k, x_{k+1}, \dots, x_n\} \quad (8-49)$$

使结果达到最优的策略称为最优策略。

(5) 目标函数 用来衡量各阶段状态优劣的数量指标为目标函数, k 阶段的子目标函数记为 R_k 。总的目标函数为各阶段目标函数之和, 即

$$F_{1n} = \sum_{k=1}^n R_k \quad (8-50)$$

$$F_{kn} = \sum_{i=k}^n R_i \quad (8-51)$$

2. 动态规划的基本思想

动态规划是逆序递推的多阶段决策问题。它依据的原理是 1957 年 R. Bellman 等人提出的最优化原理: “对于整个过程的最优策略具有如下性质: 不论其初始状态和初始决策如何, 其余的决策必须按照第一个决策所造成的状态构成最优策略。”

该目标函数为使全部阶段的子目标之和取极大值或极小值, 即令

$$F_{1n} = R_1(x_1, s_1) + R_2(x_2, s_2) + \dots + R_n(x_n, s_n) \quad (8-52)$$

取极值。状态转换方程为

$$s_{k+1} = t_k(x_k, s_k) \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

如图 8-11。

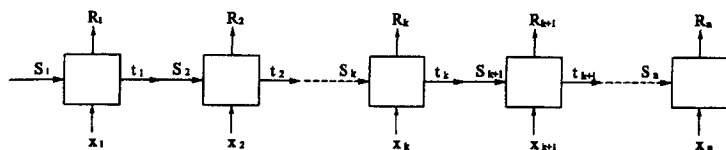


图 8-11 多阶段决策问题

逆序递推是从最后一个阶段 $k = n$ 开始考虑第一个子优化问题。此阶段的输入为 s_n , 不管其他阶段如何。决策变量 x_n 的选择一定要使子目标函数 $R_n(x_n, s_n)$ 对应输入 s_n 取最优值 F_n , 即

$$F_n(s_n) = \underset{x_n}{\text{opt}} [R_n(x_n, s_n)] \quad (8-53)$$

式中的 opt 表示取最优值。接着将最后二个阶段组合在一起, 讨论第二个子优化问题, 用 $F_{n-1,n}$ 表示相对于输入 s_{n-1} 的第二个子优化问题的目标函数, 则有

$$F_{n-1,n}(s_{n-1}) = \underset{x_n, x_{n-1}}{\text{opt}} [R_{n-1}(x_{n-1}, s_{n-1}) + F_n(s_n)] \quad (8-54)$$

依此法逆序推进, 可得

$$\begin{aligned} F_{k,n} &= \underset{x_k \cdots x_n}{\text{opt}} [R_k(x_k, s_k) + F_{k+1,n}(s_{k+1})] \\ &= \underset{x_k \cdots x_n}{\text{opt}} [R_k(x_k, s_k) + R_{k+1}(x_{k+1}, s_{k+1}) + \cdots + R_n(x_n, s_n)] \end{aligned} \quad (8-55)$$

动态规划的逆序递推优化, 可用图 8-12 表示。这样一直推进到总目标函数取最优值 F_{1n} 。

(二) 微分动态规划 (Differential Dynamic Programming)

微分动态规划, 英文名为 Differential Dynamic Programming, 简称 DDP 法, 该法是 1979 年 Jacobson 和 Mayne 介绍作为一种方法求解最优控制问题的。它可以求解大规模、非线性的地下水管理问题。微分动态规划可以大大降低非稳定、非线性的地下水管理

问题的维数,可以提高计算机计算的效率。

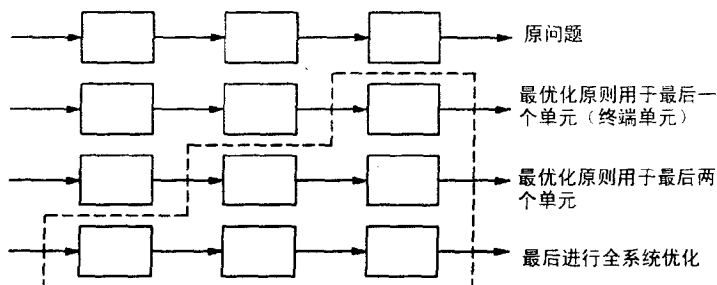


图 8-12 三阶段问题逆序优化示意图

1. 管理模型

地下水供水和开发利用的管理模型可用如下的控制问题表示：

$$\min_{pk} J(H, P) = \sum_{k=1}^N L(H, p, k) \quad (8-56)$$

subject to:

$$H_{k+1} = T(H, p, k) \quad (k = 1, 2, \dots, N-1) \quad (8-57)$$

$$g(H, p, k) \leq \bar{g}(H, p, k) \quad (k = 1, 2, \dots, N) \quad (8-58)$$

式中 J ——目标函数；

H_k ——在阶段 k 的 n 维状态向量；

p_k ——在阶段 k 的 m 维控制向量,并假设控制向量的维数小于等于状态向量的维数,即 $m \leq n$ 。

T ——转移函数；

N ——阶段数。

方程(8-57)代表阶段转移方程,即系统的动态,由 H_k 转移到 H_{k+1} 选择控制变量 p_k 。它不是约束条件,而是必须遵循的物理定律。方程(8-58)是阶段 k 的约束条件。

在地下水水力学问题中,状态向量 H_k 代表在阶段 k 含水层中

n 个空间节点的水头, 控制向量 p_k 代表在时间点 k 到 $k+1$ 之间在 m 个空间节点上的抽水量 Q 。而阶段至阶段的转移方程 (8-57) 代表含水层系统的连续性方程, 一般是一个数值模拟模型。由它可由 H_k 和 p_k 求出 H_{k+1} 。

2. 地下水流系统的状态转移方程

方程 (8-57) 为地下水流的状态转移方程。具体的形式下面稍加讨论:

(1) 线性地下水流方程

描述承压含水层中地下水流的方程为

$$L(H) \equiv \nabla(T \nabla H) - \sum_{j=1}^m Q_j \delta(x - x_j, y - y_j) - S \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (8-59)$$

用 Galerkin 有限单元法对 (8-59) 式进行空间离散, 最后得到如下的线性矩阵方程

$$[\bar{A}]H + [\bar{B}] \frac{dH}{dt} + [\bar{C}]Q = f^* \quad (8-60)$$

式中 $H = \{H_1, H_2, \dots, H_n\}^T$

$$\frac{dH}{dt} = \left\{ \frac{dH_1}{dt}, \frac{dH_2}{dt}, \dots, \frac{dH_n}{dt} \right\}^T$$

$$Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_m\}^T$$

$[\bar{A}]$ —— $n \times n$ 阶的对称矩阵 (总渗透矩阵);

n —— 未知节点数;

$[\bar{B}]$ —— $n \times n$ 阶对称矩阵 (贮水矩阵);

$[\bar{C}]$ —— $n \times m$ 阶矩阵, 第 j 行与 Q_j 对应的位置为 1, 否则为 0;

f^* —— 已知项列向量。

对于地下水规划 (管理) 问题, 一般依据用水量的阶段性变化

将规划(管理)期分为若干时段, $k = 1, 2, \dots, N$, 而每一管理时段, 又划分成 $t = 1, 2, \dots, pf$ 个差分时段, 时间步长 Δt 一般相等, 则差分时段末的水头 H_{t+1} 和时段初的水头 H_t 的关系为

$$[A]H_{t+1} = [B]H_t - [C]Q_k + f_k^* \quad (8-61)$$

式中

$$[A] = [\bar{A}]\Delta t + [B]$$

$$[B] = [\bar{B}]$$

$$[C] = [\bar{C}]\Delta t$$

$$f = f^* \Delta t$$

由于在 k 管理时段内, 控制变量 Q_k 和边界条件都是不变的, 故矩阵 $[A]$, $[B]$, $[C]$, f 在 k 时段内均不变化。由(8-61)式可解得

$$H_{t+1} = [M]H_t + [N]Q_k + \bar{f}_k \quad (8-62)$$

式中

$$[M] = [A]^{-1}[B]$$

$$[N] = -[A]^{-1}[C]$$

$$\bar{f} = [A]^{-1}f_k^*$$

由差分时段的转换方程(8-62)可得

$$H_1 = [M]H_0 + [N]Q_k + \bar{f}_k$$

$$H_2 = [M]H_1 + [N]Q_k + \bar{f}_k$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots$$

$$H_{pf} = [M]H_{pf-1} + [N]Q_k + \bar{f}_k$$

将 $t = 0, 1, \dots, pf-1$ 求得的水头逐个代入下一时段, 得到管理时段的转换方程:

$$H_{k+1} = [F_k]H_k + [G_k]Q_k + [Z_k] \quad (8-63)$$

式中

$$[F_k] = [M]^{pf}$$

$$[G_k] = ([M]^{pf} + [M]^{pf-1} + \dots + [M] + 1) \cdot [N]$$

$$[Z_k] = [G_k]\bar{f}_k$$

(2) 非线性地下水流的有限差分方程泰勒近似
二维潜水含水层的水流微分方程为

$$L(H) = \nabla K(H - B) \nabla H - \sum_{j=1}^m Q_j \delta(x - x_j, y - y_j) + W - S_y \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (8-64)$$

如果将水井抽水量 Q_j 作为控制变量, 并且用符号 p_j 表示, 有

$$p_j = Q_j$$

对(8-64)取全隐式差分, 在节点0上有如下方程(图8-13)

$$\alpha_1 H_{1,t+1}^2 + \alpha_2 H_{2,t+1}^2 + \alpha_3 H_{3,t+1}^2 + \alpha_4 H_{4,t+1}^2 + \alpha_0 H_{0,t+1}^2 + \beta_0 H_{0,t+1} = \beta_0 H_{0,t} + \gamma_0 p_{0,t} \quad (8-65)$$

式中 $H_{i,t+1}$ ——时间 $t+1$ 时, 节点 i 的水头;

$p_{0,t}$ ——从时间 t 到 $t+1$ 节点0的抽水量;

$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta_0, \gamma_0$ ——已知系数, 是含水层参数和空间步长的函数。

因为非线性状态转换方程的优化控制问题求解十分困难, 故常常假设有一组试控制(开采量) $\bar{p}_k$

$$\bar{p}_k = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}^T$$

及相应的试状态函数 $\bar{H}$,

$$\bar{H} = \{\bar{H}_1, \bar{H}_2, \dots, \bar{H}_n\}^T$$

$H_{i,t+1}$ 的一阶泰勒级数近似可写成

$$H_{i,t+1} = \bar{H}_{i,t+1} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial H_{i,t+1}}{\partial H_{j,t}} (H_{j,t} - \bar{H}_{j,t}) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial H_{i,t+1}}{\partial p_{j,k}} (p_{j,k} - \bar{p}_{j,k}) \quad (8-66)$$

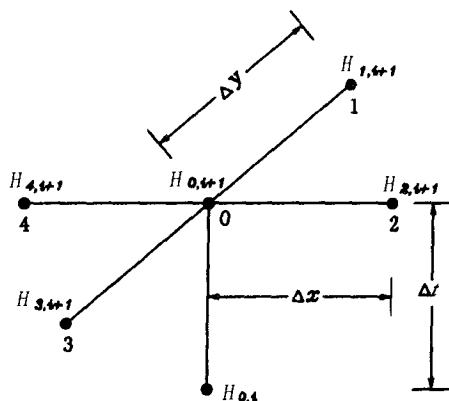


图 8-13 节点 0 的有限差分近似(根据 L. Jones 等)

上式中的导数是在试解 $(\bar{H}_t, \bar{p}_k)$ 上计算得到 $t+1$ 时刻的水头向量

$$H_{t+1} = \bar{H}_{t+1} + J_{ht}(H_t - \bar{H}_t) + J_{pk}(p_k - \bar{p}_k) \quad (8-67)$$

此处 J_{ht} 为水头 H_{t+1} 对 H_t 的雅可比矩阵, J_{pk} 为水头 H_{t+1} 对 p_k 的雅可比矩阵。矩阵的 i 行 j 列元素分别为 $\frac{\partial H_{i,t+1}}{\partial H_{j,t}}$ 和 $\frac{\partial H_{i,t+1}}{\partial p_{j,k}}$ 。雅可比矩阵是通过模拟方程计算确定的。如将(8-65)式对 $H_{j,t}$ 求导, 可得

$$\begin{aligned} 2\alpha_1 \bar{H}_{1,t+1} \frac{\partial H_{1,t+1}}{\partial H_{j,t}} + 2\alpha_2 \bar{H}_{2,t+1} \frac{\partial H_{2,t+1}}{\partial H_{j,t}} + 2\alpha_3 \bar{H}_{3,t+1} \frac{\partial H_{3,t+1}}{\partial H_{j,t}} + 2\alpha_4 \bar{H}_{4,t+1} \frac{\partial H_{4,t+1}}{\partial H_{j,t}} \\ + 2\alpha_0 \bar{H}_{0,t+1} \frac{\partial H_{0,t+1}}{\partial H_{j,t}} + \beta_0 \frac{\partial H_{0,t+1}}{\partial H_{j,t}} = \beta_0 \frac{\partial H_{0,t}}{\partial H_{j,t}} + \gamma_0 \frac{\partial p_{0,k}}{\partial H_{j,t}} \end{aligned} \quad (8-68)$$

对每一个模拟方程作 $H_{j,t}$ 求导, 可形成雅可比矩阵 J_{ht} 的第 j 列。与线性水流情况类似, 最后求得的状态转移方程也是

$$H_{k+1} = [F_k]H_k + [G_k]p_k + Z_k \quad (8-69)$$

(3) 非线性地下水流方程的有限单元方程泰勒近似

将水位 H_{t+1} 用一阶泰勒级数近似:

$$H_{t+1} = \bar{H}_{t+1} + J_{ht}(H_t - \bar{H}_t) + J_{pk}(p_k - \bar{p}_k) \quad (8-70)$$

或

$$H_{t+1} = [M_t]H_t + [N_t]p_k + f_t \quad (8-71)$$

式中 $[M_t] = J_{ht}$

$$[N_t] = J_{pk}$$

$$f_t = \bar{H}_{t+1} - J_{ht}\bar{H}_t - J_{pk}\bar{p}_k$$

状态转移方程也是

$$H_{k+1} = [F_k]H_k + [G_k]P_k + Z_k \quad (8-69)$$

式中 $[F_k] = [M_{pf}][M_{pf-1}] \cdots [M_2][M_1]$

$$[G_k] = [N_{pf}] + [M_{pf}][N_{pf-1}] + \cdots + [M_{pf}] \times [M_{pf-1}] \cdots [M_3][M_2][N_1]$$

$$Z_k = f_{pf} + [M_{pf}]f_{pf-1} + \cdots + [M_{pf}][M_{pf-1}] \cdots [M_3][M_2]f_1$$

3. 二次动态规划

二次动态规划可描述为

$$\min J = \sum_{k=1}^N (H_k^T [A_k] H_k + p_k^T [B_k] H_k + p_k^T [C_k] p_k + D_k^T p_k + E_k^T H_k) \quad (8-72)$$

转移方程

$$H_{k+1} = [F_k]H_k + [G_k]p_k + Z_k \quad (8-73)$$

式中 H_k —— n 维向量;

p_k —— m 维向量;

$[A_k]$ —— $n \times n$ 维对称矩阵;

$[B_k]$ —— $m \times n$ 维矩阵;

$[C_k]$ —— $m \times m$ 维矩阵;

D_k —— m 维向量;

E_k —— n 维向量;

$[F_k]$ —— $n \times n$ 维矩阵;

$[G_k]$ —— $n \times m$ 维矩阵。

上标 T 表示矩阵和向量的转置。

这是一个无约束、时间离散的优化控制问题。如果应用动态规划的逆序递推的解法,则对于任一时段 k

$$F_k(H_k) = \min \{ H_k^T [A_k] H_k + p_k^T [B_k] H_k + p_k^T [C_k] p_k + D_k^T p_k + E_k^T H_k + F_{k+1}(H_{k+1}) \} \quad (8-74)$$

转移方程

$$H_{k+1} = [F_k] H_k + [G_k] p_k + Z_k$$

式中

$F_{k+1}(H_{k+1})$ 为从阶段 $k+1$ 到 N 的目标函数的最优值。

向后搜索的 DP 解的过程包括二步。第一步向后搜索,对于递推方程从 $(N, N-1, \dots, 2, 1)$ 这样的阶段系列的每一个阶段显式地计算。第二步向前搜索,即按 $(1, 2, \dots, N-1, N)$ 的系列确定最优控制值。根据以前的论述, $F_{k+1}(H_{k+1})$ 一般可表达为

$$F_{k+1}(H_{k+1}) = H_{k+1}^T U_{k+1} H_{k+1} + V_{k+1}^T H_{k+1} + \theta_{k+1} \quad (8-75)$$

式中 U —— $n \times n$ 维矩阵;

V —— n 维向量;

θ ——标量。

将(8-75)式代入(8-74)式,并归并同类项,得

$$F_k(H_k) = \min_{p_k} \{ H_k^T [A_k^{\square}] H_k + p_k^T [B_k^{\square}] H_k + p_k^T [C_k^{\square}] p_k + D_k^{\square} p_k + E_k^{\square} H_k + \phi_k \} \quad (8-76)$$

式中 ϕ_k ——标量;

$[A_k^{\square}], [B_k^{\square}], [C_k^{\square}], D_k^{\square}, E_k^{\square}$ —— $[A_k], [B_k], [C_k], D_k, E_k$ 的修正值。

为了求得阶段 k 的最优控制,将(8-76)式对 p_k 求导并让其等于零,得到阶段 k 的最优控制变量 p_k^*

$$p_k^* = [H_k^{[a]}]H_k + \alpha_k \quad (8-77)$$

式中

$$[H_k^{[a]}] = -\frac{1}{2}[C_k^{[a]}]^{-1}[B_k^{[a]}] \text{ 是 } m \times n \text{ 维矩阵};$$

$$\alpha_k = -\frac{1}{2}[C_k^{[a]}]^{-1}D_k^{[a]} \text{ 是 } m \text{ 维向量}。$$

将最优控制代入递推方程(8-76),得到阶段 k 的目标函数的最佳值(最优子策略)为

$$F_k(H_k) = H_k^T[U_k]H_k + V_k^T H_k + \theta_k \quad (8-78)$$

如果初始状态是已知的,则向前搜索时的最优控制和状态按下式计算:

$$p_k^* = [H_k^{[a]}]H_k + \alpha_k \quad (k = 1, 2, \dots, N-1, N) \quad (8-77)$$

$$H_{k+1} = [F_k]H_k + [G_k]p_k + Z_k \quad (k = 1, 2, \dots, N-1, N) \quad (8-69)$$

4. 开采费用最小的优化控制问题

本节利用地下水开采费用最小的优化控制问题,探讨 DDP 法在地下水流系统优化控制中的应用。该模型为

$$\min_{p_k} J(H, p) = \sum_{k=1}^N p_k^T (L^* - H_{k+1}^{[a]}) \quad (8-79)$$

subject to:

$$H_{k+1} = T(H, p, k) \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (8-80)$$

$$I^T p_k \geq d_k \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (8-81)$$

$$p_k^{\min} \leq p_k \leq p_k^{\max} \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (8-82)$$

式中 I ——元素为 1 的列向量;

L^* ——地面标高,为 m 维列向量;

$H_k^{[a]}$ ——在阶段 k 的井水位,为 m 维的列向量;

p_k ——水井的抽水量;

d_k —— k 阶段的需水量。

每口井的开采费用为抽水量 p_k 和提水高度 ($L^* - H_{k+1}^{\square}$) 的乘积。(8-82)式为每口井的抽水量限制。(8-80)式为状态转移方程。这是一个二次目标、非线性约束条件的优化控制问题。故数学模型可表达为

$$\min_{p_k} J = \sum_{k=1}^N (H_k^T [A_k] H_k + p_k^T [B_k] H_k + p_k^T [C_k] p_k + D_k^T p_k + E_k^T H_k) \quad (8-83)$$

subject to:

$$H_{k+1} = [F_k] H_k + [G_k] p_k + Z_k \quad (k = 1, 2, \dots, N-1, N) \quad (8-84)$$

$$I^T p_k \geq d_k \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (8-85)$$

$$p_k^{\min} \leq p_k \leq p_k^{\max} \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (8-86)$$

对有井的节点

$$H_{k+1}^{\square} = [F_k^{\square}] H_k + [G_k^{\square}] p_k + Z_k^{\square} \quad (k = 1, 2, \dots, N-1, N) \quad (8-87)$$

(8-83)式中

$$[A_k] = 0; [B_k] = -[F^{\square} k]; [C_k] = \frac{1}{2}([G^{\square}] + [G^{\square}]^T);$$

$$D_k = L^* - Z_k^{\square}; E_k = 0$$

如果把(8-85)和(8-86)的不等式约束并入目标函数,则为

$$F_k(H_k) = \min_{p_k} \{ H_k^T [A_k^{\square}] H_k + p_k^T [B_k^{\square}] H_k + p_k^T [C_k^{\square}] p_k + D_k^{\square T} p_k + E_k^{\square T} H_k + \phi_k - \lambda' (I^T p_k - d_k) \} \quad (8-88)$$

式中 λ ——拉格朗日乘子的估值。

其余符号同前。

可用二次动态规划求解。求解的方法可归结为三步:①给出试控制变量(即假设一个各井的抽水量)解模拟方程。②用泰勒级数线性化现行的控制的模拟方程,并列出试控制问题的公式。③用DP方法解试控制问题,并用二次规划(QP)子问题产生一个

新的试控制代替原来的试控制。上述步骤一直重复到解出的目标函数差别不大时为止。

四、用遗传算法求解地下水管理模型

遗传算法是由 Holland 等人创立并由 Goldberg 发展完善起来的一种新的优化方法。该法对于优化问题没有连续性和可导性的限制,20 世纪 90 年代中期已开始应用于地下水管理领域。

遗传算法是建立在种群遗传学和自然选择机制上的随机搜索和进化过程。它模拟了自然遗传过程中的繁殖、选择、交配、变异等现象,根据优胜劣汰的自然法则,利用遗传算子进行选择、交叉和变异,逐代产生群体,比较个体,如此循环,直到搜索到最优个体。

1. 基本关系式

设目标函数 $J = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ 为 k 维变量, $B_i = \{b_1, b_2, \dots, b_{m_i}\}$ 为选取的对应于自变量 x_i 的二进制串,其长度为 m_i ,称其为第 i 个子串。 x_i 为待优化的决策变量,即抽水量 Q ,并在 $[x_{i,\min}, x_{i,\max}]$ 间取值,用二进制子串表示决策变量的精度:

$$dx_i = (x_{i,\max} - x_{i,\min}) / (2^{m_i} - 1), i = 1, 2, \dots, k, \quad (8-89)$$

决策变量与其二进制子串长的关系式为

$$x_i = x_{i,\min} + \frac{\sum_{j=1}^{m_i} b_j 2^{m_i-j}}{2^{m_i} - 1} (x_{i,\max} - x_{i,\min}) \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (8-90)$$

2. 算法步骤

算法包含选择、交叉和变异三种基本操作,具体步骤如下:

(1) 决策变量编码 根据精度要求,由(8-89)式算出各决策变量的二进制子串长,子串中的二进制位类似于“基因”,一组决策变量构成一个“个体”,即一组可能解。

(2) 产生初始的群体串 利用随机数产生一定数量的个体,构成初始群体串,群体中每个“个体”对应于一组决策变量。

(3) 评价目标函数值 将二进制的代码解码成为十进制的决策变量,代入水流模拟模型,可得到对应的目标函数值和对约束条件的偏离程度。将各个约束变量的偏离 δ 和罚因子 λ 的乘积相加,作为目标函数的惩罚(D. C. Mackinney 和 M.-D. Lin)

$$J_i = f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}) + \varepsilon \sum_{j=1}^p \lambda_j \delta_j \quad (8-91)$$

式中 p ——约束条件的总数;

ε ——权系数分别取 -1 和 $+1$;

λ_j ——第 j 个约束条件的罚因子;

δ_j ——第 j 个约束条件的偏离值。

如果罚因子选取不当会直接影响到遗传算法的实现。为了克服这一缺点,可用模拟退火罚函数的方法(吴剑锋等, 1999)^{[71][155]},令

$$\lambda_j = \frac{1}{T} \quad (j = 1, 2, \dots, p) \quad (8-92)$$

$$T_{i+1} = \alpha T_i \quad (i = 1, 2, \dots, MN - 1) \quad (8-93)$$

式中 T_i ——进化到 i 代的系统热力学温度;

MN ——总的进化代数;

α ——温度冷却系数, $\alpha \in (0, 1)$ 。

式(8-91)和(8-92)是模拟了固体冷却退火的思想,而实际上只是一种算法,使罚因子随进化的进行不断增大,而增大的速率由参数控制。

(4) 选择 从群体中随机选择 4 个个体,其目标函数的评价值为 f_1, f_2, f_3, f_4 。再分别比较 f_1 和 f_2, f_3 和 f_4 ,将评价价值高的两者复制作为过度群体的两个个体,作为下一交叉过程的双亲串编码。设群体中有 M 个个体,则这一过程重复进行 $\frac{M}{2}$ 次,就产生一个规模与原群体一致的过度群体。这一过程体现自然界中“适者生存”的

思想,使群体中优秀个体进入下一代。

(5)交叉 交叉过程通过交叉概率 P_{cross} 来实现,一般 $P_{\text{cross}} = 0.5 \sim 0.7$ 。将过度群体中竞争获胜的两个个体作为待定义的双亲串,随机产生一个小数 $P_{\text{random}} \in [0, 1]$ 。如果 $P_{\text{random}} < P_{\text{cross}}$,将双亲串在某一交叉点之后的编码互换(图 8-14)。此交叉点也由随机数产生。如果 $P_{\text{random}} \geq P_{\text{cross}}$,则双亲串不发生互换。这一过程重复进行 $\frac{M}{2}$ 次,以保证群体规模不变。

(6)变异 变异过程通过变异概率 P_{mute} 来操作, $P_{\text{mute}} = 0.01 \sim 0.04$ 。对群体中每个二进制位(基因)按概率 P_{mute} 进行取反操作,即由 0 变为 1 或由 1 变为 0,具体做法和(5)类似。

经过上述步骤以后产生了一个新的群体,即实现了一代的进化。再重复步骤(3)进行解码,调用水流模拟模型计算各状态变量,评价这一代各决策的优劣,检验是否满足评价标准。如满足,表明已获得最优解,停止计算。如不满足,则返回步骤(4),重新开始下一代的进化。整个计算过程的流程图见图 8-15。

双亲串	{	father:10011011010100011
	{	mother:01101100101011010
后代串	{	child 1:10011011010011010
	{	child 2:01101100101100011

图 8-14 二进制代码交叉互换示意图

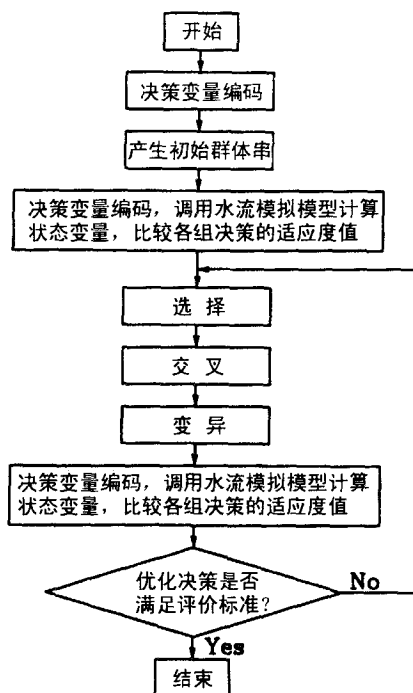


图 8-15 利用遗传算法进行地下水优化管理框图

第九章 地下水污染

地下水污染使本来有用的、优质的地下水质量降低,甚至不能使用。严重时会造成水质性缺水。因此,近年来对地下水污染的研究已成为地下水研究的中心课题。但由于问题的复杂性,至今仍旧是地下水水文学研究的热点和难点。本书中作一简略的介绍。

第一节 污染源和污染途径

一、污染源

地下水的污染源根据其空间分布面积可分为两类:

1. 面上污染源

分布面积广大的污染源。如农业上的化肥、农药污染。由于施加化肥和喷洒农药都是在大面积的农田中进行,因而污染也是大面积的。

2. 点上污染源

主要指工业和生活上的污染源。污染源的情况是多种多样的,但共同特点是面积不大,在平面上可看作一个点。地下水点状污染机制的示意图如图 9-1 所示。

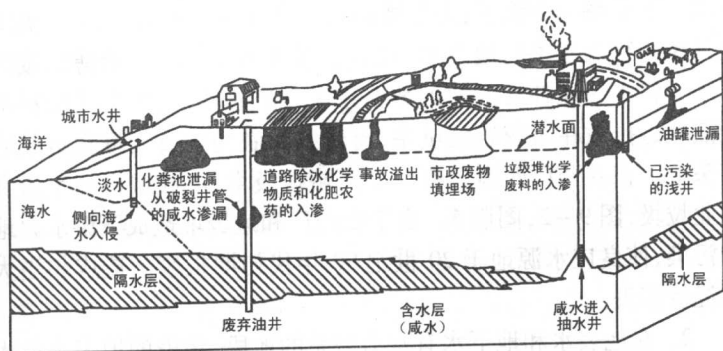


图 9-1 地下水点状污染的机制(根据 C. W. Fetter)

二、污染途径

污染物一般都是排放到地表面。固体废料一般堆放在洼地、沟谷中。液体污染物一般排入地表水体。而地下水深埋在地下,地表水污染地下水要通过一定的污染途径。其主要途径为:

1. 污染物在补给区直接入渗,通过包气带进入地下水中。

补给区是地下水接受大气降水或地表水入渗补给的地区,一般地表和包气带的岩层或土层有较好的渗透性。如果在该处有液体状的污染物,则容易入渗进入地下水中,造成地下水的污染。这些地区主要有石灰岩和白云岩裸露的地区,冲洪积扇顶部的粗颗粒的卵砾石分布区,河谷中河床相或漫滩相的砂或砂砾石分布区等。这些地区不仅渗透性强,而且包气带中黏土颗粒少,不易吸附和阻滞污染物。因此,如在该区建有污染的工厂,则工厂的跑、冒、滴、漏的污水很易进入含水层污染地下水。如将生活污水和工业污水就地排放,也都渗入地下进入地下水中。如在这些地方堆放垃圾,如垃圾场地下部没有隔水底板,上部没有不透水层的覆盖,则雨水淋滤垃圾的滤液中含有很多的污染物,会渗入地下污染地

下水。下面举一个例子:山东博山有一个良庄水源地,开采中奥陶统马家沟组灰岩中的地下水,原开采量 $3 \text{ 万 m}^3/\text{d}$,供给博山城区用水。在水源地补给区的山坡上建了一个农药厂,生产的废料和废液就近排放在石灰岩的坑中,有时成品农药也直接堆在石灰岩露头上。在农药厂西南还有一个阿峪垃圾堆,堆放城市的生活和工业垃圾,图 9-2,图版 5。由于农药厂和垃圾堆造成下游水源地的污染,使良庄水源地于 20 世纪 90 年代初期报废。造成相当大的经济损失。

2. 在地表水和地下水有水力联系的地段,污染的地表水渗入地下水中造成地下水的污染。我国有相当大一部分地表的河流和湖泊已遭受污染。在河水与地下水有水力联系的地段,当地下水位低于河水位时,河水补给地下水,造成地下水污染。下列几种情况污染的河水极易污染地下水:

(1) 山区河流进入平原或盆地时,全部或大部河水在冲积扇顶部渗入地下转变为地下水。如果河水已被污染时,地下水也将受到污染。这在新生代的断陷盆地最为明显。

(2) 南方岩溶区,地表的小河或小溪通过漏斗或落水洞全部转变为地下水。小河的污染也将造成地下水的污染。

(3) 北方岩溶区,当河流通过中、下奥陶统灰岩或中寒武统灰岩时,如河流直接切割在灰岩中或河床砂砾石和灰岩之间没有隔水层,则大量的河水转变为地下水,造成地下水的污染。如山东博山孝妇河有一支流叫秋谷河,有一百余米长的河床中马家沟灰岩裸露。河水主要为矿坑排水, SO_4^{2-} 含量在 2000 mg/L 以上。附近水井中抽出的地下水中 SO_4^{2-} 含量超标并且逐年增高,这是由于河水入渗造成的。

(4) 河谷地区,河床相或河漫滩相的含水层与河水关系密切。一旦河水被污染,极易造成地下水污染。

3. 固体废物的淋滤液就地入渗或流经一定的距离后入渗。

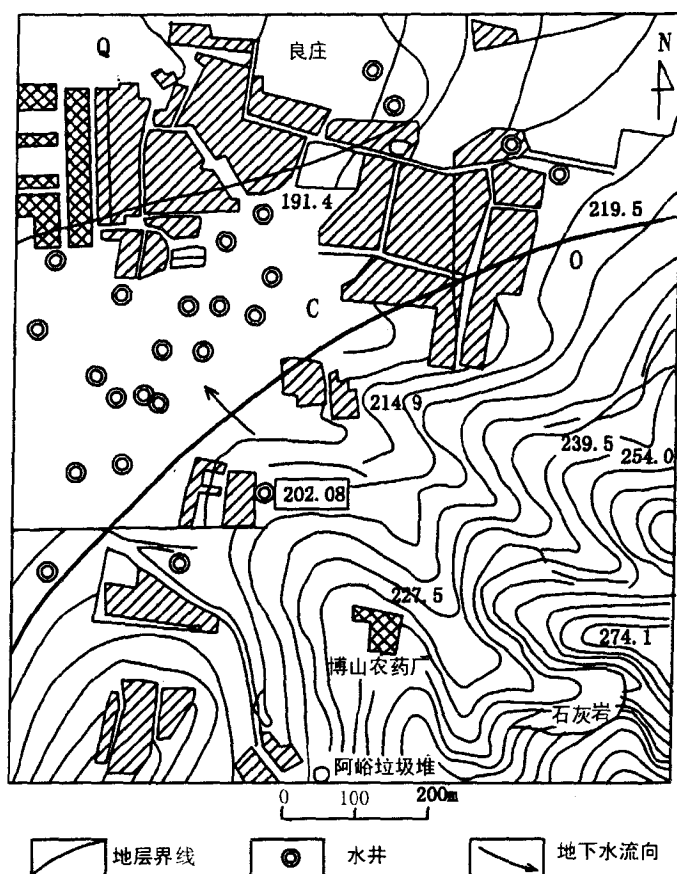


图 9-2 山东博山良庄水源地水文地质略图

我国人口众多,人口密度大,许多城市周围都有许多垃圾堆,而且我国绝大部分过去堆放的垃圾堆,没有进行卫生填埋,而是随地堆放。一场雨水以后,雨水淋滤垃圾的淋滤液含有很多的污染物,或就地入渗,或在低洼处流经一定距离后入渗,造成地下水污染。

第二节 污染物运移的阻滞及衰减作用

一、概 述

在第六章推导对流弥散方程时,仅仅考虑了对流和水动力弥散。实际上污染物在地下水中运移时还可能发生多种作用,如:含水层矿物颗粒的吸附、有机碳的吸附、土壤颗粒表面的离子交换、化学沉淀、生物或非生物的降解、氧化-还原反应、放射性衰变等等。吸附作用使污染物在含水层中运移发生阻碍,称之为阻滞作用。而生物降解、放射性衰变、化学沉淀等作用,使得污染带中污染物浓度降低,但是它们不降低污染物运移的速度,我们称之为衰减(稀释)作用。

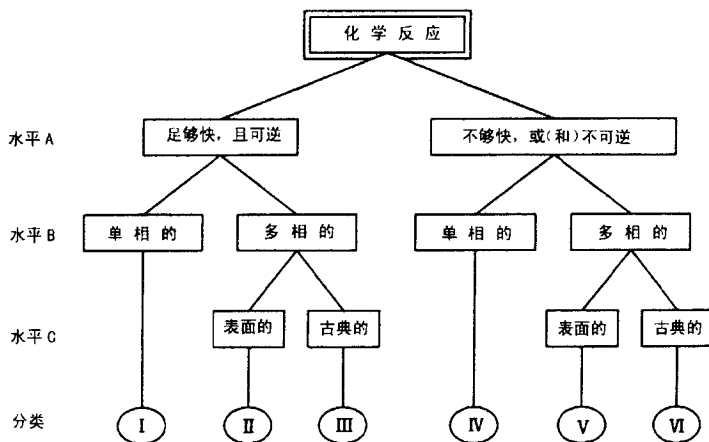


图 9-3 溶质运移中的化学反应分类(根据 J. Rubin)

J. Rubin 将溶质运移过程中的化学反应进行分类和分级,如

图 9-3 所示。A 级将反应分为“足够快并且是可逆的”以及“不够快和(或)不可逆的”反应。所谓“足够快”是相对地下水运动速度来说的,溶质在运移过程中和周围的环境处于化学平衡状态。B 级反应包括单相反应和多相反应。单相反应发生在单一的溶解相中,而多相反应则涉及液相和固相。C 级反应仅仅针对多相反应而言,它分为:(1)表面反应:如中性有机组分的憎水性吸附和带电离子的离子交换等。(2)古典反应。如沉淀、溶解等。

二、多相反应(吸附作用)

吸附 (Sorption) 过程包括吸附作用 (Adsorption)、化学吸附 (Chemisorption)。吸收作用 (Absorption) 和离子交换 (Ion exchange)。吸附作用是使溶质附着到固体表面的过程。

阳离子被吸引到带负电荷的粘土矿物表面,阴离子被吸引到带正电的铁铝氧化物附近。化学吸附则因化学反应而使溶质结合在土壤或岩石表面。吸收作用是溶质通过扩散进入固体颗粒内部并吸附到内部的表面上。在这里,我们并不关心吸附过程的本身,而只关心吸附将溶液中的污染物去除的结果。

吸附量是通过实验来测定的。固体颗粒对溶质的吸附能力的大小是溶质浓度的函数。

如果吸附过程相对于地下水流较快的话,溶液中的溶质将与吸附相达到平衡状态,这一过程称为等温平衡吸附。如果吸附过程相对较慢,溶质和吸附相之间达不到平衡,需要用动力吸附模型描述吸附过程。下面作一介绍。

(一)平衡状态的表面反应—等温平衡吸附

1. 线性等温吸附

溶质浓度 C 和固体颗粒吸附的溶质质量 C^* 之间有如下关系:

$$C^* = K_d C \quad (9-1)$$

式中 C^* ——单位重量的干燥固体所吸附的溶质质量, mg/kg ;

C ——平衡状态溶液中的溶质浓度, mg/l ;

K_d ——分布系数, 等于线性等温吸附直线的斜率, l/kg 。

显然(9-1)式为一条直线。

如果考虑到吸附作用, 对流弥散方程(6-86)式可改写成

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_L \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_r \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_r \frac{\partial C}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (uC) - \frac{\delta}{n} \frac{\partial C^*}{\partial t} \quad (9-2)$$

$$\left(1 + \frac{\delta}{n} K_d \right) \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_L \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_r \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_r \frac{\partial C}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (uC) \quad (9-3)$$

令

$$\left(1 + \frac{\delta}{n} K_d \right) = R \quad (9-4)$$

R 称为阻滞因子, 为大于 1 的数。 δ 为含水层的干容重, n 为含水层的孔隙度。

如果流速 u 为常数, 将(9-4)式代入(9-3)式中, 有

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{1}{R} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D_L \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_r \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_r \frac{\partial C}{\partial z} \right) - \frac{u}{R} \frac{\partial C}{\partial x} \right] \quad (9-5)$$

式中

$$\text{令} \quad u_e = \frac{u}{R} \quad (9-6)$$

为有吸附作用下的溶质运移速度。因为阻滞因子 (retardation factor) 恒大于 1, 显然 $u_e < u$ 。

即当有吸附作用时, 污染物运移的速度恒小于地下水的实际平均流速, 当 $R = 2$ 时, 污染物运移速度仅仅为地下水流速的一半。

这种模型的缺点一是没有限制固体所能吸附的溶质的数量。二是当实验数据点少时, 很容易将 C^* 和 C 的曲线关系当作直线

关系。

2. Freundlich 等温吸附

关系式为

$$C^* = K_f C^N \quad (9-7)$$

式中 K_f 和 N 都是常数。此时 C^* 和 C 之间是曲线关系,但可以取对数将其线性化,即:

$$\log C^* = \log K_f + N \log C$$

即在双对数纸上,图形将是直线。斜率为 N 而截距为 $\log K_f$ 。

在 Freundlich 等温吸附情况下,阻滞因子为

$$R_f = 1 + \frac{\delta K_f C^{N-1}}{n} \quad (9-8)$$

3. Langmuir 等温吸附

该模型考虑固体所能吸附的最大数量,表达式为

$$C^* = \frac{\alpha \beta C}{1 + \alpha C} \quad (9-9)$$

式中 α ——与结合能有关的吸收常数, $[L/mg]$;

β ——固体所能吸附的溶质最大数量 $[mg/kg]$ 。

此时的阻滞系数为

$$R_l = 1 + \frac{\delta}{n} \left(\frac{\alpha \beta}{(1 + \alpha C)^2} \right) \quad (9-10)$$

吸附作用对穿透曲线(breakthrough curve)的影响见图9-4。试验在16cm长的饱和多孔介质柱体中进行,流速 $u = 0.1 \text{ cm/s}$,弥散系数为 $0.1 \text{ cm}^2/\text{s}$,孔隙度 $n = 0.37$ 。初始时刻溶质浓度为0,然后2分钟内在砂柱顶部注入浓度为 0.05 mg/L 的溶液。2分钟后浓度再为0。图中实线为无吸附时的结果,虚线为存在线性吸附,而且 $K_d = 0.476 \mu\text{g/g}$ 时的情况。表明吸附的阻滞作用使峰值较低而且到达的时间较迟。

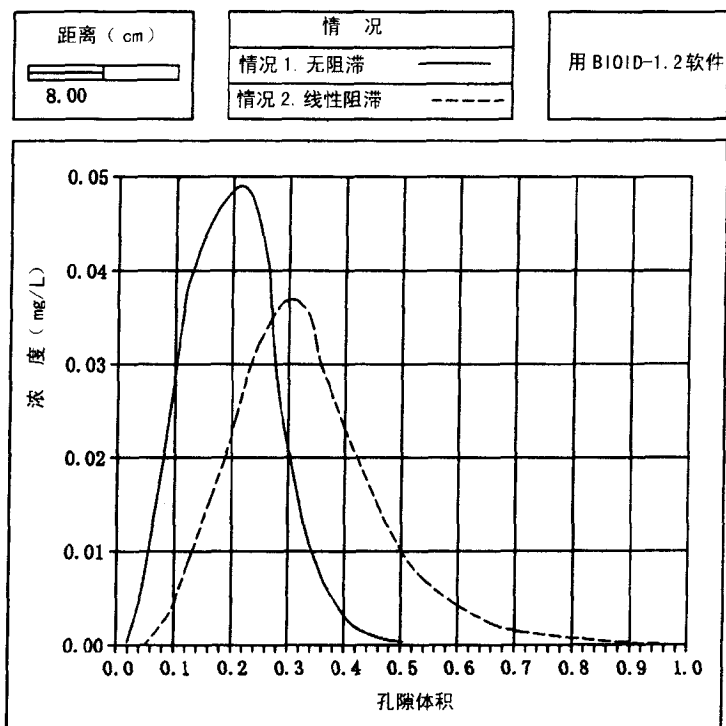


图 9-4 阻滞作用对穿透曲线的影响(根据 C. W. Fetter)

(二) 动力吸附模型

当水流速度较快时,溶液中的溶质和吸附的溶质达不到平衡。称为不平衡吸附或动力吸附。

1. 一阶动力吸附模型

假设固体吸附溶质的速度是残留在溶液中的溶质浓度的函数。而且溶质一旦被固体表面吸附将不再解吸,即反应是不可逆的。此时

$$\frac{\partial C^*}{\partial t} = k_1 C \quad (9-11)$$

式中 k_1 ——一阶速率常数。

由(9-2)式和(9-11)式可得

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_L \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_T \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_T \frac{\partial C}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (u C) - \frac{\delta k_1}{n} C \quad (9-12)$$

2. 可逆的线性吸附模型

若溶质的吸附作用和已被吸附的溶质数量有关,而且反应是可逆的,则可采用该模型,有

$$\frac{dC^*}{dt} = k_2 C - k_3 C^* \quad (9-13)$$

式中 k_2 ——向前(正向)速率常数;

k_3 ——向后(反向)速率常数。

如果系统有足够的时间达到平衡状态, C^* 将不再随时间变化,有

$$\frac{dC^*}{dt} = 0$$

$$\text{则 } k_2 C = k_3 C^* \quad \text{或} \quad C^* = \left(\frac{k_2}{k_3} \right) C = K_d C \quad (9-14)$$

即为线性等温吸附的(9-1)式。

(三) 憎水(有机)化合物的吸附作用

许多溶解于地下水中的有机化合物能通过憎水效应(Hydrophobic effect)吸附到固体表面。这些化合物是中性的并且带有不同程度的极性。憎水化合物能溶解于许多非极性的有机溶剂,但在水中的溶解度很低。当它们溶于水时,这些分子倾向于被吸引到极性比水弱的表面上去,主要的吸附表面是土壤或含水层中有机物所占据的部分。

原来位于溶液中的污染物逐渐分布到液相和固相的过程称为

分异作用(Partitioning)。如果有机碳在土壤或含水层中重量比占1%以上,溶质分异到土壤或含水层的颗粒表面基本上都发生在有机碳部分 f_{oc} ,该情况下有机部分的分异系数 K_{oc} 为

$$K_{oc} = \frac{K_d}{f_{oc}} \quad (9-15)$$

当有机碳组分小于1%时,则有机碳组分存在一个临界值 f_{oc}^* ,当 f_{oc} 等于 f_{oc}^* 时,溶液中的有机物吸附在有机碳的表面的量等于吸附在矿物质上的量,低于 f_{oc}^* 时,有机分子将主要被吸附在矿物颗粒表面。临界有机碳的含量取决于两个指标:(1)土壤和含水层颗粒的比表面积 s_d , (2)有机碳化合物的一种憎水程度指标—即辛醇—水分异系数 K_{ow} 。将有机化合物在水和辛醇组成的混合物中摇匀,然后分别测量溶解于两相中的有机化合物的浓度。辛醇—水分异系数就是溶于辛醇中的浓度和溶于水中的浓度之比,即

$$K_{ow} = \frac{C_{\text{辛醇}}}{C_{\text{水}}} \quad \text{或} \quad K_{ow} = \frac{C_{oc}}{C_w} \quad (9-16)$$

关于有机部分的分异系数 K_{oc} ,可用不同方法估算。如从 K_{ow} 数据估计 K_{oc} ,从溶解度数据估计 K_{oc} ,从分子结构估计 K_{oc} 等,详细介绍请读者参考有关文献。

三、单相反应

单相反应指仅仅发生在液相的化学反应。如果反应是可逆的并且进行得足够快,反应可达到局部平衡状态。若反应未能达到平衡或者是不可逆的,则称为单相不平衡反应或化学动力学问题。

(一)化学平衡

如果溶液中有两个组分A和B,经过反应生成C,而C也能分解为A和B,这个可逆反应可写成



这里 a, b, c 分别代表达到反应平衡所需的每一组分的分子数

目。当反应进行到不再有 C 的剩余产物时,表明反应达到了平衡状态。但反应并未停止,只是向前和向后的反应速率相等而已。如果我们测量反应物和生成物的浓度分别为 $[A]$ 、 $[B]$ 、 $[C]$,则三者之间存在如下关系:

$$K_{eq} = \frac{[C]^c}{[A]^a[B]^b} \quad (9-18)$$

K_{eq} 为反应常数。化学反应必须有足够的时间才能达到上述的平衡状态。

(二)化学动力学

如果(9-17)式的反应进行得很慢,没有在地下水流系统中达到平衡,我们可以将反应看作是反应物 A 和 B 的消失和反应产物 C 的生成过程。此时有三个速率:

$$R_A = -\frac{d[A]}{dt} = k[A]^p[B]^q \quad (9-19)$$

$$R_B = -\frac{d[B]}{dt} = k'[A]^p[B]^q \quad (9-20)$$

$$R_C = \frac{d[C]}{dt} = k''[C]^r \quad (9-21)$$

式中 R_A 和 R_B —— A 和 B 消失的反应速率;

R_C —— C 生成的反应速率;

$[A]$ 、 $[B]$ 、 $[C]$ —— A 、 B 、 C 的浓度;

k 、 k' 、 k'' ——反应速率常数;

p 、 q 、 r ——对应于反应物和生成物的反应阶数。

如果 p 、 q 、 r 中的某一个等于 0,那么这个化学反应就不是该反应物或生成物的函数,即化学反应对于该反应物或生成物是 0 阶的。如果 p 、 q 、 r 中某一个等于 1,则反应速率对于该反应物或反应产物存在线性关系,则称反应速率为一阶的。

反应速率常数和反应阶数必须通过实验确定,它不等于反应的平衡常数。

四、其他反应(衰减作用)

(一)放射性衰变

当放射性核素进入地下水系统以后,不管是溶解相还是吸附相都将发生放射性衰变,衰变造成的浓度变化为

$$\left[\frac{\partial C}{\partial t} \right]_{\text{decay}} = -\frac{\ln 2}{\lambda} C \quad (9-22)$$

式中 λ ——放射性核素的半衰期。

(二)生物降解作用

溶于地下水中的有机物分子的降解作用对于研究污染物的运移是很有意义的。有机物分子属于碳水化合物,它们是微生物生长的培养基(substrate),为微生物提供能量来源,使微生物在含水层的固体骨架表面形成生物膜(biofilm)。生物降解可分为需氧降解和厌氧降解两类,分述如下;

1. 需氧生物降解

如果微生物在新陈代谢过程中需要氧,这一过程称为需氧生物降解(aerobic biodegradation)。碳水化合物的减少、氧的消耗及含水层中微生物的生长可用下列方程表示

$$\frac{dC_H}{dt} = -M_t b_u \left(\frac{C_H}{K_h + C_H} \right) \left(\frac{C_{ox}}{K_o + C_{ox}} \right) \quad (9-23)$$

$$\frac{dC_{ox}}{dt} = -M_t b_u G \left(\frac{C_H}{K_h + C_H} \right) \left(\frac{C_{ox}}{K_o + C_{ox}} \right) \quad (9-24)$$

$$\frac{dM_t}{dt} = M_t b_u Y \left(\frac{C_H}{K_h + C_H} \right) \left(\frac{C_{ox}}{K_o + C_{ox}} \right) + k_o Y C_{oc} - b M_t \quad (9-25)$$

式中 C_H ——孔隙流体中碳水化合物的浓度, $[ML^{-3}]$;

C_{ox} ——孔隙流体中氧的浓度, $[ML^{-3}]$;

M_t ——总喜氧微生物浓度, $[ML^{-3}]$;

b_u ——单位质量喜氧微生物对碳水化合物的最大利用速

度, $[T^{-1}]$;

Y ——微生物产生系数, [克细胞/克碳氢化合物];

K_h ——碳氢化合物半饱和常数, $[ML^{-3}]$;

K_o ——氧的半饱和常数, $[ML^{-3}]$;

k_o ——自然界中有机碳的一阶降解速率;

C_{oc} ——自然界中有机碳的浓度, $[ML^{-3}]$;

b ——微生物降解速率, $[T^{-1}]$;

G ——微生物消耗的氧和氢的比例。

微生物不仅在溶液中的碳氢化合物上生长,也在含水层颗粒的有机碳上生长。微生物从固体表面到溶液中的转移存在一定的趋势,作为初步近似,可认为是微生物总质量的线性函数。

把方程式(9-23)、(9-24)和(9-25)和对流弥散方程结合起来,得到一维情况下的方程:

$$\frac{dC_H}{dt} = \frac{1}{R_h} \left(D_L \frac{\partial^2 C_H}{\partial x^2} - u_x \frac{\partial C_H}{\partial x} \right) - \frac{M_s b_u}{R_h} \left(\frac{C_H}{K_h + C_H} \right) \left(\frac{C_{ox}}{K_o + C_{ox}} \right) \quad (9-26)$$

$$\frac{dC_{ox}}{dt} = D_L \frac{\partial^2 C_{ox}}{\partial x^2} - u_x \frac{\partial C_{ox}}{\partial x} - M_s b_u G \left(\frac{C_H}{K_h + C_H} \right) \left(\frac{C_{ox}}{K_o + C_{ox}} \right) \quad (9-27)$$

$$\frac{dM_s}{dt} = \frac{1}{R_m} \left(D_L \frac{\partial^2 M_s}{\partial x^2} - u_x \frac{\partial M_s}{\partial x} \right) + M_s b_u Y \left(\frac{C_H}{K_h + C_H} \right) \left(\frac{C_{ox}}{K_o + C_{ox}} \right) + \frac{k_o Y C_{oc}}{R_m} - b M_s \quad (9-28)$$

式中 M_s ——溶液中喜氧微生物的浓度;

R_h ——碳氢化合物的阻滞因子;

R_m ——微生物阻滞因子;

u_x ——平均线性地下水流速。

2. 厌氧生物降解

有些微生物可以在缺氧条件下降解碳氢化合物。这些微生物利用其他物质(如氮)接受电子。碳氢化合物的厌氧分解可用下式表示

$$\frac{dC_H}{dt} = -b_{ua}M_a\left(\frac{C_H}{K_a + C_H}\right) \quad (9-29)$$

式中 M_a ——厌氧微生物的总质量；

b_{ua} ——单位质量厌氧微生物的最大碳氢化合物利用速率；

K_a ——最大速率一半时厌氧降解的碳氢化合物的浓度。

溶液中有厌氧微生物降解时的溶质运移方程为

$$\frac{dC_H}{dt} = \frac{1}{R_h}\left(D_L \frac{\partial^2 C_H}{\partial x^2} - u_x \frac{\partial C_H}{\partial x}\right) - \frac{M_a b_{ua}}{R_h}\left(\frac{C_H}{K_a + C_H}\right) \quad (9-30)$$

若碳氢化合物的浓度 C_H 远小于最大速率一半时的浓度 K_a ，可忽略方程(9-29)分母中的 C_H ，简化为线性形式，即得到一个一阶反应项

$$\frac{dC_H}{dt} = -\left(\frac{b_{ua}M_a}{K_a}\right)C_H \quad (9-31)$$

则厌氧生物降解的溶质运移方程(9-30)变为

$$\frac{dC_H}{dt} = \frac{1}{R_h}\left(D_L \frac{\partial^2 C_H}{\partial x^2} - u_x \frac{\partial C_H}{\partial x}\right) - \left(\frac{M_a b_{ua}}{R_h K_a}\right)C_H \quad (9-32)$$

单一的微生物培养基(即碳氢化合物或其他有机化合物)在低于维持微生物群落的最小浓度之后就不能通过生物降解作用继续降低浓度，即微生物在浓度降低达到维持生存时就不能再继续降解有机物。需氧微生物也如此。

图9-5表示氯、四氯化碳(CTET)和四氯乙烯(PCE)的污染羽分布状况。氯是稳定元素，不被吸附，分布最远。四氯乙烯由于吸附和降解，污染羽分布最近。

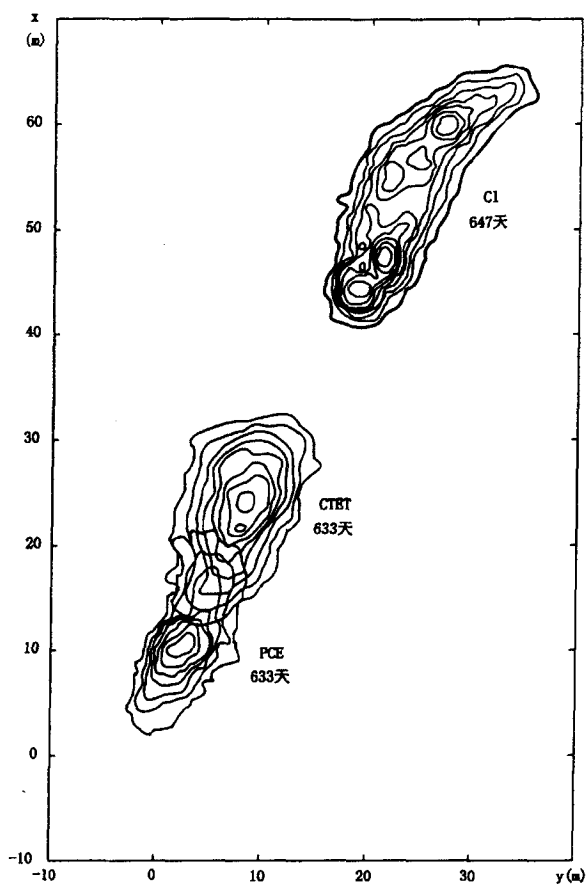


图 9-5 氯、四氯化碳和四氯乙烯的污染羽分布
(根据 P. V. Roberts, M. N. Goltz 和 D. M. Mackay)

第三节 地下水中的无机污染物

一、基本概念

1. 浓度单位及活度

常用的浓度单位为毫克/升(mg/L)、克/升(g/L)或毫克当量/升,此外也有用到摩尔单位。1摩尔物质指此物质的分子量的克数,如碳酸钙 CaCO_3 的分子量为 100,则 1 摩尔 CaCO_3 为 100 克。1 重量摩尔浓度的溶液指每 1 千克溶剂中含有 1 摩尔的溶质。1 体积摩尔浓度的溶液指 1 升溶剂中含有 1 摩尔的溶质:

$$\text{体积摩尔浓度} = \frac{\text{mg/L} \times 10^{-3}}{\text{以克为单位的分子量}} \quad (9-33)$$

离子 X 的活度 $[X]$ 等于 X 的摩尔浓度 m_x 乘以活度系数(activity coefficient) γ_x , 即

$$[X] = m_x \gamma_x \quad (9-34)$$

活度系数是随溶液中阴、阳离子的总量而变,它可由离子强度(ionic strength)求出,而离子强度 I 可由下式计算

$$I = \frac{1}{2} \sum m_i z_i^2 \quad (9-35)$$

式中 I ——离子强度;

m_i —— i 离子的体积摩尔浓度;

z_i —— i 离子的电荷。

离子强度确定以后,活度系数可用 Debye—Huckel 方程计算

$$-\log \gamma_i = \frac{A z_i^2 \sqrt{I}}{1 + a_i B \sqrt{I}} \quad (9-36)$$

式中 γ_i —— i 离子的活度系数;

z_i —— i 离子的电荷;

I ——溶液的离子强度；

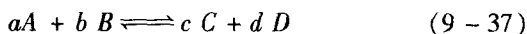
A ——常数, 25℃ 时等于 0.5085；

B ——常数, 25℃ 时等于 0.3281；

a_i ——离子有效直径。

2. 化学平衡和质量作用定律

在前面的(9-17)式和(9-18)式已经简单讨论了化学平衡问题。现在考虑更一般的情况, 物质 A 和 B 作用生成另两种物质 C 和 D , 有



向前的速率为 R_1 , 有

$$R_1 = k_1' [A]^a [B]^b \quad (9-38)$$

向后的速率为 R_2 , 有

$$R_2 = k_2' [C]^c [D]^d \quad (9-39)$$

式中 $[A]$ 、 $[B]$ 、 $[C]$ 、 $[D]$ ——物质 A 、 B 、 C 、 D 作用的浓度；

k_1' ——向前作用的比例常数；

k_2' ——向后作用的比例常数。

如果作用进行到某一点, 向前作用的速率等于向后作用的速率, 有

$$k_1' [A]^a [B]^b = k_2' [C]^c [D]^d \quad (9-40)$$

则

$$K_{eq} = \frac{k_1'}{k_2'} = \frac{[C]^c [D]^d}{[A]^a [B]^b} \quad (9-41)$$

K_{eq} ——称为平衡常数。平衡常数可通过吉布自由能 (Gibbs free energy) 计算

$$\ln K_{eq} = \frac{-\Delta G_R^\circ}{RT} \quad (9-42)$$

式中 ΔG_R° ——反应的吉布自由能；

R ——气体常数；

T ——绝对温度。

3. 氧化 - 还原反应

参加化学反应的元素由于得到或失去电子产生价的变化。得到一个电子,即减少一个正价称为还原;失去一个电子或减少一个负价称为氧化。在环境系统中,它们可能被微生物控制,但微生物本身并不参加反应,其作用类似催化剂。例如:



2 价的铁离子加上 2 个电子变成金属铁。这里的电子既可由电流供应,也可由同时进行的另一种元素氧化失去的等量电子供应,故这是一种半反应(half-reaction)。半反应的标准电势 E^0 是指标准状态下(25℃ 及 1 个大气压),当氧化或还原反应达到平衡时,由反应内部的电子流所表征的电势值,以伏特为单位。 E^0 可用下式计算

$$E^0 = \frac{-\Delta G_R^0}{nF} \quad (9-44)$$

式中 n ——半反应中的电子数;

F ——法拉第常数,其值为 23.06 Kcal/V。

4. pH 和 Eh 的关系

水溶液有一个氧化电势,称为 Eh,它可用 Nernst 公式计算;

$$\text{Eh} = E^0 - \frac{RT}{nF} \ln \frac{[\text{生成物}]}{[\text{反应物}]} \quad (9-45)$$

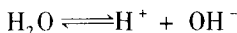
式中 R ——气体常数,0.00199 Kcal/mole · K;

T ——开尔文温度;

$[\]$ ——作用反应物和生成物的浓度。

当 $\text{Eh} > 0$ 时说明溶液为氧化环境, $\text{Eh} < 0$ 时溶液为还原环境。

pH 用来表征水溶液中可参与反应的 H^+ 的数量。水可离解为



这一反应的平衡常数为

$$K_{eq} = \frac{[H^+][OH^-]}{[H_2O]} \quad (9-46)$$

水的离解 H^+ 和 OH^- 的数目相同。如果溶液中 H^+ 较多,则呈酸性; OH^- 较多呈碱性。在温度 $25^\circ C$ 时, $k_{eq} = 1 \times 10^{-14}$ 。

$$pH = -\log[H^+]$$

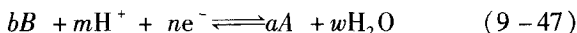
因为水是一个统一体,由(9-46)式有

$$[H^+][OH^-] = K_{eq} = 10^{-14}$$

因而 pH 的取值范围为 0 到 14。小于 7 为酸性。

pH 和 Eh 都可通过专门电极来测定。

我们可以有两种方法描述溶液, pH 描述存在的质子数,而 Eh 则和电子数有关。pH 和 Eh 可通过含水层和氢离子的反应的 Nernst 方程联系起来,设有反应



式中 A——反应物;

B——生成物;

n——释放的电子数;

a——反应物的摩尔数;

w——水的摩尔数;

b——生成物的摩尔数;

m——氢离子的摩尔数。

反应式(9-47)的 Nernst 方程为

$$Eh = E^0 - \frac{RT}{nF} \ln \frac{[A]^a [H_2O]^w}{[B]^b [H^+]^m} \quad (9-48)$$

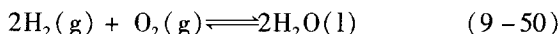
经一系列推导后,得到 $25^\circ C$ 和一个大气压下(9-48)式化为

$$Eh = E^0 - \frac{0.0592}{n} \log \frac{[A]^a}{[B]^b} - 0.0592 \frac{m}{n} pH \quad (9-49)$$

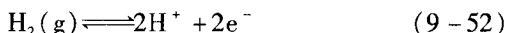
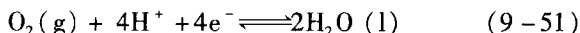
5. Eh—pH 图

根据 Eh 和 pH 关系作图称为 Eh—pH 图。它可用来刻画一定活度的物质在水溶液中的存在形式及其价态,从而可以进一步推断此物质在水溶液中的转化及迁移规律。

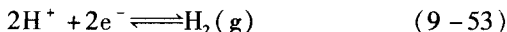
以水的氧化还原为例:



括号内的 g 表示气体, l 表示液体。它由两个半反应组成



上式可改写为



根据半反应的自由能和标准电势,用 Nernst 公式算出

$$\text{Eh} = 0.000 - 0.0592 \text{ pH} \quad (9-54)$$

上式即为 H_2O 被还原为 H_2 的 Eh—pH 条件。同样由 (9-50) 式的半反应可算出

$$\text{Eh} = 1.229 - 0.0592 \text{ pH} \quad (9-55)$$

(9-55) 式为 H_2O 被氧化为 O_2 的 Eh—pH 条件。

以 Eh 为纵坐标, pH 为横坐标, 可绘出水的 Eh—pH 图, 如图 9-6 所示。在 $\text{Eh} = 1.229 - 0.0592 \text{ pH}$ 和 $\text{Eh} = 0.000 - 0.0592 \text{ pH}$ 两条线的中间区域, 就是水在标准状态下的稳定场。

对于溶液中的其他物质, 也可类似地作出 Eh—pH 图。

6. 金属络合物

由于水分子具有极性, 极易被阳离子束缚在其周围形成水合阳离子。如 $\text{Cu}(\text{H}_2\text{O})_6^{2+}$, 这种作用称为阳离子的水合作用。

水溶液中的离子不仅仅以单一的形式出现。它常与其他离子以共价键或静电吸引的方式结合成络离子。那些与阳离子形成络合离子的阴离子或极性分子统称为配位体。水合作用中的水分子也是配位体。当配位体有多个位置束缚阳离子时, 这种配位体称螯合剂。络合离子的形成与水溶液中溶解物质的含量及 Eh 和 pH

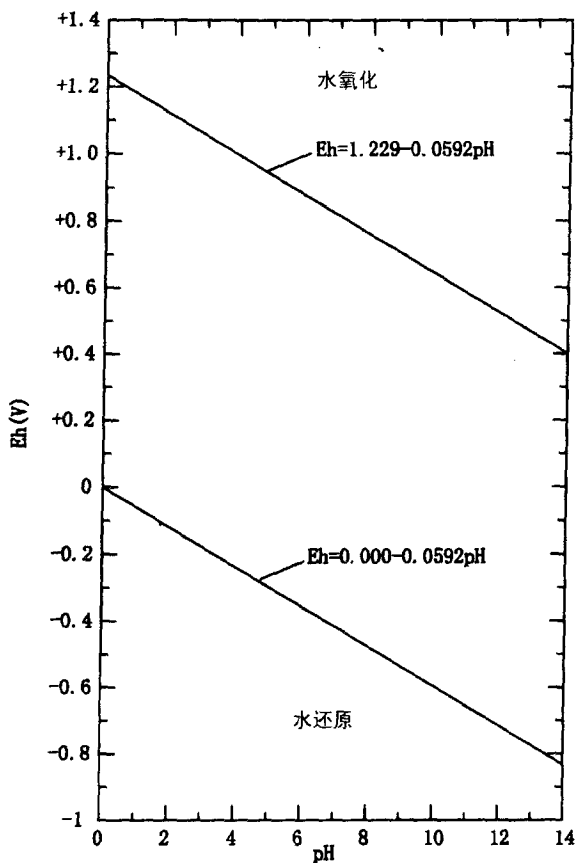


图9-6 表示水的稳定场的 Eh—pH 图

(根据 C. W. Fettes)

值有关。

有机物具有极性官能团,因此也可充当配位体与阳离子形成络合物,这种有机配位体称为有机络合剂。自然界中的有机络合

剂多为腐植酸和富啡酸。被污染的地下水中可含有有机合成络合剂,如柠檬酸、乙二胺四醋酸钠等。重金属在天然水体中,主要以腐植酸的络合物形式存在。由于有机络合剂的存在,可提高某些金属的迁移性。

二、非金属无机污染物的化学性质

1. 氟化物

氟化物在水中以 F^- 的形式出现,自然界中的浓度常小于 1.0mg/L ,但也有高达 67mg/L 的报道。其来源主要为氟石、磷灰石等矿物的风化水解。工业处理用的 HF 酸,磷肥制造业的富磷岩石也含有氟。氟化物能与一些阳离子如 Fe^{3+} 形成络合物。若水中存在 Ca^{2+} ,将产生 CaF_2 沉淀。因此 Ca^{2+} 的浓度是控制 F^- 含量的一个重要因素。

饮用水中氟的标准为 2.0mg/L 。水中适量的氟有助于儿童牙齿发育,过量则导致氟斑牙疾病。中国北方地下水中有不少超标的高氟水。

2. 氯和溴

氯和溴具有相似的化学性质。天然水中只有 Cl^- 和 Br^- 具有研究意义。如果地下水没有受到海水或咸水的污染, Cl^- 通常小于 100mg/L 。

氟化物在多方面为人类所利用。废弃物通过工业排放,污水、动物粪便、道路盐处理等进入地下水中。氯和溴等卤化物不参与氧化还原反应,不发生吸附,也不形成沉淀,化学性质稳定,在地下水研究中常用作示踪剂。

3. 硫

硫通过含硫矿物的风化进入环境。硫化物矿石的处理及化石燃料的燃烧亦释放硫。硫酸在工业上有广泛的用途。

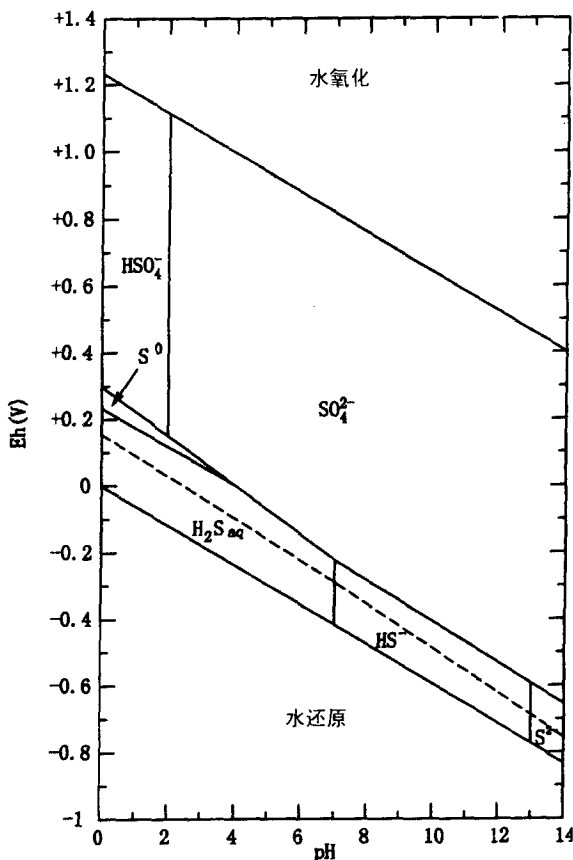


图 9-7 标准状态下硫的 Eh—pH 图(根据 USGS)

硫可以从 S^{2-} 到 S^{6+} 的多种价态出现。Eh—pH 图显示硫有两种氧化态 HSO_4^- 和 SO_4^{2-} 以及三种还原态 S^{2-} , HS^- , H_2S (溶于水) 及元素 S 的稳定场, 图 9-7。硫的计算活度为 10^{-3} mol/L。活度越大, 元素硫的范围也越大。值得注意的是: 若硫的氧化还原反应

没有微生物媒介,反应达到平衡将需要很长时间。

硫酸钙(石膏 CaSO_4)易溶于水, $K_{eq} = 10^{-4.6}$ 。但硫酸锶和硫酸钡极难溶于水,因此硫酸盐可作为锶、钡元素的吸收源。

4. 氮

氮的存在形式一般有 NO_3^- , NO_2^- , N_2 , NH_4^+ 及 CN^- 。氮也是氨基酸的重要组成成分。大气中有 78% 是 N_2 , 大气中的 N_2 可被“固化”或转化为硝酸盐。这种作用是通过水中的氨基细菌或豆科植物、地衣等的根部细菌完成的。肥料生产、内燃机燃烧、动力工厂、闪电的高温作用等,可使大气中的氮转变成还原态或氧化态。雨水中溶解有硝酸盐和氮气。下水道、动物粪便、肥料的使用等都是地下水中氮的来源。

在土壤水和地下水中氮的系列氧化还原反应都必须伴有微生物作用。氮在氧化条件下,转化成亚硝酸盐;亚硝酸盐极不稳定,易立即转化成硝酸盐,故自然界中亚硝酸盐较少见。还原条件下,硝酸盐大多转化成 N_2 , 即脱氮化作用。而有机物多转变成氨气。大量施加化肥,使地下水中硝酸盐的含量增高。

氮有两种同位素 ^{14}N 和 ^{15}N , 其中 ^{14}N 在大气中含量较多。利用两种同位素之比可用来区分硝酸盐的来源。

5. 砷

砷的价可为 +5, +3, +1, 0 和 -3。然而溶于水砷的重要价态为砷酸盐 $\text{H}_n\text{AsO}_4^{3-n}$ 的 +5 价和亚砷酸盐 $\text{H}_n\text{AsO}_3^{2-n}$ 的 +3 价。溶解的砷能被氢氧化铁吸附,而氢氧化铁在广阔的 Eh—pH 范围是稳定的,这影响了砷的迁移。然而,当 Fe^{3+} 还原为 Fe^{2+} 并且 As^{5+} 还原为 As^{3+} 时,砷在环境中的移动性增加了,因为沉淀的氢氧化铁变为溶解的氢氧化亚铁。在强还原条件下,如果同时有铁和硫化氢存在,硫化砷和硫化铁共同沉淀。在缺乏硫化氢存在的条件下,砷的移动性最强。因为此时铁成为可溶的亚铁状态,砷成为亚砷酸盐形式。

砷是通过燃烧煤和熔炼矿石进入到环境中。在过去,杀虫剂和尸体防腐剂的配方中也用砷,在现代工业中也有用到砷。

三、金属污染物的化学性质

影响金属阳离子迁移的主要因素有二:一个是一定的 $Eh-pH$ 条件;另一个是阳离子交换作用。当 $Eh-pH$ 条件适当,金属阳离子可存在于地下水中并随水流动,否则会形成沉淀。阳离子交换作用使金属阳离子吸着于固体颗粒上而大大降低其流动性。当有可流动的胶体颗粒存在时,金属阳离子与可流动胶体颗粒结合可增加其移动性。

1. 铬

铬(Cr)在水中的价态为 +6 和 +3。通常 Cr^{6+} 是易溶和易流动的,而 Cr^{3+} 正好相反。纽约长岛发生的 Cr^{6+} 泄漏显示, Cr^{6+} 的迁移距离可达 3000 英尺。在一定条件下, Cr^{6+} 和 Fe^{2+} 反应可产生 Cr^{3+} 的沉淀,从而降低地下水中的铬的含量。

Cr^{6+} 的排放多来自金属电镀工业。

2. 镉

镉(Cd)的存在价态为 +2 价。镉的生物毒性很强,由于镉一方面易于迁移,另一方面具有生物积累效应,故镉的污染物极限很低。饮用水中最大的污染极限为 0.01mg/L。镉的氧化物非常难溶。

日本曾发生过软骨症,其原因追溯到一家铅锌冶炼厂,冶炼厂废气中含有镉,镉降落地表并进入土壤,又被水稻及大豆等作物吸收,而这些作物是当地居民的主要食物。

3. 汞

汞也称水银,是剧毒物质。在无机污染物中它的污染极限最低,仅仅为 $2\mu g/L$ (即 0.002mg/L)。它能在食物链中积累,特别在鱼中。日本曾发生过水银中毒的蔓延。工厂含水银的污水排入地

表水体,使鱼中含有大量的汞,当地鱼村居民由于吃鱼的影响,死亡率高达40%,中毒甚至由母亲传给未诞生的婴儿。

汞的价态为+1和+2价。大多数无机汞化合物溶解度很低。如 Hg_2Cl_2 溶解度为 $10^{-17.9}$,而 HgS 大约为 10^{-50} 。在天然条件下,几乎没有溶解的无机汞,然而甲烷生长细菌能把金属汞转变成有机形式,如甲基汞 HgCH_3^+ 。单甲基汞离子能溶于水。细菌也能产生双甲基汞 $\text{Hg}(\text{CH}_3)_2$,它易挥发。其他有机形式如氯化乙基汞($\text{C}_2\text{H}_5\text{HgCl}$)是人工制造的,用作杀真菌剂。

四、垃圾填埋场的地球化学分带

垃圾填埋场是地下水污染的一个主要污染源。填埋场的污染渗滤液来自雨水渗滤及自身产生的废液,若废物在地下水面以下,还会经受地下水的浸溶与渗滤。渗滤液中常含有许多有机物质和无机物质(包括胶体颗粒),其中的化学反应多受微生物活动控制。有机物质是市政填埋场的主要垃圾。被填埋的有机物质受到细菌及其他微生物的降解,在需氧环境下,有机物降解完全,如葡萄糖降解产生水和二氧化碳。在厌氧环境下,有机物的降解产物为甲烷及其系列反应的中间产物;而硝酸盐和硫酸盐被还原成 NH_3 及 H_2S 。渗滤液进入地下水流中,形成污染羽。污染带可分三部分,见图9-8。距填埋场最近的是厌氧带,厌氧带内的氧气已被耗尽并且得不到补充。有机物进行厌氧降解,可见到甲烷、氨等产物。在此带中 Fe^{2+} 、 Fe^{3+} 可溶于水, Fe^{2+} 若遇到 S ,可生成 FeS 沉淀。中间为过渡带,该带中绝大部分可溶有机质被降解, $\text{Fe}(\text{OH})_3$ 和 $\text{Mg}(\text{OH})_2$ 一起沉淀。污染羽的前缘为需氧带,带内的水质受渗滤液的影响,而溶解氧并未被耗尽,此带中含有硝酸盐和硫酸盐。

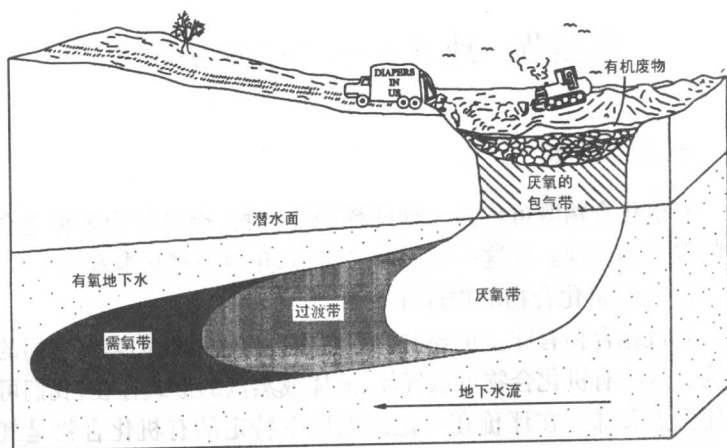


图 9-8 有机物填埋场的污染羽分布

(根据 C. W. Fetter)

Baedecker 和 Back 提出划分三个带的依据: (1) 总还原氮与硝酸盐的比例; (2) 溶解铁与溶解镁的比例; (3) 溶解氧或甲烷的存在。在厌氧带, 还原氮与硝酸盐的比例最高, 向过渡带递减, 而在需氧带最低。在需氧带氮主要以硝酸盐形式存在。当水中硫含量有限时, 厌氧带可存在溶解铁及溶解镁。向过渡带迁移过程中, Fe 被氧化成三价的 Fe^{+3} 并形成 $\text{Fe}(\text{OH})_3$ 沉淀。而溶解镁有较大的 Eh—pH 范围, 仍为溶解态, 故过渡带的溶解铁与溶解镁的比例要小于厌氧带, 而需氧带则更小。溶解氧只出现在需氧带, 而甲烷只出现在厌氧带。

当渗滤液遇到碳酸盐含水层或含有大量碳酸盐的松散含水层时, 渗滤液中的酸与碳酸盐发生化学反应, 导致地下水中钙、镁增加, 硬度增大。同时中和了渗滤液, 并促使某些碳酸盐 (如 FeCO_3 , 菱镁矿) 的沉淀。

第四节 地下水中的有机污染物

一、基本概念

有机化合物既可作为一种纯粹的化合物,也可作为多种化合物的混合物出现。在这一章展开之前,先介绍一些基本概念。

(一)有机化合物的物理性质

有机化合物有许多重要的物理性质可以帮助我们理解它们的行为。这些有机化合物可以气体、液体或蒸汽的形式存在,我们可以用融点和沸点在评价在一定的温度下特定的有机化合物是气体、液体或蒸汽。如果温度在熔点以下,化合物将是固体。如果温度在融点和沸点之间则为液体,如高于沸点则为气体。沸点一般在一个大气压下给出的。对于同系的化合物,随着分子量的增加沸点也增加。

1. 比重(specific gravity)。是某种物质(液体或固体)的重量和同体积的4℃时的水的重量之比。但有机液体测定重量时的温度通常时20℃而不是4℃。

2. 水的溶解度(water solubility)。也是有机物质的一项重要性质。对于气体水的溶解度要在给定的蒸汽压力下测定,对于液体,则它是水温 and 有机物性质的函数。

3. 辛醇—水分配系数(octanol—water partition coefficient)。将某有机物和等量的两种不混溶液体水和溶剂(八碳键醇)相混合,该系数是该物质在有机溶剂中的平衡浓度和水中的平衡浓度之比:

$$P_{\text{octanol}} = \frac{C_{\text{octanol}}}{C_{\text{water}}} \quad (9-56)$$

式中 P_{octanol} ——辛醇—水分配系数;

C_{octanal} ——溶剂中该物质的浓度；

C_{water} ——水中的该物质浓度。

该值愈大,表示该种物质倾向于溶于有机溶剂而不是水中,亦即该种物质在环境中的移动性愈小。

4. 蒸汽压。它是一种物质从固体或液体转变为气体状态倾向的量度。它是在给定温度下气体和液体或固体处在平衡状态下的压力。蒸汽压愈大,物质挥发愈多。和蒸汽压有关的是蒸汽密度(vapor density) V_d ,有下式

$$V_d = \frac{pM}{RT} \quad (9-57)$$

式中 p ——平衡蒸汽压,以大气压计;

M ——克分子量;

R ——气体常数(0.082 升·大气压/(摩尔/K));

T ——温度,以绝对温度(K)计。

5. 亨利定律(Henry's Law)。它表示一种液体上气体分压和溶于液体中气体部分的关系,有下式

$$H_L = \frac{p_x}{C_x} \quad (9-58)$$

式中 H_L ——亨利定律常数,以大气压/(摩尔/ m^3 水)计;

p_x ——气体分压,以给定温度下的大气压计;

C_x ——该气体在溶液中的平衡浓度,以(摩尔/ m^3 水)计。

亨利定律常数愈大,有机物从土壤或水中挥发量也愈大。

(二)有机物结构和命名法

最简单的有机化合物为碳氢化合物,它仅仅由碳和氢组成。碳有4个键位,能和许多元素如氧、氮、硫、磷、氯、溴、氟及氢等键合。碳能形成单、双或三个键。

碳氢化合物能分为两类:一类为芳香族碳氢化合物,它包含一个苯环;一类为脂族碳氢化合物,不含有苯环。苯环是6个碳原子

聚合成环状结构,带有交替的单个或双个键。单键或双键在环上变化位置。苯环的符号见图 9-9。

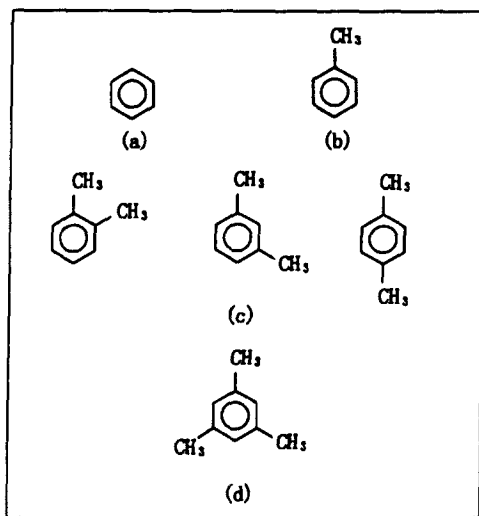


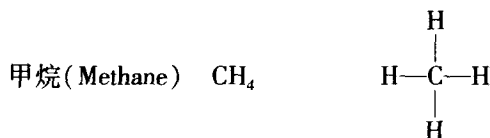
图 9-9 苯环的结构和命名

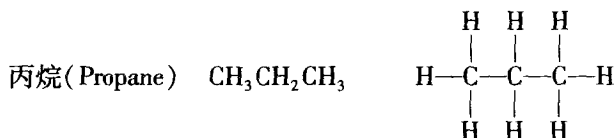
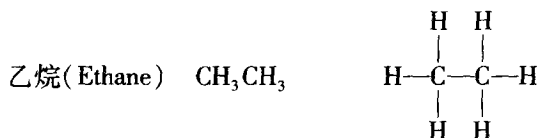
(a) 苯环; (b) 甲苯; (c) o-二甲苯, m-二甲苯, p-二甲苯; (d) 1,3,5 三甲苯

1. 脂族碳氢化合物

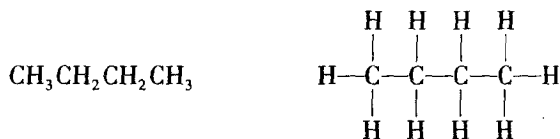
脂族碳氢化合物的碳,有一个以上的碳原子可以由单键(烷烃)、双键(烯烃)或三键(炔)聚合。

(1) 烷烃也称饱和碳氢化合物或石蜡。一般的分子式为 C_nH_{2n+2} 。前六个直链烷烃结构如下

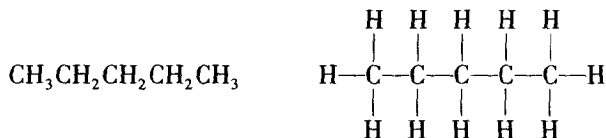




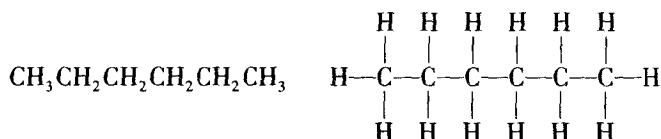
丁烷(Butane)



戊烷(Pentane)

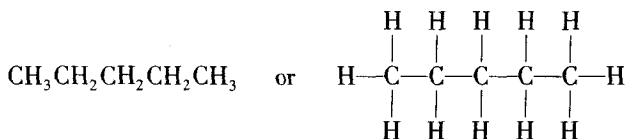


己烷(Hexane)

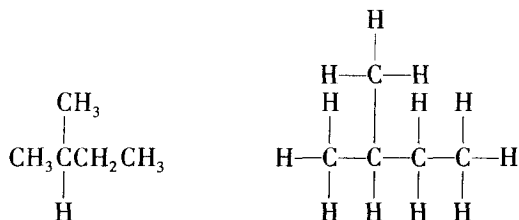


有机化合物有时有同样的分子式但有不同的结构,因为烷烃可能有分支键,这些化合物称异构体。即虽然有同样的分子式,但却是不同性质的不同化合物。例如分子式 C_5H_{12} 代表着三种异构体。

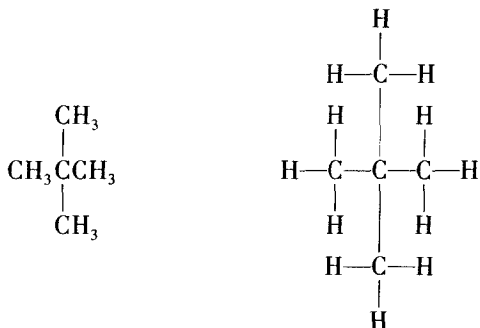
戊烷(Pentane)



二甲基丁烷(2 - Methylbutane)



2,2 甲基丙烷(2,2 - Dimethylpropane)



由以上的例子中我们看到表示结构式的两种方法,左边是浓缩形式,仅仅表示某些键,而右边则表示原子间的所有键。因为浓缩式比较方便,用得较多。

国际纯粹与应用化学协会(IUPAC)规定烷烃的命名规则如下:

a. 化合物的基本名称按存在的最长的直链烷烃命名。即按直链上的碳原子数,从甲,乙,丙,丁,……命名。

b. 任何从直链分出的支链或附着于直链上的官能团也必须命

名。碳键命名为烷基,重要的烷基如下:

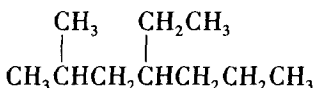
甲基 (Methyl)	CH_3-
乙基 (Ethyl)	CH_3CH_2-
丙基 (Propyl)	$\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2-$
异丙基 (Isopropyl)	$\begin{array}{c} \text{CH}_3\text{CHCH}_3 \\ \\ \text{CH}_3 \end{array}$
丁基 (Butyl)	$\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2-$
t-丁基 (t-Butyl)	$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ \\ \text{CH}_3\text{CCH}_3 \\ \\ \text{CH}_3 \end{array}$

其他官能团如氯离子,则加上前缀氯。

c. 官能团的位置,应数它贴附在长键上的碳原子数命名。贴在第一个碳原子上叫 1,贴在第二个碳上叫 2。

d. 如果有一个以上的同样的官能团,则应加前缀 2,3,4 等等。

如



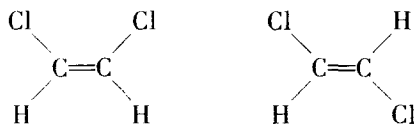
长键上有 7 个碳,故叫庚烷。甲基官能团贴在长键第二个碳上,乙基团贴在第四个碳上,故名称为 2 甲基 4 乙基庚烷。

(2) 烯烃有一个碳-碳之间的双键,一般分子式为 C_nH_{2n} 。烯烃也称为不饱和碳氢化合物或烯 (Olefins)。它们是根据有双键的最长的键命名。基本名词的英文结尾为 ene (或 ylene) 而不是 ane,根据双键直链的碳原子数命名。次序为甲、乙、丙、丁…。最简单的烯烃为乙烯 (ethene), 分子式为 $\text{CH}_2 = \text{CH}_2$ 。如果双键发生在不止一个位置,则用数字前缀指出。

例如丁烯有两个键位:

1-丁烯	$\text{CH}_2 = \text{CHCH}_2\text{CH}_3$
2-丁烯	$\text{CH}_3\text{CH} = \text{CHCH}_3$

如果有官能团存在,它的位置由和它键合的碳原子位置指出。由于双键,某些烯烃存在异构体,例如二氯乙烯有两种异构体:



2. 芳香族碳氢化合物

芳香族碳氢化合物是以苯环为基础的。图9-9(a)表示一个苯环的压缩(简化)形式,其他的分子可由参加到苯环的官能团形成。图9-9(b)为甲苯。因为6个碳原子是等价的,如果仅仅只有一个官能团,不必指明其位置。如果有两个官能团,则有三个异构体,如图9-9(c),用前缀邻(ortho或o-)表示两官能团在相邻的两个碳原子上;间或偏(meta或m-)表明二官能团相间一个碳原子;对(para或p-)表明二官能团位于相对的位置。故有邻二甲苯、间二甲苯、对二甲苯。对于六个碳原子也用记数表示,如图9-9(d)的1,3,5-三甲基苯。

两个或更多的苯环可能结合在一起。最简单的多环芳香族碳氢化合物(多环芳烃PAH)是萘,它由两个苯环组成。一些芳香族碳氢化合物的结构和性质表示在图9-10中。一些多环芳烃的苯环共用碳原子,这些PAH可在石油分馏时重的部分找到,如沥青、煤焦油和杂酚油等;也可从化石燃料的不完全燃烧时形成。

如果苯环和其他团结合,则可用官能团命名,如苯基-(phenyl)。图9-11表示联苯和连苯甲烷,如果连苯被氯化,它产生包含有1-10个氯离子的异构体的混合物,这些化合称为多氯连苯(polychlorinated biphenyls或PCBs)。它们很难进行化学、热或生物降解反应而在环境中长期存在。

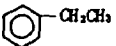
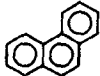
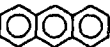
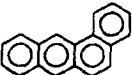
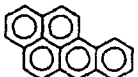
名 称	结 构	分子量	水中溶解度	土-水分配系数
苯 (Benzene)		78.11	1780mg/l	97
甲苯 (Toluene)		92.1	500mg/l	242
邻二甲苯 (Xylene, ortho)		106.17	170mg/l	363
乙苯 (Ethyl benzene)		106.17	150mg/l	622
萘 (Naphthalene)		128.16	31.7mg/l	1,300
菲 (Phenanthrene)		178.23	1.29mg/l	23,000
蒽 (Anthracene)		178.23	0.073mg/l	26,000
芘 (Pyrene)		202.26	0.135mg/l	63,000
苯比蒽 (Benzoanthracene)		228	0.014mg/l	125,719
苯比芘 (Benzo[a]pyrene)		252.3	0.0038mg/l	282,185

图 9-10 某些芳香族碳氢化合物的结构和性质

(根据 C. W. Fetter)

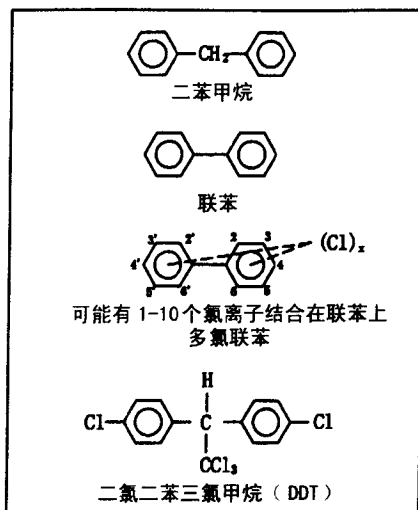


图 9-11 某些苯基化合物的结构

(根据 C. W. Fetter)

二、石油的成分

原油是由不同分子重量的碳原子化合物混合而成,平均说来原油含有 84.5% 的碳,13% 的氢,1.5% 的硫,0.5% 的氮和 0.5% 的氧。典型的原油大约有 25% 的烷烃,50% 的环烷烃,17% 的芳香烃和多环芳香烃和 8% 的沥青所组成。沥青分子有非常重的分子重量和 40 个以上的碳原子。在石油中曾找到 600 种以上的碳氢化合物(Hunt,1979)。

石油靠分馏分成不同部分。碳氢化合物的沸点和碳原子数有关,表 9-1 列出了带有 6 个碳原子的碳氢化合物的沸点,他们虽结构不同,但沸点相近。在同一系列,沸点将随碳原子数的增加而上升。表 9-2 表示一些正烷烃的沸点。由表可看出当碳原子数增加时沸点上升。由上述二个特征,在石油分馏时,根据不同的碳

原子数把不同的组分分开,如表 9-3。每一种组分都由很多种碳氢化合物组成。例如汽油就含有 100 多种有机化合物。

表 9-1 带 6 个碳原子的碳氢化合物的沸点

碳氢化合物	沸点(℃)
苯(Benzene)	80.1
己烷(Hexane)	68.7
环己烷(Cyclohexane)	81.0
二甲基戊烷(2-Methylpentane)	60
甲基环戊烷(Methylcyclopentane)	72

(根据 C. W. Fetter)

表 9-2 正烷烃的沸点

烷 烃	碳原子数	沸 点(℃)
丁烷(Butane)	4	0
戊烷(Pentane)	5	36
己烷(Hexane)	6	69
庚烷(Heptane)	7	98
辛烷(Octane)	8	126
壬烷(Nonane)	9	151
癸烷(Decane)	10	174

(根据 C. W. Fetter)

表 9-3 由分馏分出的石油组分

组 分	每个分子的 碳原子范围	沸点范围	用 途
气 (Gas)	1 ~ 4	20℃	烧饭、供热、化工原料
汽油 (Gasoline)	5 ~ 10	20 ~ 190℃	燃料, 苯可作化工原料
煤油 (Kerosene)	11 ~ 13	190 ~ 260℃	燃料、喷气燃料
柴油 (Diesel)	14 ~ 18	260 ~ 360℃	燃 料
重气和润滑油 (Heavy gas and lubricating oils)	19 ~ 40	360 ~ 560℃	润滑油、黄油、腊
剩余物 (Residuum)	> 40	> 560℃	沥青

(根据 C. W. Fetter)

三、官能团

(一) 有机卤化物

在有机分子的不同位置氯原子能够代替氢原子, 溴和氟原子也是如此。这种化合物可在基本分子加上前缀氯 (chlro -), 溴 (bromo -) 或氟 (fluoro -) 来命名, 并指明其数目和位置。如四氯乙烯 (Tetrachloroethene)、三氯乙烯 (trichloroethene)、1,1,1-三氯乙烷 (1,1,1-trichloroethane) 等。它们可燃性低, 但有高的蒸汽密度, 使它们成为有用的溶剂。它们比水重, 如倾倒在地上会一直向下运动, 一直垂直穿过含水层。但它们也有较大的溶解度, 也可溶于水而随水运动。表 9-4 列出了地下水中比较常见的有机污染物甲烷类、乙烷类和乙烯类的主要性质。

表 9-4 普通氯烷烃和氯烯烃的性质

名 称	分子式	容重 (20℃时)	融点 (℃)	沸点 (℃)	蒸汽压 atm /mm (20℃时)	溶解度 mg/l (20℃时)	亨利定 律常数 (17.5℃时)
甲烷类(Methanes)							
甲烷(Methane)	CH ₄	1.489					
氯代甲烷(Methyl chloride)	CH ₃ Cl		-97.7	-24	5.0 atm	4000cm ³ /l*	0.00584
二氯甲烷(Methylene chlor- ide)	CH ₂ Cl ₂		-97	40.52	349 mm	20000	0.00131
氯仿(Chloroform)	CHCl ₃		-64	62	160 mm	8000	0.00246
四氯化碳(Carbondtetrachlor- ide)	CCl ₄		-23	76.7	90 mm	800	0.0211
乙烷类(Ethanes)							
乙烷(Ethane)	CH ₃ CH ₃		-172	-89	38.5 atm	60.4	
氯乙烷(Chloroethane)	CH ₂ ClCH ₃	0.92	-138.3	12.4	1000mm	5740	0.00846
1,1-二氯乙烷(1,1-Di- chloroethane)	CHCl ₂ CH ₃	1.174	-97.4	57.3	180 mm	5500	0.00389
1,2-二氯乙烷(1,2-Di- chloroethane)	CH ₂ ClCH ₂ Cl	1.25	-35.4	83.5	61 mm	8690	
1,1,1-三氯乙烷 (1,1,1-Trichloroethane)	CCl ₃ CH ₃	1.35	-32	71/81	100 mm	4400	0.0120
1,1,2-三氯乙烷 (1,1,2-Trichloroethane)	CHCl ₂ CH ₂ Cl	1.44	-35	113.7	19 mm	4500	
1,1,2,2-四氯乙烷 (1,1,2,2-Tetrachloroeth- ane)	CHCl ₂ CHCl ₂	1.60	-42.5	146.4	5 mm	2900	
1,2,2,2-四氯乙烷 (1,2,2,2-Tetrachloroeth- ane)	CH ₂ ClCCl ₃	1.60		138			
五氯乙烷(Pentachloroeth- ane)	CCl ₃ CHCl ₂	1.67 *	-29	162	3.4 mm		
六氯乙烷(Hexachloroeth- ane)	CCl ₃ CCl ₃	2.09	187.4			50 (22℃)	
乙烯类(Ethenes)							
乙烯(Eethene)	CH ₂ =CH ₂		-169	-104	>40 atm	131	
氯乙烯(Vinyl chloride)	CH ₂ =CHCl		-153	-13.9	2660 mm *	1.1 *	0.0193

名 称	分子式	容重 (20℃时)	融点 (℃)	沸点 (℃)	蒸汽压 atm / mm (20℃时)	溶解度 mg/l (20℃时)	亨利定 律常数 (17.5℃时)
1,1 - 二氯乙烯 (1,1 - Dichloroethene)	$\text{CCl}_2 = \text{CH}_2$	1.218	-122.5	31.9	500 mm		0.0191
顺 1,2 - 二氯乙烯 (cis - 1, 2 - Dichloroethene)	$\text{CHCl} = \text{CHCl}$	1.28*	-81	60	200 mm *	800	0.00265
反 1,2 - 二氯乙烯 (trans - 1, 2 - Dichloroethene)	$\text{CHCl} = \text{CHCl}$	1.26*	-50	48	200 mm **	600	0.00660
三氯乙烯 (Trichloroethene)	$\text{CHCl} = \text{CCl}_2$	1.46	-87	86.7	60 mm	1100 *	0.00632
四氯乙烯 (Tetrachloroethene)	$\text{CCl}_2 = \text{CCl}_2$	1.626	-22.7	121.4	14 mm	150 *	0.0117

注: #上标表示原表中未表明温度的数据; * 上标表示 25℃ 的数据; ** 上标表示 14℃ 的数据
(根据 K. Verschuieren 环境资料手册)

(二) 醇

醇 (Alcohol) 有一个或多个羟基团 -OH 代替脂族碳氢化合物中的氢原子。醇根据最长的碳氢键命名, 羟团就帖在碳原子上, 在

表 9-5 几种醇

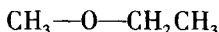
名 称	结 构	用 途
甲醇 (Methanal)	$ \begin{array}{c} \text{H} \\ \\ \text{H}-\text{C}-\text{H} \\ \\ \text{OH} \end{array} $	可用作溶剂、汽油添加物
乙醇 (即酒精 Ethanal)	$ \begin{array}{c} \text{H} \quad \text{H} \\ \quad \\ \text{H}-\text{C}-\text{C}-\text{H} \\ \quad \\ \text{H} \quad \text{OH} \end{array} $	制酒, 溶剂等
1,2-亚乙基二醇 (1,2-ethanedial)	$ \begin{array}{c} \text{H} \quad \text{H} \\ \quad \\ \text{H}-\text{C}-\text{C}-\text{H} \\ \quad \\ \text{OH} \quad \text{OH} \end{array} $	防冻化合物, 制造聚酯纤维和胶片

这一名字上加后缀 - al; 键入羟基团的碳原子位置用数字前缀指出。如果有两个羟基团, 则用后缀 - diol。下面列出几种醇。

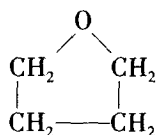
醇能和水混合, 在地下水中有运动的趋势, 但很容易被生物降解。

(三) 醚

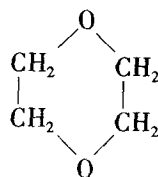
醚 (Ethers) 在两个碳原子之间键有一个氧原子。它普通的名字由两个碳氢化合物的名字后面跟一个 ether 得到。如甲基 - 乙基醚 (Methyl ethyl ether) 为



在 IUPAC 系统, 甲氧基功能团为 $\text{CH}_3\text{O}-$, 所以上述化合物也称为 1 - 甲氧基乙烷。有两种环状醚成为地下水中较持久的污染物。四氢呋喃通常大量地作为化学中间产品以及树脂类 (如 PVC, 各种染料等) 的溶剂, 它能和水混合并抵抗生物降解。1,4 - 二恶烷也是环状结构, 也能和水混合并且极难被生物降解。



(a) 四氢呋喃



(b) 1,4-二恶烷

图 9-12 两种环状醚的结构

(四) 酚

酚是基于一个羟基键合在苯环上。酚可能存在天然的地下水中, 含量较低, 和有机物的降解有关。但大多数情况下, 由于它在工业中应用较广, 是地下水中的常见污染物。酚的结构见图 9-13。

甲酚 (cresol) 有一个甲基团贴在甲苯的苯环上, 它有工业用

途,也可在精炼煤焦油时释放出来。氯酚(chlorophenal)有1个或1个以上的氯离子在酚的苯环上。氯酚是制造染料和更高的氯化酚类的合成中间体。三氯酚(Trichlorophenol)是用于保护木材和皮革或作为生物杀伤剂和防腐剂。

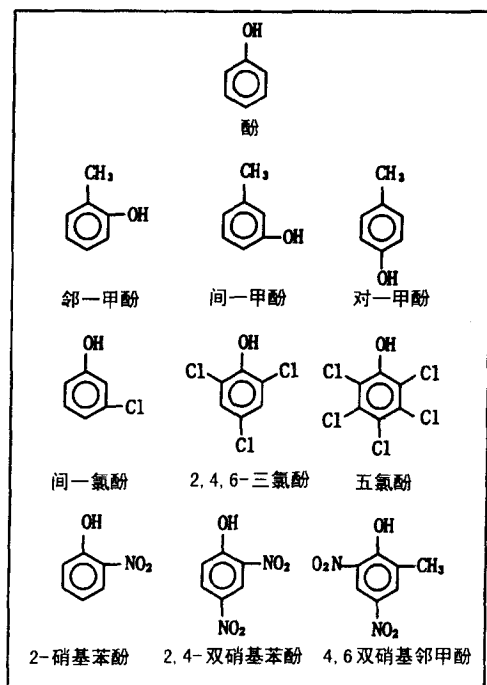


图 9-13 酚的结构

(根据 C. W. Fetter)

四、有机化合物降解

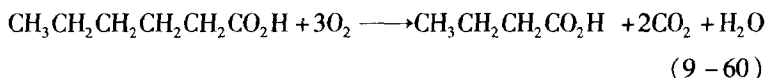
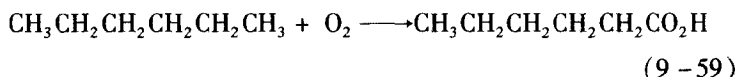
(一) 概述

和石油产品有关的直链的或芳香族的碳氢化合物能产生生物降解 (Wilson 等 1986, Barker 等 1987), 水文地质学家近来也观察到溶于地下水中的卤化有机溶剂在天然条件下发生变化, 即化合物逐渐发生脱卤作用 (Robert 等 1982, Parsons 等 1984, Cline 和 Viste 1985)。

苯、甲苯、二甲苯也观察到在含水层中发生降解 (Chiang 等 1989, Barker 和 Patrick 1985, Barker 等 1987)。降解是一个有机分子由于化学或生物作用变得更小的过程。一个分子可以用氢离子替换卤化物离子, 因此可以转变成为分子量较低的化合物。分子中的碳原子可以裂开, 使分子中的碳原子数变少。降解的最终产物是甲烷和沼气。

(二) 碳氢化合物的降解

烷烃能在需氧条件下被多种细菌降解。这个过程的第一步是一个终端的 CH_3 团变换为一个羧基团。微生物贴在新形成的羧酸的第二个碳原子上并且移动两个碳的碎片, 形成二氧化碳。如正己烷的降解有如下几步:



形成的乙酸 (醋酸) 很易进一步降解为二氧化碳和水。

芳香族的碳氢化合物在需氧条件下也能被降解。第一步, 在苯环的解理面上两个羟基代替相邻碳原子上的氢。于是苯环在它们之间裂解成两个环形成双羧酸 (bicarboxylic acid)。

图 9-14(a) 图解了苯环裂解过程。芳香族碳氢化合物也可发生厌氧降解。苯环也可在存在硝酸根时降解, 苯环首先变成环己烷 (cyclohexane), 再氧化为酮 (Ketone), 最后由水解作用

(hydrolysis) 分裂形成羧酸(carboxylic acid)。图 9-14(b)。

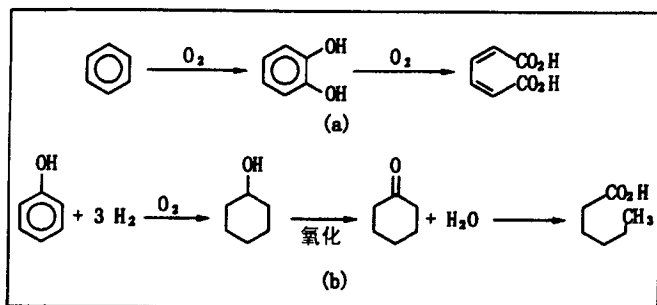


图 9-14 苯环的降解(根据 C. W. Fetter)

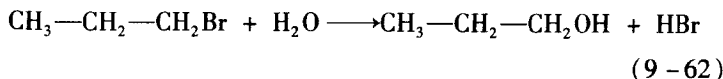
(a) 有氧存在时的需氧降解;(b) 有硝酸盐存在时酚的厌氧降解

(三) 氯化烃的降解

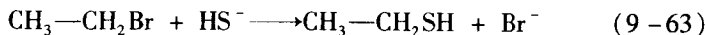
以下各种有机化合物既可发生生物降解,也可发生非生物降解。如氯甲烷,氯乙烷,氯丙烷,氯丁烷,氯乙烯,溴甲烷,溴乙烯,溴氯丙烷,氯酚,氯苯,卤代乙酸等。氯乙烷和氯乙烯在地下水中较常见,并且研究得较好。在没有生物作用情况下有许多反应能把它们裂解成较小分子量的化合物。如:

1. 取代作用(Substitution)

水和卤代化合物作用,用一个 OH^- 取代一个 X^- 形成一个羟基。它可在水中发生而无机的或生物的催化剂,但反应速度较慢。这一反应也被称为水解作用(hydrolysis)。如 1-溴丙烷



除水以外,其他的团也有取代作用,如 HS^-



2. 脱卤化氢作用(Dehydrohalogenation)

一个烷烃从一个碳原子上失去一个卤化物离子,并且从相邻

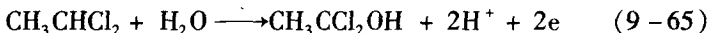
的碳上失去一个氢离子。结果在碳原子间形成双键变成烯烃。如该作用使 1,1,1-三氯乙烷变成 1,1-二氯乙烯。



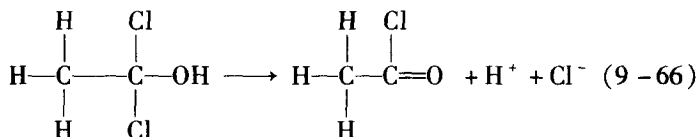
另一类作用如氧化作用和还原作用是典型的以生物为中间体而且需要外部的电子供体和受体。在某些情况下多卤化的脂族化合物将作为电子受体并且还原。

3. 氧化作用(Oxidation)

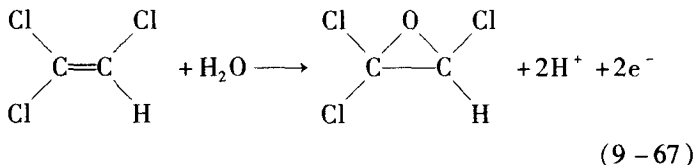
氧化作用包含一个 α -羟基化作用。即在烷烃上增加一个 OH^- 基代替碳上的 H 原子,碳上也有一个卤化物离子,结果形成氯化醇(chlorinated alcohol)。如 1,1-二氯乙烷(1,1-dichloroethane)经羟基化作用形成 1,1-二氯乙醇(1,1-dichloroethanol):



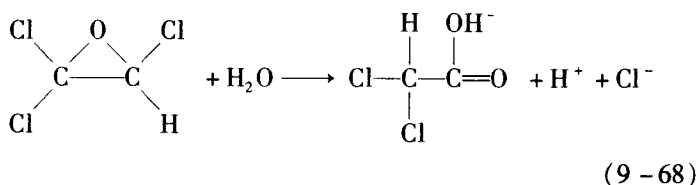
卤化醇可能从羟基团中进一步失去氢和一个卤化物,形成醛(aldehyde)



碳-碳双键的氧化能形成环氧(epoxy),这一过程称为环氧化作用(epoxidation)

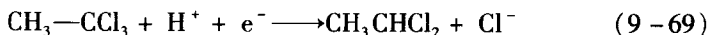


环氧的生命很短,在中性的 pH 条件下能被氧化成羧酸

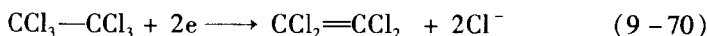


4. 还原作用

该作用由卤化物离子被还原的过渡金属或过度金属复合体移动开始,而还原物本身被氧化。形成的烷基能和 H^+ 离子作用,它代替离开的 X^- ,这一过程称作氢解(hydrogenolysis)。



如果相邻碳原子上有卤化物,还原作用也能发生,在该情况下从每一个碳原子上失去卤化物而在碳原子间形成双键的烯烃。这种还原作用称为二卤消去作用(dihaloelimination),并且能将氯烷烃转变成氯烯烃,如六氯乙烷(hexachloroethane)由该作用转变成四氯乙烯(tetrachloroethene)



环境条件影响上述降解反应的类型和速率。这些条件包括 pH 值,温度,氧化或还原状态,微生物的存在和其他化学物质的类型等。反应动力学也起重要作用。理论上讲,非生物降解的最终产物是烷烃和烯烃,它们应当进一步生物降解,然而在野外条件下,这可能要好多年才发生。因而在它发生之前,污染物可以从污染源流动到污染一大片的含水层。

第五节 多相流污染

一、基本概念

1. NAPLs 的概念

如果污染物是不能和水混溶的液体,或称非水相的流体

(nonaqueous phase liquids), 简称为 NAPLs。它进入含水层以后是不能和水混合的, 而是作为单独一相流动而且单独占据一部分含水层的体积。NAPLs 的容重可能比水大, 也可能比水小。比水重的称“dense nonaqueous phase liquids”, 简称 DNAPLs。如沥青, 三氯乙烯等。比水轻的称“light nonaqueous phase liquids”, 简称 LNAPLs。如汽油, 煤油等。

2. 流体的势和水头

如果用下标 w 表示水, 而下标 nw 表示 NAPLs, 水的流体势 (fluid potential) 如下:

$$\phi_w = gz + \frac{p}{\rho_w} \quad (9-71)$$

而 NAPLs 的势为

$$\phi_{nw} = gz + \frac{p}{\rho_{nw}} \quad (9-72)$$

式中 ϕ_w 和 ϕ_{nw} ——分别为水和 NAPLs 的势;

g ——重力加速度;

p ——压强;

ρ_w, ρ_{nw} ——分别为水和 NAPLs 的密度。

将(9-71)式代入(9-72)式, 可得

$$\phi_{nw} = \frac{\rho_w}{\rho_{nw}} \phi_w - \frac{\rho_w - \rho_{nw}}{\rho_{nw}} gz \quad (9-73)$$

上式表示在同一位置上非湿润相流体的势和水的流体势的关系。因为势和水头之间关系为

$$\phi_{nw} = gH_{nw}; \quad \phi_w = gH_w \quad (9-74)$$

式中 H_{nw} ——非湿润相(即 NAPL)液体的总水头;

H_w ——水的总水头。

将(9-74)式代入(9-73), 得

$$H_{nw} = \frac{\rho_w}{\rho_{nw}} H_w - \frac{\rho_w - \rho_{nw}}{\rho_{nw}} z \quad (9-75)$$

如果取同一的 z , 将其取作基准面, 则 $z = 0$, 如果压强 p 相同, 由 (9-73) 式可知, 对于 LNAPLs, $\rho_{nw} < \rho_w$, 则 $\frac{\rho_w}{\rho_{nw}} > 1$, 故有 $H_{nw} > H_w$ 。对于 DNAPLs, 因为 $\rho_{nw} > \rho_w$, 故 $\frac{\rho_w}{\rho_{nw}} < 1$, 因而 $H_{nw} < H_w$ 。三种情况下的总水头和测压管高度的对比关系表示在图9-15中。

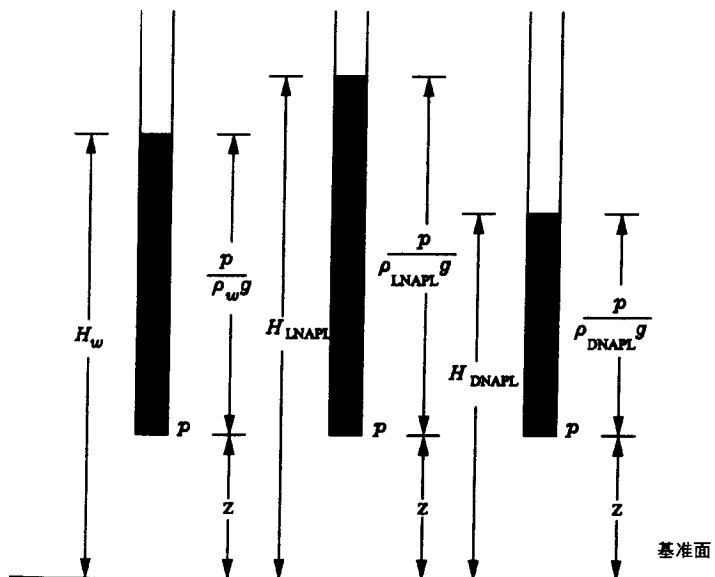


图9-15 水, LNAPLs 和 DNAPLs 的总水头, 压力水头 $\frac{p}{\rho g}$ 和位置水头

(根据 C. W. Fetter)

二、轻的非水相流体 (LNAPLs) 的迁移

(一) LNAPLs 的垂直运动

如果有较多的 LNAPLs 泄漏, 超过在包气带中的残余饱和度

时,则向下运动,最终到达地下水面以上的毛细管带(Capillary fringe)的顶部,其过程见图9-16。最终泄漏的油变成油层存在于毛细管带上,而使水的毛细管带变薄。如油较多时可使水毛细管带消失,水位上升,并且形成油毛细管带。

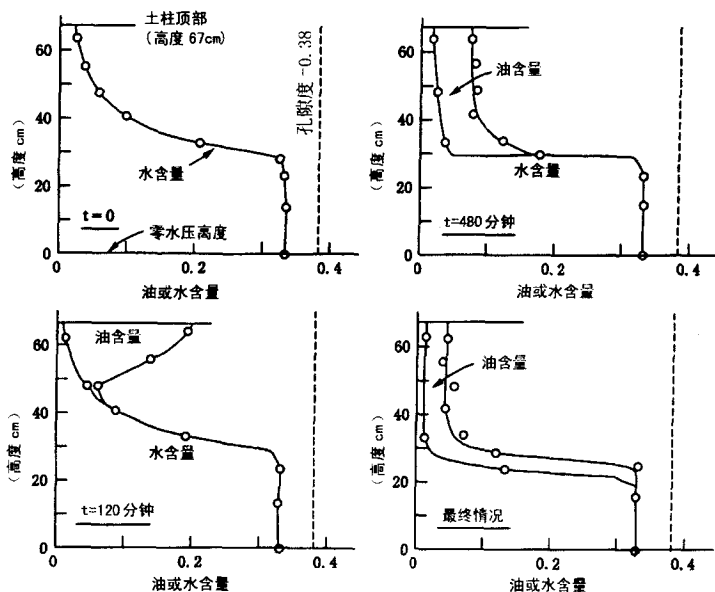


图9-16 当油加到砂柱顶部时,不同时间油的垂直分布变化
(根据 D. K. Eckberg 和 D. K. Sunada)

散落在地表的 LNAPLs 污染物在地下的分布如图9-17所示。它的分布可分三部分:①以残留的 LNAPLs 形式保留在非饱和带,它以束缚的 LNAPL 存在。但可分离出气相,也可分离出溶解相进入水中。②漂浮在潜水面形成油池,油池中的 LNAPLs 可沿水力坡度方向运动,但一般运动不远,故油池一般在地表的溅落点附近。③一部分可溶物质溶解于水中,随地下水以对流-弥散

形式运动。如汽油可释放出大量的苯、甲苯、乙苯和二甲苯(BTEX),都是可溶解的。

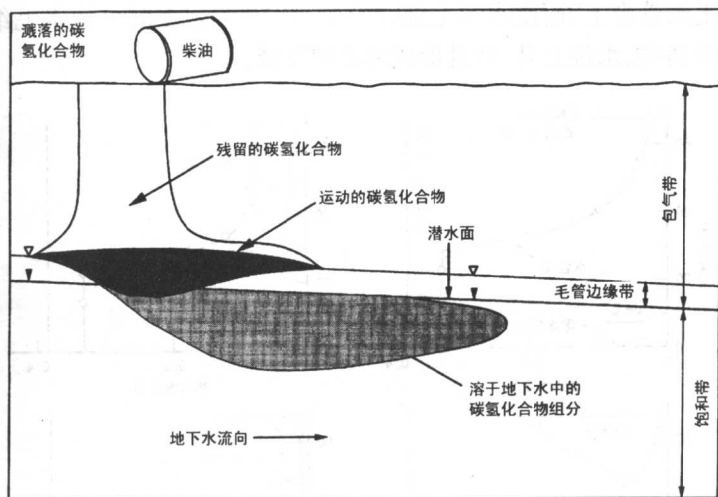


图 9-17 溅落后的 LNAPLs 在地下的分布

(根据 C. W. Fetter)

(二) LNAPLs 的分解

残留在包气带中的 LNAPLs 物质能够分成气相或溶于毛细管水中的溶解相,分配的比例取决于该物质的相对挥发度和在水中的溶解度。亨利定律(Henry's law)表述了在液体溶液上方的溶质蒸汽压和溶液溶质浓度之间的线性关系,即

$$p_x = H_L C_x \quad (9-76)$$

式中 p_x ——该溶质的蒸汽压分压;

C_x ——平衡时该溶液的浓度;

H_L ——亨利定律常数。

一般说来系数 H_L 越大,该物质的挥发性也越大。亨利定律常

数也与水汽分配系数有关。所谓水汽分配系数是：一定温度下某一物质在水中的溶解度(毫克/升)和该物质纯粹相的饱和蒸汽浓度(也是毫克/升)的比值。水汽分离系数较大者为亲水相,而较小者为亲气相。

芳香族化合物具有较高的水汽分离系数,而非芳香族化合物具有较低的水汽分离系数,见表9-6。由包气带中残留油组分造成地下水污染的过程见图9-18。残留油中的乙烷、*n*-正己烷、正辛烷等成分,水汽分离系数低,为亲气相,在包气带中挥发为蒸汽。而苯、甲苯、乙苯等水汽分离系数大,为亲水相,溶于下渗的土壤水中,进入含水层,污染地下水。

(三)漂浮的 LNAPL 厚度的测量

了解浮油池的体积,对于石油污染治理是很重要的。要了解体积必须知道浮油层厚度,因为油比水轻,在监测中测得的浮油层厚度(T)并不是自然界中潜水面以上的浮油层厚度,但两者之间存在一定的关系。图9-19表示了实际的浮油层的分布和观测井中的浮油层的关系。图中显示由地面至潜水面以上的毛细管带浮油可分为5个带,自上而下依次为不移动的残留油,厚度为 D_a^{aow} ;在重力作用下能垂直移动的油,底板深度为 D_a^{ow} ;油毛细管带;可移动油层,可沿水毛细管带的坡度水平运动;最底部为不移动油层。在此之下则为水毛细管带和饱和带的地下水。图的右边为饱和度曲线,左边为监测井,监测井的过滤器要安装到油层的顶板以上。

表 9-6 几种有机化合物的水汽分配系数

	有机化合物	分子式	分子重量	水汽分配系数
芳香族	苯 (Benzene)	C_6H_6	78	5.88
	甲苯 (Toluene)	C_7H_8	92	3.85
	邻二甲苯 (O-xylene)	C_8H_{10}	106	4.68
	乙苯 (Ethylbenzene)	C_8H_{10}	106	3.80
非芳香族	环己烷 (Cyclohexane)	C_6H_{12}	84	0.15
	己烯 (1-Hexene)	C_6H_{12}	84	0.067
	正己烷 (n-Hexane)	C_6H_{14}	86	0.015
	正辛烷 (n-Octane)	C_8H_{18}	114	0.0079

(根据 A. L. Baehr)

当一定时间以后,监测井和含水层中的油水达到平衡。在监测井底部的油水界面上,有

$$p_0 = p_w \quad (9-77)$$

式中 p_0 ——界面上油的压强,其值为 $p_0 = \rho_0 T$;

ρ_0 ——油的密度;

T ——监测井中的油层厚度;

p_w ——界面来自水的压强,其值为 $p_w = \rho_w W$;

ρ_w ——水的密度;

W ——由界面算起的水层厚度。

因而可得

$$W = \frac{\rho_0}{\rho_w} T \quad (9-78)$$

由于油层的存在,使水毛细管带变薄,可近似认为 $T-W$ 为非饱和带中的油层厚度。因此当毛细管带厚时效果差,该带薄或接近于零时效果好。细粒含水层由于毛细管带厚,误差较大。

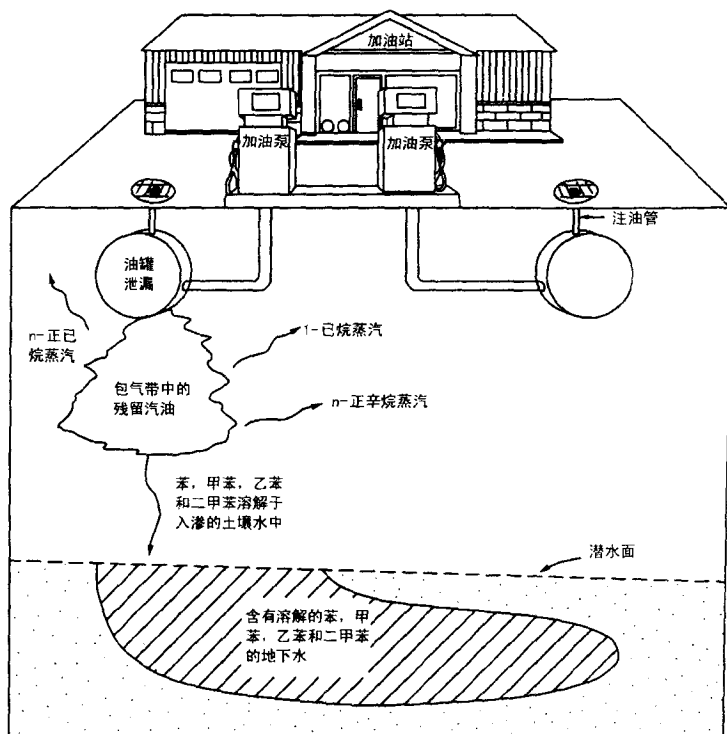


图 9-18 包气带中残余汽油成分成为地下水污染物的过程

(根据 C. W. Fetter)

油层顶底板埋深也可用下式求出

$$D_a^{ao} = D_w^{ao} - \frac{p_d^{ao}}{\rho_0 g} \quad (9-79)$$

$$D_a^{ow} = D_w^{ow} - \frac{p_d^{ow}}{(\rho_w - \rho_0)g} \quad (9-80)$$

因为 $D_w^{ow} - D_w^{ao} = T$, 则

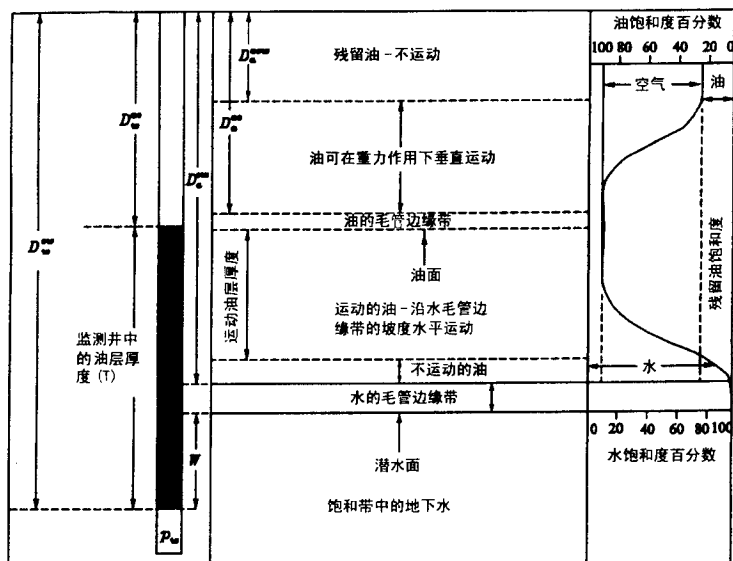


图 9-19 当油层下存在水毛细管带时,含水层中油的分布及检测井中浮油层厚度的比较
(根据 C. W. Fetter)

$$D_a^{ow} = D_w^{ao} + T - \frac{p_d^{ow}}{(\rho_w - \rho_0)g} \quad (9-81)$$

式中 D_a^{ao} ——包气带油气界面埋深;
 D_w^{ao} ——监测井中油气界面埋深;
 p_d^{ao} ——Brooks—Corey 空气—有机物置换压力强度;
 D_a^{ow} ——油水界面实际埋深;
 D_w^{ow} ——监测井中油水界面埋深;
 p_d^{ow} ——Brooks—Corey 有机物—水置换压力强度;
 g ——重力加速度。

非残留油在包气带中的单位柱体中的总体积可按下式计算:

$$V_o = n \left\{ \int_{D_a^{ow}}^{D_a^{ow}} (1 - S_w) dz - \int_{D_a^{ow}}^{D_a^{ow}} [1 - (S_w + S_o)] dz \right\} \quad (9-82)$$

式中 V_0 ——单位面积柱体中油的体积；

n ——孔隙度；

S_w ——水的饱和度；

S_o ——油的饱和度；

z ——垂直坐标,向下为正；

D_a^{org} ——不运动残留油的底板深度。

其余符号同前。

(四) 地下水面升降对 LNAPL 分布的影响

含水层中的地下水面常随季节而变化。地下水面升降对残留油和可运动的油池的影响见图 9-20。该情况下为地下水面先下降,然后再上升。

三、重的非水相流体 (DNAPLs) 的迁移

(一) 非饱和带的迁移

DNAPLs 比水重,其比重大于 1。在包气带中只要超过残留饱和度值,就在重力作用下向下运动。因为水是湿润相液体,故在包气带中占据较小的孔隙,而 DNAPL 则取代空气,通过较大的孔隙向下运动。故包气带中对 DNAPLs 的渗透性比水大。当 DNAPL 到达毛细管边缘带时,因为该带为水所充满,则首先要取代水,再向下运动。

(二) 饱和带的垂直运动

DNAPLs 要在重力作用下连续向下运动,必须置换充填于孔隙中的水,必须有足够数量的 DNAPL 去克服使水保持在孔隙中的毛细管力。垂直方向上 DNAPL 能够占据相互联系的孔隙形成一个链,当垂直的 DNAPL 链达到一定高度时,才能克服水的毛细管力向下移动。临界高度 h_0 可按 Hobson 公式计算

$$h_0 = \frac{2\sigma \cos\theta \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_p} \right)}{g(\rho_w - \rho_0)} \quad (9-83)$$

式中 σ ——两相之间的界面张力;

θ ——湿润角;

r_t ——孔喉半径;

r_p ——孔隙半径;

g ——重力加速度;

ρ_w ——水的密度;

ρ_0 ——DNAPL 的密度。

对于分选好、磨圆度好的直径为 d 的砂粒,当六面体排列时, $r_p = 0.212d$, $r_t = 0.077d$,故 d 愈小临界高度愈大。细粒物质临界高度大于粗粒物质。所以细粒物质即使很薄,也可能隔离 DNAPL。

当 DNAPLs 克服了毛细管的阻力以后向下运动,可一直到达隔水底板。一个 DNAPL 层将积累在隔水底板的表面。在该层的底部仍有吸着水、薄膜水、孔角水等不能移动的水存在,抽水时只能抽出 DNAPL。在该带的上部同时存在 DNAPL 和水,水的饱和度大于田间持水量,因而抽水时可同时抽出 DNAPL 和水。在其上直至潜水面存在有残留的 DNAPL 和水,抽水时只能抽出水。因为 DNAPL 多少有些溶于水的组分,所以抽水时总能抽出溶解的有机物。情况见图 9-21。

如果打有监测井,则移动 DNAPL 带和移动的水与 DNAPL 带中的 DNAPL 和水都流入监测井,在井中由于重力分异, DNAPL 在下部,水在上部。监测井正好打到隔水层顶板即可,如打得太深,则测得的 DNAPL 厚度不正确,如图 9-21 中的 B 井。各带的厚度取决于饱和带的渗透性,含水层的渗透性越小,则 DNAPL 层的厚度越薄。

如果 DNAPL 的含量小于残留饱和度,则不能运动。但能溶于水或分解成气相或液相再溶于水,从而随水移动,造成污染。

(三) 饱和带的水平运动

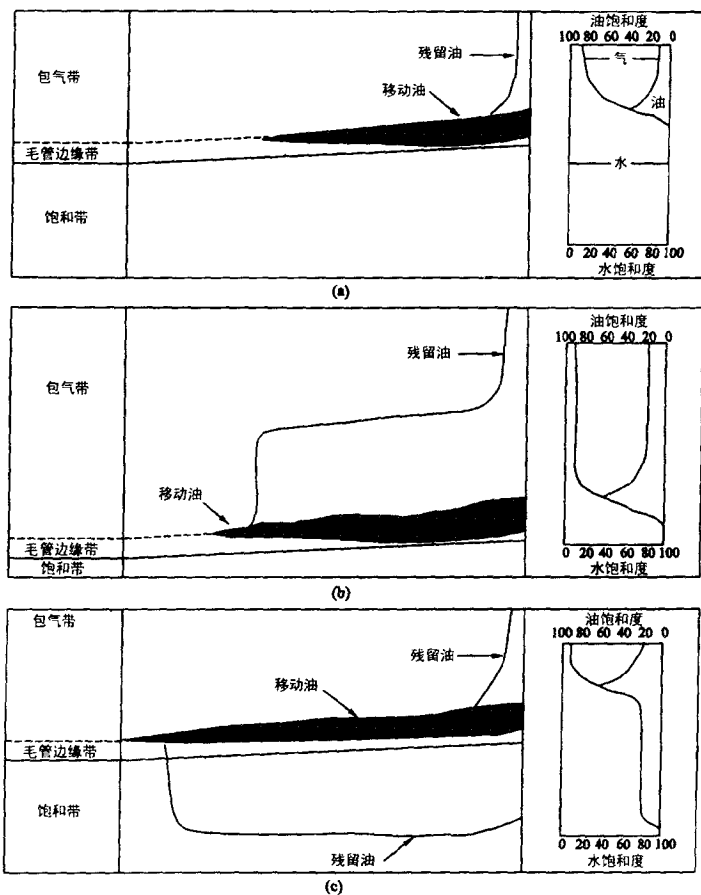


图 9-20 潜水面先下降再上升对 LNAPL 的移动相和残留相分布的影响
(根据 C. W. Fetter)

如果在地下水面以下存在连续的 DNAPL 层,则在势能作用下,由高处向低处水平运动。水平运动需要一个侧压梯度,有

$$\text{grad } p = \frac{2\sigma}{L_0 \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_p} \right)} \quad (9-84)$$

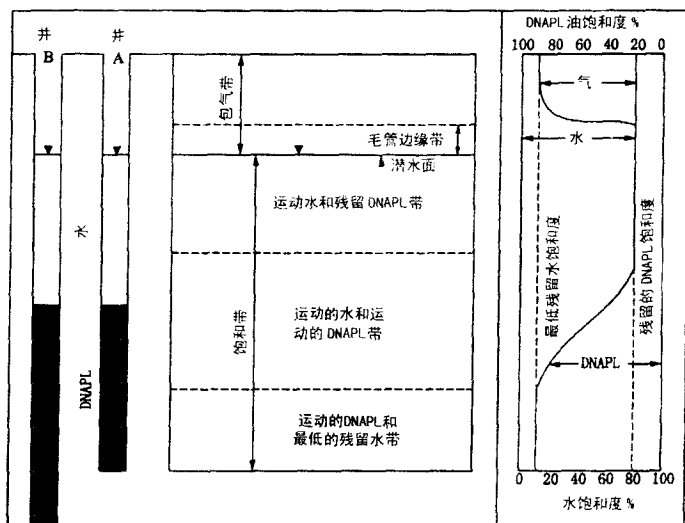


图 9-21 DNAPL 的分带和各带的饱和度(根据 C. W. Fetter)

式中 σ ——界面张力;

L_0 ——流向上的连续的 DNAPL 相的长度;

r_i ——孔喉半径;

r_p ——孔隙半径。

一旦入渗的 DNAPL 到达含水层底板,它沿底板的坡度向低洼处流动。即使地下水面水平它也能运动,有时其流动方向甚至和地下水流的方向相反。见图 9-22。如果 DNAPL 聚集在隔水层(或弱透水层)上不运动,而其上的地下水在流动,静止的 DNAPL 将造成一个坡角,如下式:

$$\tau = \frac{\rho_w}{\rho_w - \rho_{\text{DNAPL}}} \frac{dH}{dl} \quad (9-85)$$

式中 τ ——界面的坡角；

dH/dl ——潜水面的坡度。

$\tau > 0$ 时, DNAPL 表面的坡度和水面坡度相同; $\tau < 0$ 时, 两者的坡度相反。

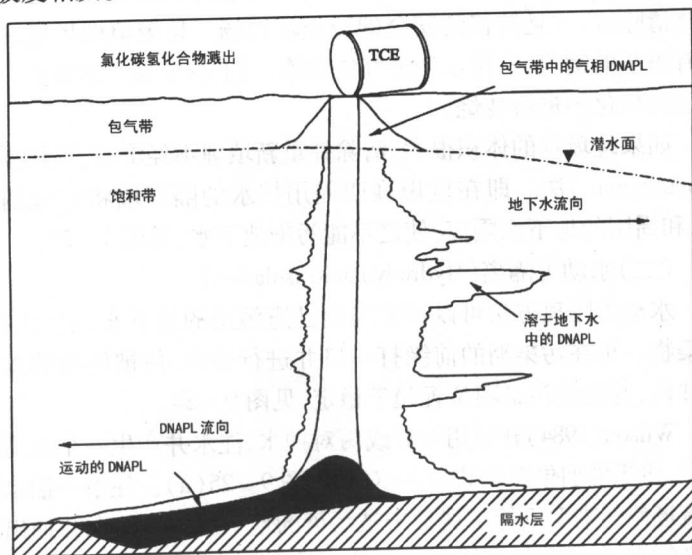


图 9-22 DNAPL 在包气带和饱和带中的分布

(根据 C. W. Fetter)

第六节 地下水污染的修复

一旦地下水受到污染以后, 很难复原。如果河流受到污染, 汛期的洪水可将污染的河水稀释并冲排入海。地下水则不然, 要用

人工的方法进行治理和修复 (remediation), 下面作一简单的介绍。

一、控制污染源

(一) 固体废物的清除与处理

我国以前的固体垃圾场, 往往不加处理露天堆放, 降水淋漓的滤液渗入地下水中造成地下水的污染。最简单的方法是将这些污染物清除掉, 并且转移到安全的垃圾填埋场。垃圾填埋场底部应当有隔水的铺盖, 有排水和透气的设施, 顶上有不透水的覆盖。也可运到焚化炉进行焚烧。

如果垃圾堆的体积很大, 清除并重新填埋不经济时, 可用隔离 (containment) 法。即在垃圾堆四周用挡水的隔离墙将它包围起来, 和周围的地下水隔离, 使之不能污染地下水, 见图 9-23。

(二) 水动力隔离 (Hydrodynamic isolation)

水动力隔离方法可以用来隔离已遭污染的地下水, 也可隔离污染物。可在污染羽的前缘打一口井进行抽水, 使被污染的水流入井内, 并且使污染羽位置趋于稳定, 见图 9-24。

Wilson (1984) 建议用一对或两对抽水、注水井产生一个水力隔离带, 将污染羽包围在其中, 一对井见图 9-25(a)。注水—抽水井的流场使污染羽不能扩展到未被污染的地下水中。抽水井抽出被污染的水, 经净化处理或加一些地下治理的物质, 再在上游的注水井注入含水层。双对井见图 9-24(b) 形成双环型的水力隔离带。其优点是内环层抽出的水体积较小, 运行时费用较小。维修时可轮流关闭一对井, 保证连续抽注水, 污染羽不至于超出隔离带。

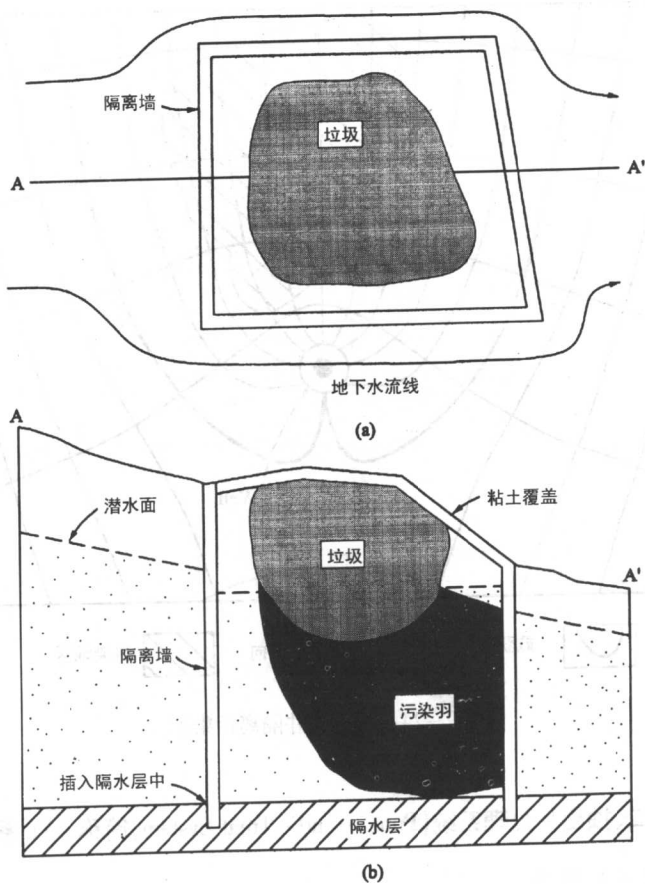


图 9-23 用隔离墙隔离固体废物

(a) 平面图; (b) 剖面图

(根据 C. W. Fetter)

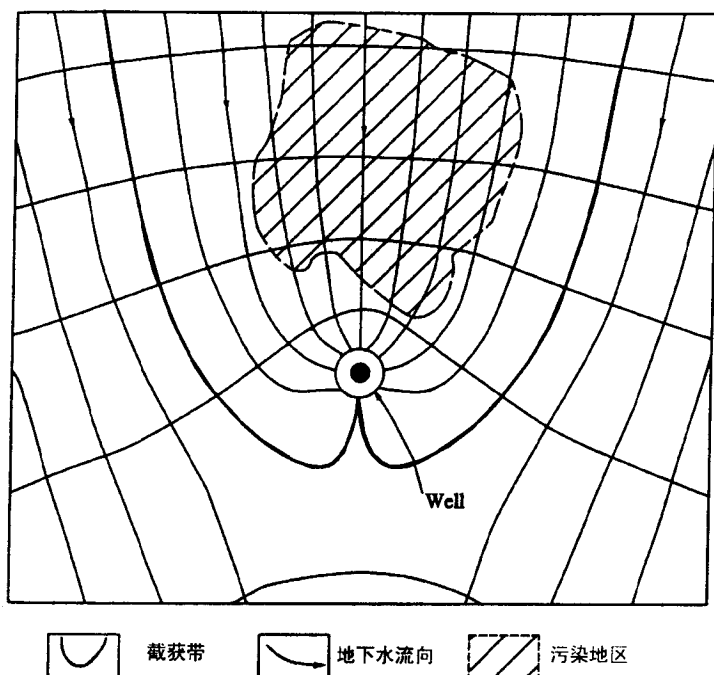


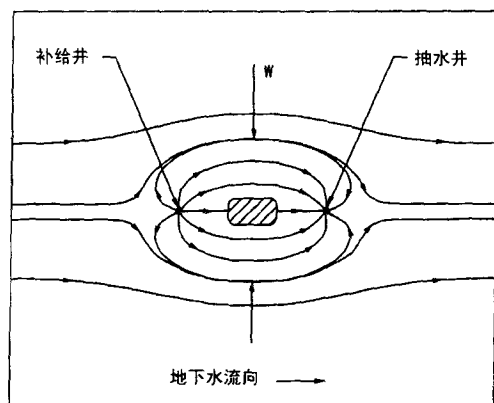
图 9-24 用抽水井隔离污染羽

二、抽出-处理系统(Pump-and-Treat System, 简称 PAT 系统)

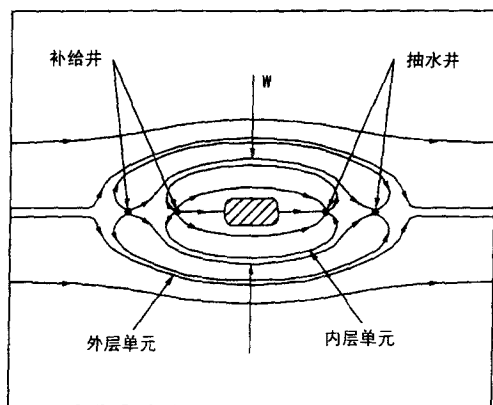
(一) 概述

已被污染的地下水可将其抽出,在地表清除污染物,处理后的地下水可排入地表水体,如经过深度处理,也可重新排入地下。

如果水中有 NAPLs,情况就比较复杂,因为污染物有 NAPL 相和溶解相两种相态,即使运动的 NAPLs 全部清除,还有相当数量的残留 NAPLs 留在地下,还会不断分解,其溶解相仍会进入地下水中。DNAPLs 修复比较困难,尤其当裂隙含水层为 DNAPLs 污



(a)



(b)

图 9-25 用对井(a)或双对井(b)造成水力隔离带隔离污染的地下水

(根据 J. L. Wilson)

染,修复几乎是不可能的。如果有溶解相的污染物吸附在含水层颗粒表面,随着水中的污染物的去除而不断解吸,再进入地下水

中,而解吸的速度较慢,因而清除污染物的实际速度比预计的速度要慢。

如污染物在地下停留很长时间,通过扩散进入弱透水层或相对隔水层,或进入裂隙含水层的基岩基质中,则 PAT 系统清除这些污染没有效果,因为水井抽出的水都来自渗透性好的地段。

通过 PAT 系统治理污染,起始阶段污染物浓度下降很快,表明含水层大孔隙中污染水体的排出。以后浓度下降的速度减小,表示小孔隙中的污染物也开始排出。最后污染物浓度基本稳定在一个常数值,表示 PAT 系统排出污染物的速度和通过解吸和 NAPLs 分解进入地下水中污染物的速度相等。美国利用 PAT 系统治理地下水污染的实例表明,对于初始浓度较高的地点 ($> 1000 \mu\text{g/L}$),在地下水中浓度到达稳定前,浓度可下降 90% ~ 99%,而对于浓度较低的地点,浓度下降往往小于 90%。

(二)水力截获带(Hydraulic capture zone)

为了截获污染羽,必须在污染源下游布置一眼或数眼抽水井,每眼抽水井都有一个截获带,截获带的地下水都流向井内。如果地下水位水平,或抽水前地下水没有流动,截获带是一个以抽水井为中心的径向对称的区域,一直延展到降落漏斗的边缘。如果地下水有一定的天然流速,截获带向上游延伸且具有一定的宽度,该宽度内的地下水天然流量等于截获井的抽水量。地下水的天然流速愈大,截获带的宽度愈小。

I. Javandel 和 C. - F. Tsang (1986) 研究了如何布置孔隙水的水力截获带。当用单井抽水,水井位于原点时,则截获带与非截获带之间分水岭方程为

$$y = \pm \frac{Q}{2bv} - \frac{Q}{2\pi bv} \tan^{-1} \frac{y}{x} \quad (9-86)$$

式中 b ——等厚的承压含水层厚度, m;

v ——地下水的渗透流速,假设为均匀流, m/d;

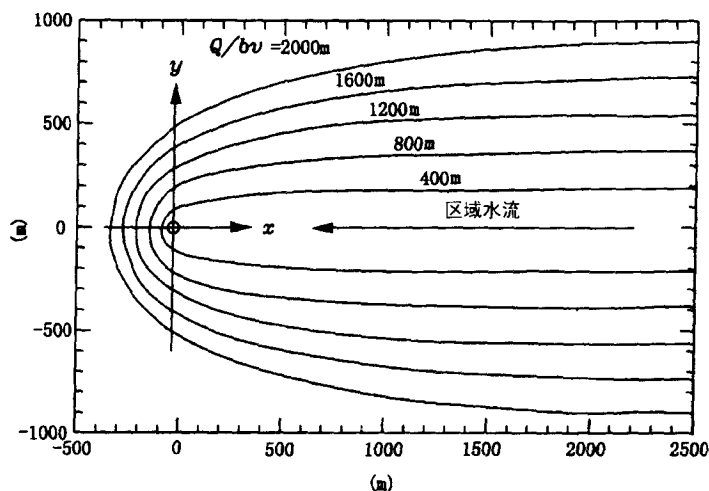


图 9-26 单井截获带的解析解曲线

(根据 I. Javandel 和 C. - F. Tsang)

Q ——水井抽水量, m^3/d 。

可以认为方程(9-86)中只有一个参数 $Q/(bv)$, 图 9-26 表示不同 $Q/(bv)$ 时的分水岭位置曲线, 所有曲线内部的地下水都流入抽水井。

如果一口井还不能截获整个污染羽, 则要利用多口井。各井的截获带要重叠, 否则污染的水会从两井之间流走。两井间的最优间距为 $\frac{Q}{\pi bv}$ 。如两抽水井间距为 $2d$, 且其值不大于 $\frac{Q}{\pi bv}$, 则截获带分水岭方程为:

$$y + \frac{Q}{2\pi bv} \left(\tan^{-1} \frac{y-d}{x} + \tan^{-1} \frac{y+d}{x} \right) = \pm \frac{Q}{bv} \quad (9-87)$$

其截获带边界曲线如图 9-27 所示。

如果有三口抽水井, 一口位于原点, 另两口沿 y 轴距原点分

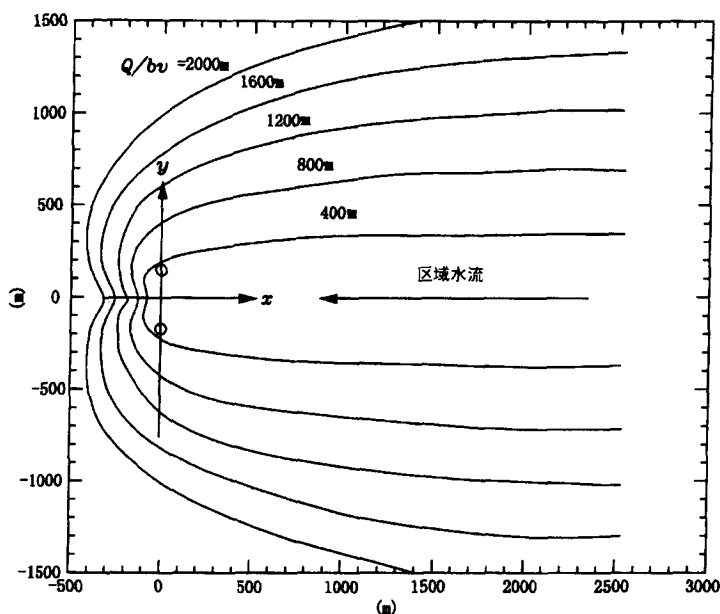


图 9-27 当双抽水井位于 y 轴上, 且间距为 $Q/2bv$ 时的截获带解析曲线 (根据 I. Javandel 和 C. - F. Tsang)

别为 $+d$ 和 $-d$, 则最优井距为 $1.26 \frac{Q}{\pi bv}$, 截获带边界曲线方程为

$$y + \frac{Q}{2\pi bv} \left(\tan^{-1} \frac{y}{x} + \tan^{-1} \frac{y-d}{x} + \tan^{-1} \frac{y+d}{x} \right) = \pm \frac{3Q}{2bv} \quad (9-88)$$

截获带边界曲线见图 9-28。

用水力截获带截获污染羽的步骤如下:

(1) 准备一张标有区域地下水流向和污染羽形状的图, 其比例尺和图 9-26 ~ 图 9-28 标准曲线图的比例尺相同。

(2) 将现场图置于单井抽水的标准曲线上, 区域水流方向和 x 轴一致, 污染羽的前缘不能超过抽水井的位置, 根据不同的

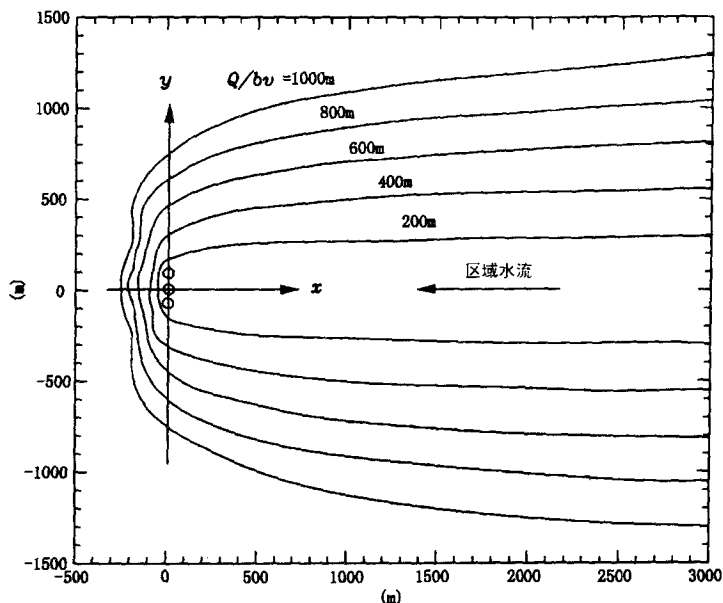


图 9-28 沿 y 轴布置 3 口抽水井时截获带的解析解曲线
(根据 I. Javandel 和 C. - F. Tsang)

$Q/(bv)$ 值, 选择一条适当的曲线, 使之能完全截获污染羽。

(3) 计算区域水流的单宽流量 bv , 此处 $v = KI$ 。由渗透系数 K 和水力坡度 I 相乘求得。将步骤(2)得到的 $Q/(bv)$ 值再乘以单宽流量 bv , 就可以求出 Q 。根据水文地质条件分析一口井能否抽出这么大的水量。如可能, 则设计完成, 如不能则继续下一步。

(4) 再将现场图置于两口井的标准曲线上, 方法同前。如两口井的流量仍不能满足, 则置于三口井的标准曲线上, 方法仍同前。直至求出几口井能抽出 Q 时为止。

(三) 抽出后的地下水的处理

1. 无机污染物的处理

需要处理的大多数无机污染物是金属,它们可以通过沉淀作用去除。许多金属氢氧化物在一定的碱性 pH 值条件下产生沉淀,故可往水中加石灰调整 pH 值,使之能产生金属氢氧化物的沉淀,然后通过过滤将其去除。亚铁离子通过空气氧化变为三价铁离子,在弱碱性的 pH 值下就能沉淀。六价铬可通过添加一些还原剂如 CO_2 ,使水中 pH 值降到 3,从而将其还原为三价铬,然后调整 pH 值增加碱性,产生沉淀。砷可在 $\text{pH} = 5 \sim 6$ 的环境中增加溶解的铁离子,然后加石灰使 pH 值上升到 $8 \sim 9$,使砷和铁共同沉淀。无机污染物还可通过离子交换去除。

2. 溶解有机物的处理

地下水中许多有机物都是易挥发的,可用曝气塔使之从水中分离出来。曝气塔是一个圆柱形装置,如图 9-29,里面装满填料,如聚丙烯,填料有很高的孔隙度和很大的总表面积。污水由曝气塔顶部通过喷嘴洒入填料的孔隙中,同时又从曝气塔的底部往上注入空气流,这样水滴在空气流的作用下,使易挥发的污染物从水中分离,并且随空气由塔顶排出。排出的污染物在太阳的照射下降解。

有些有机污染物挥发性很低,可以通过活性炭吸附去除。

三、其他的修复方法

(一) NAPLs 的回收

如果 LNAPLs 池聚集在水面或毛细管带的顶部,它会沿着水面倾斜的方向运动,可以通过水井抽水或排水深沟产生降深,从水井或沟中截获回收 LNAPLs。

回收井的过滤器要从浮油池的顶部一直安装到预计降深以下,如果只有一个水泵,应安装在既能抽水又能抽油的位置。水泵由浮标开关控制,其高低位置可以调整,从而保证水泵能同时抽出水 and 油。一个水泵将使水和油发生乳化,所以需要油水分离

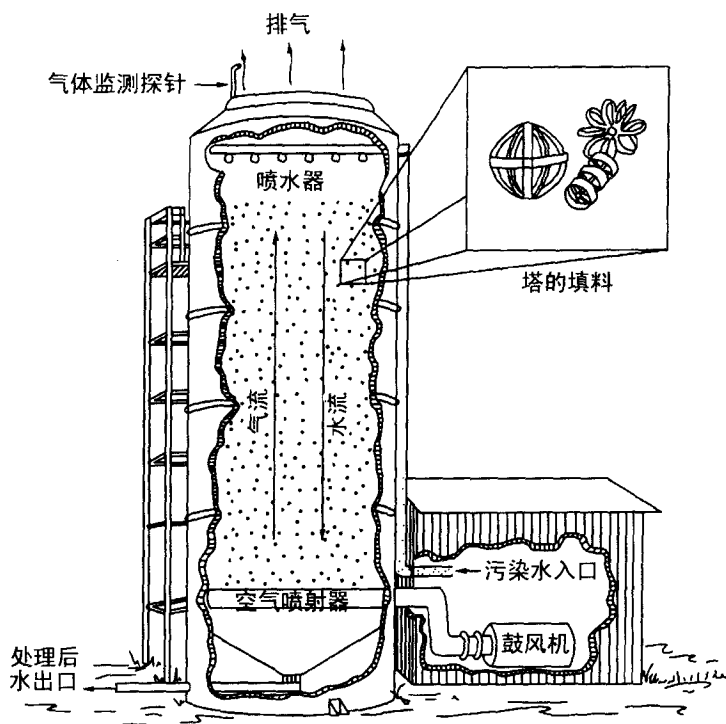


图 9-29 曝气塔(根据 C. W. Fetter)

器才能回收油。如水井井径较大,可安装二个水泵,一个抽水,一个抽油,见图 9-30,这样可避免油水发生乳化作用。抽水泵安置在井底附近,一个检测 LNAPLs 的探针安放在抽水泵的正上部。如果浮油池降到探针位置,可被检测出来,即可关闭抽水泵,以免 LNAPL 进入抽水泵。LNAPLs 回收泵安放在浮油池的位置,由检测探头来控制它的开关状态。也可用双井双泵来回收。

浮油池中悬浮的 LNAPLs 也可用深沟或地下排水管来截获。深沟和排水管的深度应挖到浮油层底面以下,平面位置应在污染

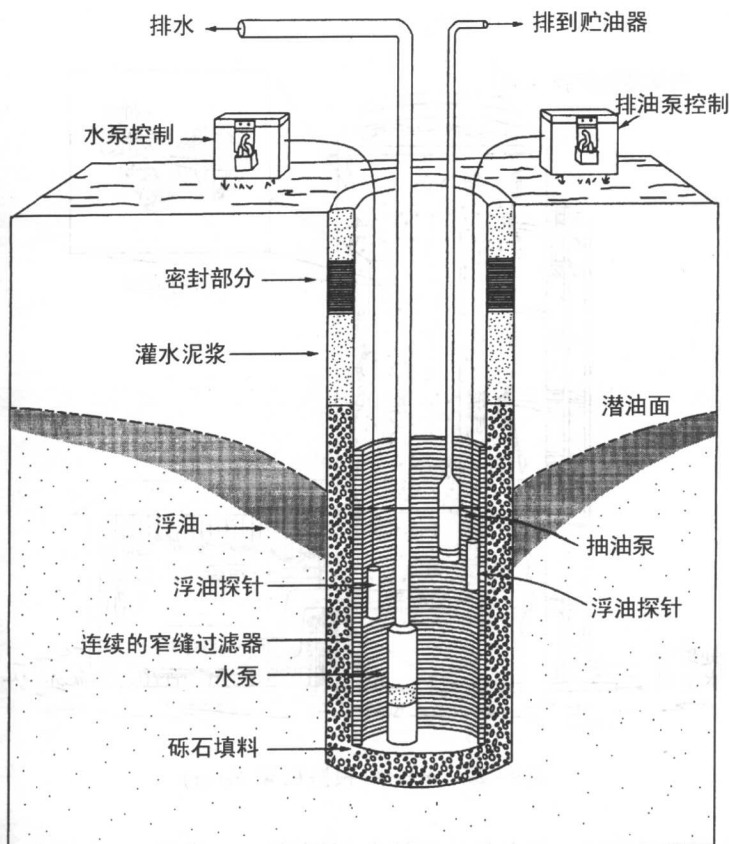


图 9-30 单井双泵系统用于回收 LNAPLs

(根据 S. B. Blake 和 R. W. Lewis)

羽的下游。沟中应安置悬浮撇沫泵用来降低地下水,使水和油都流入沟中,并用来消除浮油。油水混合物抽出后送到油水分离器使其分离。

(二) 土壤抽气法 (Soil - Vapor Extraction)

有些有机物容易挥发,挥发后的蒸汽存在于包气带的孔隙中。这些碳氢化合物的气体可通过土壤向上迁移,并进入地下室中,遇明火有爆炸的危险。另外入渗的降水可能再度溶解它们,带入地下水中再污染地下水。这些问题可用土壤抽气法解决。

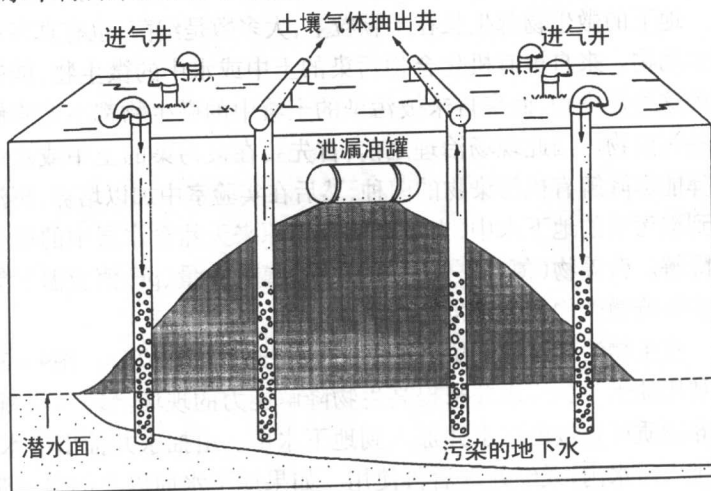


图 9-31 土壤蒸汽抽取系统(根据 C. W. Fetter)

土壤抽气法的装置见图 9-31,有两排抽气井和两排进气井。抽气井的深度在地下水水面以下 3m 或更深一些,在潜水面以下和包气带都安装过滤器,外用粗砾回填。井上端 1.5 ~ 2m 用牢固的塑料管,外用水泥密封,防止气从井管外的环形空间逸出。进气井的结构和抽气井相同,但顶端为倒 U 形的开口,可让空气进入,但又能防止降水进入。它的作用是当汽化的 LNAPLs 被抽出以后,让新鲜的空气进入包气带孔隙中,该空气能在待修复的土壤孔隙中保持循环。

如果地下水位很浅,采用抽气井效果不好,也可用排气沟。

(三) 现场生物治理(In Situ Bioremediation)

在天然条件下,微生物能够降解土壤中的碳氢化合物或其他有机物。有时候这种天然降解过程可用来修复被污染的土壤和含水层,但在许多情况下需要增加系统中的营养物质和氧的含量以提高微生物的降解能力,使之能够完全降解地下水中的有机物。

地下的微生物都生长在土颗粒上,大多数是细菌,也有真菌和原生动物。来自被有机化合物污染的土中或水中的微生物,能够降解这些污染物,而来自未被污染的土壤中的微生物都不能降解这些污染物。因此现场治理之前,首先要在被污染的土中或水中选择能够降解有机污染物的菌种,然后在实验室中加以培养,再注入到被污染的地下水中,也可直接利用原来天然含水层中的微生物降解。营养物(氮、磷、钾等)的总量、氧的含量、pH 值及温度等都能影响微生物代谢有机污染物的速度。

在生物治理过程开始之前,应先清除悬浮的 NAPLs。图9-32 为利用抽水井和注水井来提高生物降解能力的现场治理示意图,营养物质可直接由注水井加入到地下水中。由抽水井抽出的水,或排入污水沟,或经处理后再使用。如果地下水面以上的包气带还有大量的残留污染物,那么营养物质也必须增加到土壤中以刺激土壤中的细菌生长。如果用人工培养的细菌降解,也可在注水井中注入细菌。现场生物治理有机污染物的必要因素是地质介质的渗透性要足够大,以便导入氧气和营养物质。如果营养物质不能到达污染带,生物降解的效果就会下降。

赵荫薇等(1995)曾用微生物方法在淄博市的大武水源地进行现场治理裂隙岩溶含水层石油污染物的试验。除油微生物是在重污染的地下水中和污水沟中分离得到,并在实验室进行培养、驯化,再投放到注水井中。试验结果表明:混合菌种的除油性能优于单一菌种,菌种对苯的降解能力优于对总油的降解,该菌种在3~4天内除油率达到40%左右。

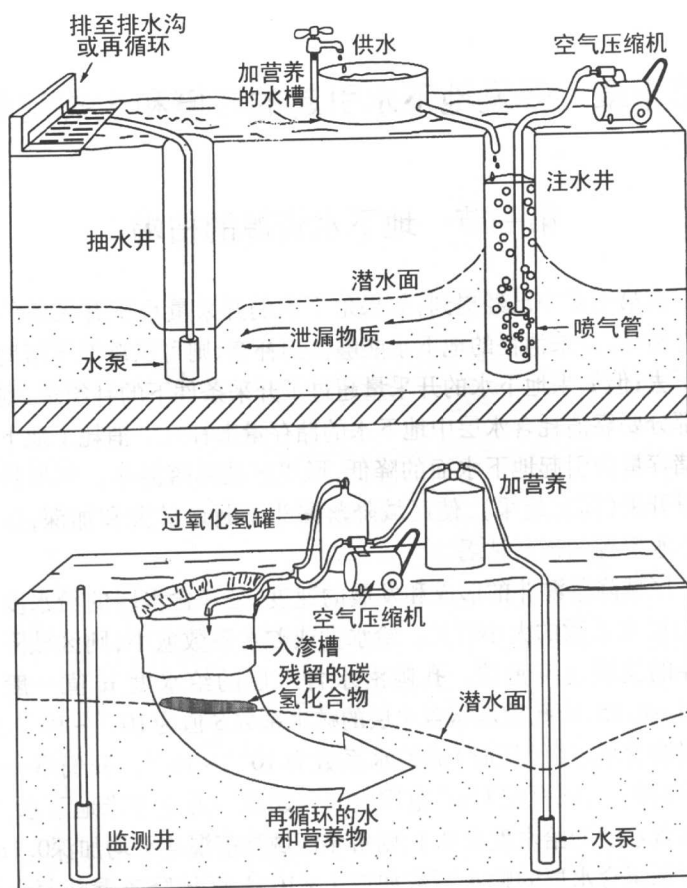


图 9-32 现场的需氧生物修复装置(根据 M. D. Lee)

第十章 开发地下水引起的环境和生态问题

第一节 地下水资源的枯竭

在第七章中已经提到,如果地下水的开采量小于开采条件下的补给量,开采消耗的地下水能够得到补充,则可以源源不断地开采下去;但如果地下水的开采量超过了开采条件下的补给量,则超出部分要靠消耗含水层中地下水的储存量来补充。消耗了地下水的储存量会引起地下水面的降低,形成区域降落漏斗。如果长期超量开采(简称超采),使区域降落漏斗不断地扩大和加深,造成地下水资源的逐渐枯竭。

区域降落漏斗的形成和发展的速度,是和含水层的给水度或(和)贮水系数的大小有关。给水度或贮水系数愈小,则区域降落漏斗的发展速度愈快。孔隙潜水含水层的给水度 μ 值一般为 $0.05 \sim 0.15$,而孔隙承压含水层的贮水系数 S 值为 $10^{-3} \sim 10^{-4}$,裂隙岩溶含水层(承压时)的贮水系数为 $10^{-4} \sim 10^{-5}$ 。我们举一个简单的例子:同样在 1km^2 范围内一年超采一万立方米地下水,如潜水含水层的给水度取 0.1 ,则每年区域降落漏斗平均加深 0.1m 。孔隙承压含水层的贮水系数如取 1×10^{-3} ,区域降落漏斗每年平均加深 10m ;裂隙岩溶承压含水层的贮水系数如取 1×10^{-4} ,则每年平均要加深 100m 。由上例可见,开采潜水含水层,即使超采,区域降落漏斗的发展也相对不快,况且潜水含水层可以得到降水入渗和地表水体渗漏的补给,不易超采。因此仅仅从水资源的角度应当提倡优先开采潜水,但是潜水含水层从环境角度看比较脆弱,易遭受污染。这是其不足之处。

我国人多地少,地表水资源不足,各地都在大量开采地下水。地下水被广泛用作城市和居民生活供水,工业用水和北方的农业灌溉的水源。很多地方都发生地下水超采现象,区域降落漏斗在国内,尤其在东部平原区广泛分布。图 10-1 为我国大陆地区地

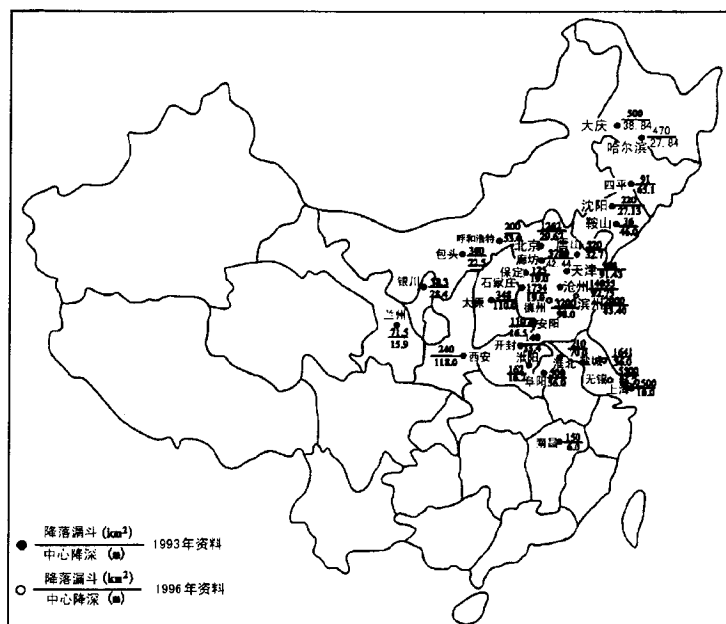


图 10-1 我国大陆地区地下水区域降落漏斗的分布概况图

(资料来源:李砚阁等)

下水降落漏斗分布的概况图。该图的资料来自 1993 年,到目前恐怕更有所发展。由图上可以看出,我国的降落漏斗主要集中在华北、华东和东北中部,这些都是我国工农业发展较快、水资源消耗量较大的地区,尤其以河北平原最为严重。据统计:河北平原的超采区占平原区面积的 6.9%。沧州、衡水和廊坊的区域降落漏斗

都已超过 1000km^2 , 而且沧州和衡水的漏斗基本上已经相连, 面积达 14000km^2 以上, 降深大于 90m 。值得注意的是, 不仅干旱的华北平原有漏斗, 而且作为江南水乡的江苏无锡、苏州、常州地区也已形成面积 5500km^2 的大漏斗, 并且和上海漏斗相连, 漏斗中心的地下水位埋深已超过 80m 。这是因为该地区工业发展较快, 地表水严重污染, 造成水质型缺水。这是大量开采地下水作为工业用水的结果。

区域降落漏斗的形成和发展, 可能造成较大的经济损失。首先, 因为井水位下降, 吸程较小的水泵吸不上水, 不得不更换水泵。我国华北平原的一些地区, 水泵已更换了 5 茬: 离心泵→潜水泵→潜水电泵→深井泵→高扬程的深井泵。

其次, 由于水位的不断下降, 水位降到井底以下, 一些浅井不得不报废而重打深井, 从而花费较大的经济代价。

为了防止区域降落漏斗的形成和发展, 建议对于水质要求不高的用水项目, 如工业降温用水, 尽量开采潜水。而一些优质的深层承压水, 应用于居民的生活用水。在区域降落漏斗严重发展的地区, 应当封井以减少地下水的开采。

第二节 地面沉降的形成

一、我国地面沉降的概况

在开发第四系松散沉积物含水层中的地下水时, 如果沉积物中夹有高压缩性的黏性土层, 则过量开采地下水往往造成黏性土层的压缩固结, 引起地面沉降。这在世界各国都有发生。美国的休斯敦和泰国的曼谷地面沉降是很有名的。我国的许多城市也都出现了不同程度的地面沉降, 如上海、天津、西安、北京、唐山、太原、苏州、无锡、常州等。表 10-1 为我国部分城市地面沉降概况表。

表 10-1 中国部分城市地面沉降概况(至 1993 年)

城 市	沉降区面积(km ²)	最大累计降幅(m)
北 京	1262	0.62
天津市区	274	2.74
天津塘沽	405	3.04
天津汉沽	242	2.61
河北沧州	3000	1.13
河北廊坊	448	>0.5
河北任丘	2000	0.55
山西太原	348	1.31
陕西西安	240	2.01
安徽阜阳	500	1.20
* 上 海	207	2.70
** 江苏常州	43	1.10
** 江苏无锡	60	1.14
** 江苏苏州	90	1.40

* 1995 年数据,面积按累计沉降 >0.5m 区域计;

** 1995 年数据,面积按累计沉降 >0.6m 区域计。

(资料根据:李砚阁)

我国最早发现地面沉降是 20 世纪 50 年代末 60 年代初在上海。最初对于地面沉降的原因有多种说法:有认为是构造沉降;有认为是海平面上升;有认为是地下水抽水。最后基本一致的看法是:认为主要是和过量开采地下水有关。以后在我国许多地方都发现,地面沉降的区域基本上和区域降落漏斗的中心区域一致。图 10-2 是苏州市地面沉降示意图。

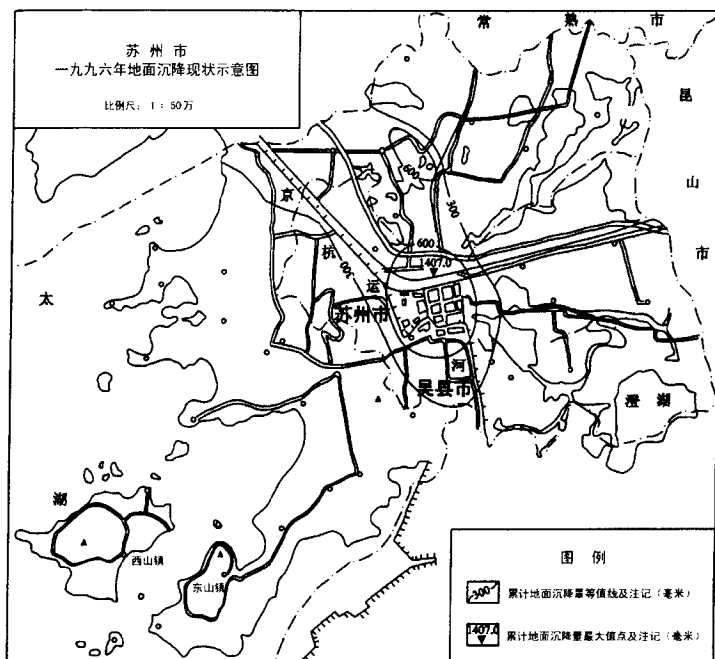


图 10-2 苏州市 1996 年地面沉降状况简图

(根据江苏省地质环境监测总站)

图 10-3 是第Ⅱ承压水 1985 和 1996 年水位降落漏斗图。由两图对比可以看出,地面沉降中心和区域降落漏斗中心吻合,地面沉降区域和地下水位埋深大于 40 米的区域基本一致。我国地面沉降最为严重的城市为天津市,塘沽的累计沉降量已大于 3m。

二、地面沉降的机制

未固结的松散岩层,尤其是当粗粒和细粒相间成层时,是易于产生地面沉降的。粗粒层往往形成含水层,而其间的细粒夹层则

成为半透水层(aquitard),大多数的地面沉降发生在这些细粒夹层中。门泽尔(Meinzer,1925)观察到当承压水头降低时承压含水层的压缩现象。1928年他得出结论:抽出的水是由水的弹性膨胀和含水层的压缩两部分释放的水组成。他认为含水层的压缩可以是永久性的(非弹性的),也可以是可恢复性的(弹性的)。而在低渗透性的含水层系统中,含水层的压缩较大。

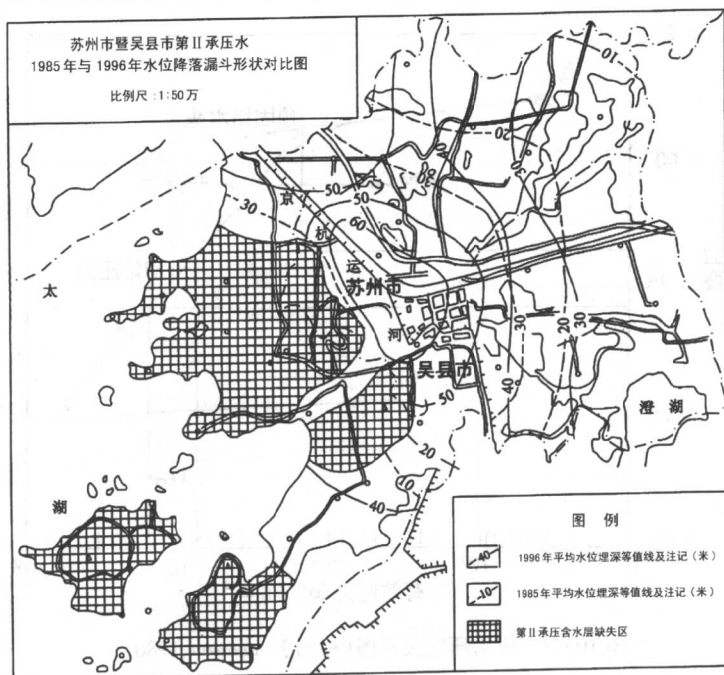


图 10-3 苏州市第II承压水 1985 年与 1996 年的地下水降落漏斗图
(根据江苏省地质环境监测总站)

太沙基(Terzaghi,1925)的黏性土一维固结理论被广泛应用于估计当应力变化时对黏性土的压缩,成为地面沉降计算的理论基

础。有下式

$$\sigma' = \sigma - p_w \quad (10-1)$$

式中 σ ——总的地静应力；

σ' ——粒间有效应力；

p_w ——孔隙水压强。

详见图 10-4, 图 10-5。

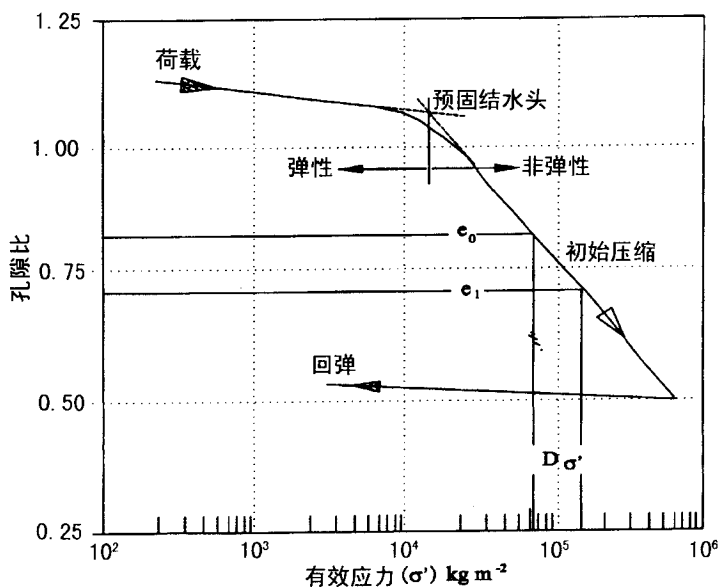


图 10-4 应力压缩关系图(根据 Jvorgensen, 1980)

如果水压力减少,较大部分的总应力转嫁到骨架上,使骨架压缩,直到粒间的力量达到新的平衡。压缩造成孔隙水从细粒物质中缓慢逸出,应力逐渐转移到颗粒骨架上,因而造成土层压缩。

当承压水头降低时引起的压缩量的大小,与以前压力变化的历史(即预固结情况)有关。

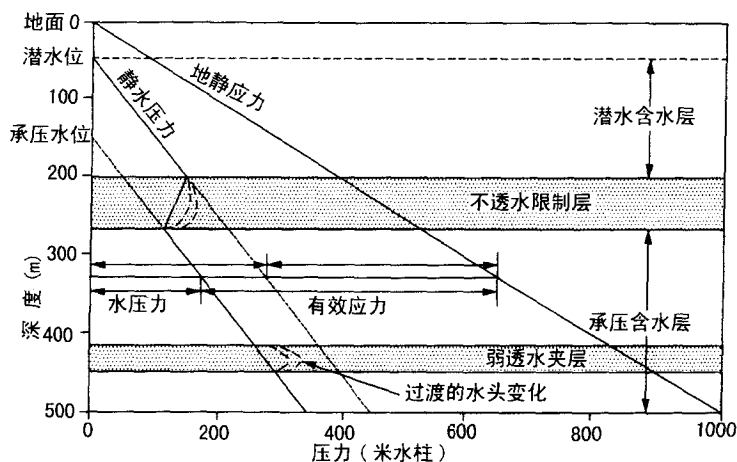


图 10-5 承压含水层中承压水头降低时的应力关系(根据 Poland, 1984)

如果承压水头的变化小于以前变化的范围,那么土层的压缩是弹性的,当压力恢复以后,土层能弹回。一旦超过了先前的最大应力,会发生较大的压缩。这种压缩主要是非弹性的,称为初始压缩,即使承压水头恢复也不能弹回。在弹性和非弹性压缩之间的水头变化称为预固结水头。见图 10-4。

在低渗透性的半透水层中,地层的压缩或沉降对于承压水头的变化存在一个时间滞后。雅可布(Jacob, 1940)认为相当数量的水可从含水层中的黏性土夹层和相邻的半透水层中释放,这是主要的水源,而低渗透性的黏性土在含水层的水头降低和黏性土释水之间存在时间滞后。利莉(Riley, 1969)对滞后现象总结如下:一个均质的单层半透水层,上、下边界都是含水层,多余的孔隙水压力消散所需要的时间 t 和(1)建立较紧密结构所需要挤出的水量及(2)水逸出的阻抗有关。所需挤出的水量取决于半透水层的

压缩性 α_v , 水的压缩性 β_w 和半透水层的厚度 b' 。而水逸出的阻抗取决于半透水层的渗透性 K' , 因此时间常数 T 为

$$T = \frac{S'_s (b'/2)^2}{K'} \quad (10-2)$$

式中 S'_s 为半透水层的贮水率, 有

$$S'_s = S'_{sk} + S_{sw} \quad (10-3)$$

式中 S'_{sk} 为贮水率中由于半透水层压缩的贡献

$$S'_{sk} = \alpha_v \gamma_w = \frac{\Delta b'}{b' \Delta H_a} \quad (10-4)$$

S_{sw} 为水的弹性膨胀的贡献, 表达式为

$$S_{sw} = n \beta_w \gamma_w \quad (10-5)$$

式中 γ_w ——水的容重;

H_a ——半透水层的平均水头;

n ——孔隙度。

对于未固结的半透水层, 有

$$S'_{sk} \gg S_{sw} \quad (10-6)$$

含水层/半含水层(弱透水层)系统的非弹性压缩代表岩层系统孔隙空间的减少, 不仅造成地面沉降, 而且会造成系统中地下水贮量的永久性损失, 并会造成岩层渗透性的减少。

三、地面沉降的数值模型

目前用得较多的将地下水水头和地面沉降合并计算的数值模型是 MODFLOW 软件包中的地面沉降模块。地下水水头用 MODFLOW 计算, 并配以专门计算地面沉降的模块(module)。利克和鲁迪克(Leake and Prudic 1988)开发了计算地面沉降的模块 IBS(Interbed Storage Package), 增补到 MODFLOW 的软件包中。该模块假定在一个时间步长内单元内含水层和细粒夹层的承压水头能达到平衡, 这实际上是很难办到的。为了克服这一缺点, 英国

地质调查所(BGS)克钦和夏律(R. Kitching and T. R. Shearer, 1995)开发了模块 IDP(Interbed Drainage Package)。该模块假定:在同一网格单元中分别存在两个水头,一个是粗粒含水层的水头,另一个是细粒夹层的水头。即双重模型网格,在同一物质空间内,它们的贮存参数也不相同。双重网格内部的水流由一个新的参数“夹层垂向传导性 VIC”(Vertical Interbed Conductance)控制,它主要取决于细粒夹层的渗透性。夹层的形状当作透镜体。在同一单元内,含水层和细粒夹层之间的交换的水体可以计算出来。夹层中的水头根据它是否超过预固结水头分别用弹性和非弹性的贮水率计算,从贮存量的变化可以计算出单元的压缩。该模块适用于模拟较深的承压含水层系统,并且在模拟我国天津市汉沽的地面沉降中得到应用。

IDP 模块作了如下的假设:

(1) 假设含水层的压缩仅仅由于孔隙水压力变化引起的。在上覆荷重变化中不考虑潜水位波动的影响。压缩认为是垂向一维压缩。

(2) 无论在弹性阶段或非弹性阶段,压缩和水头变化之间为线性比例关系。

(3) 夹层贮水率的变化(暗指孔隙度的变化)假定不会造成夹层垂向传导性 VIC 的变化以及整个单元渗透性的变化。

(4) 夹层当作是不连续的透镜体,而不是看作连续的限制层或隔水层,但它处理成在一个单元内均匀分布的,故单元可当作是均质的。

MODFLOW 是一个三维的有限差分模型,其控制方程当各向异性主轴和坐标轴一致时为

$$\frac{\partial}{\partial x}(K_x \frac{\partial H}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(K_y \frac{\partial H}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(K_z \frac{\partial H}{\partial z}) - W = S_s \frac{\partial H}{\partial t} \quad (10-7)$$

式中 W ——源、汇项。

其他符号同前。对于夹层系统,从低渗透性的夹层透镜体进入含水砂层中水量也包括在 W 中。水量是和弱透水夹层和含水砂层的水头差成比例的,可近似表达为

$$W_{il} = -\lambda(H_{il} - H) \quad (10-8)$$

式中 W_{il} ——由于弱透水夹层和主要含水砂层之间水交换对源、汇项的贡献,水由夹层流向砂层时为负,由砂层流向夹层时为正;

λ ——水交换系数;

H_{il} ——弱透水层的夹层中的平均水头。

而根据夹层的水量平衡,有

$$S_{sil} \frac{\partial H_{il}}{\partial t} = W_{il} \quad (10-9)$$

我们假设弱透水层夹层以透镜体的形式存在,并且它在整个含水层系统所占的比例为 ν ,而弱透水层夹层的贮水率为 S'_s ,则方程(10-9)中的

$$S_{sil} = \nu S'_s \quad (10-10)$$

类似地,如果含水砂层本身的贮水率为 S_{sa} ,那么在方程(10-7)右端项中的 S_s 可按式给出:

$$S_s = (1 - \nu)S_{sa} \quad (10-11)$$

正如前面指出的和图 10-4 所表示的,弱透水层的贮水率,在预固结水头上或下的弹性区和非弹性区是不同的,分别为

$$S'_s = \begin{cases} S'_{se} & \text{当 } H_{il} > H_c \text{ 时} \\ S'_{sp} & \text{当 } H_{il} < H_c \text{ 时} \end{cases} \quad (10-12)$$

式中 S'_{se} ——弹性区的贮水率,当夹层水头大于预固结水头 H_c 时,意味着此时的有效应力小于预固结时的有效应力,为弹性变形区;

S'_{sp} ——非弹性区的贮水率,当夹层水头小于预固结水头 H_c 时,意味着此时的有效应力大于预固结时的有效应力,处于塑性变形区。

预固结水头 H_c 可取初始水头 H_{c0} 或以前曾经达到过的水头中的小者,即

$$H_c = \min(H_{c0}, H_{cl}) \quad (10-13)$$

前面的关于粗粒含水层和细粒夹层之间水量交换的(10-8)式只是实现过程的一种简单的近似。水交换系数 λ 可根据夹层透镜体的性质和形状,近似用下式表达:

$$\lambda = \frac{\alpha \nu K_l}{d_l^2} \quad (10-14)$$

式中 α ——夹层的形状系数,平板 $\alpha=0.3$,圆柱体 $\alpha=0.2$,球体 $\alpha=0.17$ 。透镜体可近似看作平板,取 $\alpha=0.3$;

ν ——单元中夹层所占的比例;

K_l ——弱透水透镜体的渗透系数;

d_l ——透镜体的特征长度,按下式求出

$$d_l = \frac{V_l}{A_l} \quad (10-15)$$

V_l ——弱透水透镜体的体积;

A_l ——透镜体的表面积。

为了把模块 IDP 组合到 MODFLOW 中, IDP 软件包还用到如下参数:

夹层垂向传导性 VIC:

$$VIC = \lambda \frac{\text{单元体积}}{\text{单元水平面积}} \quad (10-16)$$

单元的垂向弹性贮水率 SFE

$$SFE = \nu S'_{ve} \times \text{单元垂向厚度} \quad (10-17)$$

单元的垂向非弹性贮水率 SFV

$$SFV = \nu S'_{ve} \times \text{单元垂向厚度} \quad (10-18)$$

单元 $E(i, j, k)$ 和相邻的六个单元及内部弱透水夹层之间的水量交换关系如图 10-6 所示。

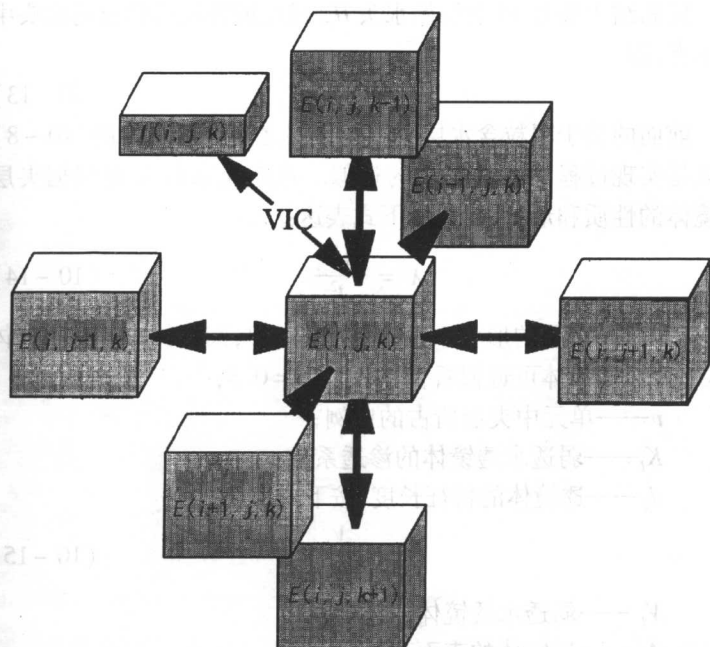


图 10-6 有限差分单元 $E(i, j, k)$ 和它相邻的六个单元及弱透水夹层之间的水量交换关系(根据 R. Kitching 和 T. R. Shearer)

单元 $E(i, j, k)$ 和它内部的夹层 $I(i, j, k)$ 之间的水量交换, 它是由水头差 $(H - H_d)$ 和夹层垂向传导性 VIC 所控制的, 图 10-7 表示了这种关系。

该数学模型已经应用于天津汉沽的沉降计算。地质剖面 and 垂向单元划分表示于图 10-8 中。

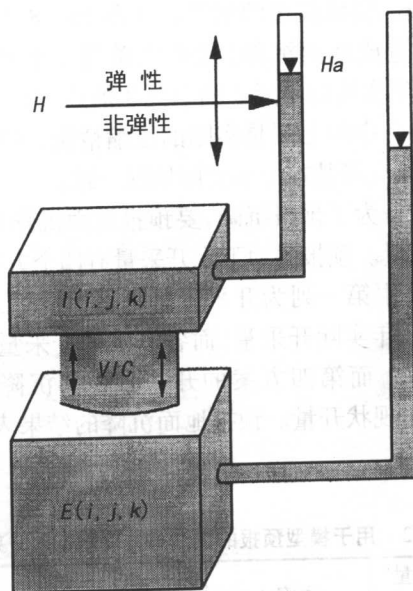


图 10-7 单元 $E(i, j, k)$ 和它的夹层 $I(i, j, k)$ 之间的水流取决于水头差 $(H - H_a)$ 及夹层的垂向传导性(VIC)示意图(根据 R. Kitching和 T. R. Shearer)

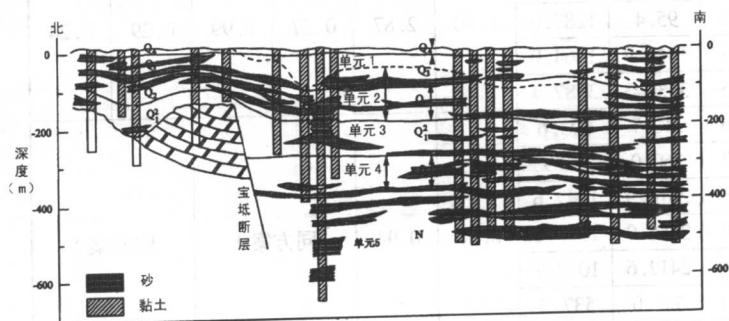


图 10-8 天津市的水文地质剖面略图

续表

区号	1992 年开采量 (单位:千米 ³)		方案 1		方案 2		方案 3	
	单元 2	单元 3	2000 年	2010 年	2000 年	2010 年	2000 年	2010 年
13	2990.9	294.3	1.15	1.27	同方案 1	同方案 1		
14	27500.0	11000.0						
15	30800.0	8800.0						
16	8250.0	4950.0						
17	12097.9	7158.3						
18	6160.0	2310.0						
19	5600.0	2100.0						
20	7040.0	2640.0						
21	5600.0	2200.0						

(根据 R. Kitching 和 T. R. Shearer)

表 10-3 BGS 预报的天津汉沽的地面沉降

方 案 (年)	总压缩(mm)	压缩速率(mm/年)
观测 (1992)	1040	37
校正 (1992)	1045	35
方案 1(2020)	2054	22
方案 2(2020)	1365	17
方案 3(2020)	1092	2
方案 4(2020)	1598	17
现状 (2020)	1699	18

(根据 R. Kitching 和 T. R. Shearer)

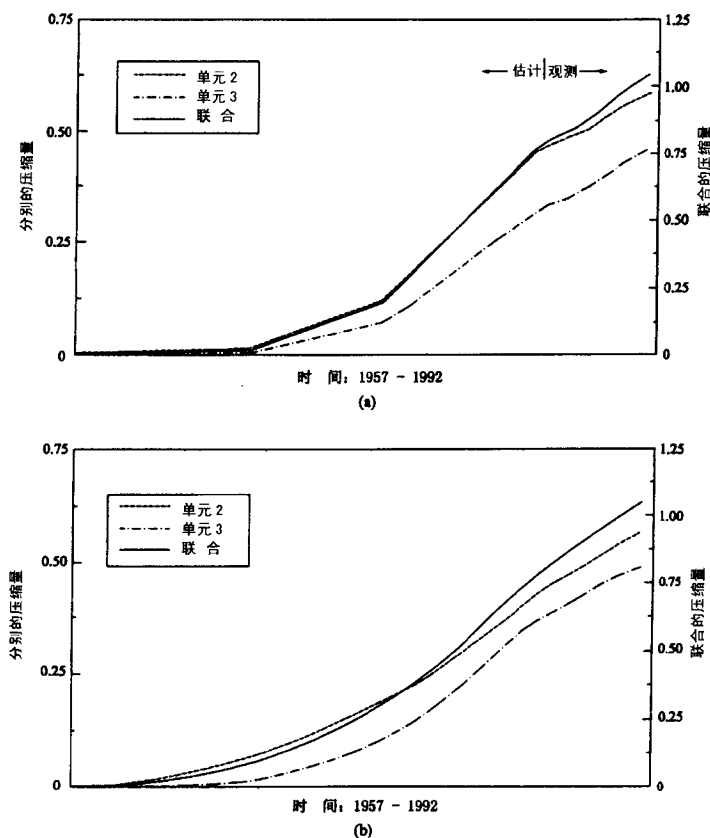


图 10-9 天津汉沽地面沉降模型的校正(根据 R. Kitching 和 T. R. Shearer)

(a) 实测值; (b) 模型计算值

四、地面沉降的危害和对策

地面沉降是一种能造成很大经济损失的地质灾害。世界各地都有关于由于大量抽取地下水造成地面沉降的报道:墨西哥城的

地面沉降已超过 7.5m,而美国加州的 San Joaquin 河谷的灌溉地区已达到 9m,新西兰由于抽取热水也已造成 7m 的地面沉降。

地面沉降最直接的后果破坏水井。由于含水层及其上部地层压密造成地面沉降,而井管坐落在含水层以下的地层压密较小,造成井管抬升,井台悬空或开裂,造成抽水井的破坏。图版 6 为江苏张家港市因地面沉降造成的井管抬升和井台悬空。图版 7 为英国诺福克县一个水井因地面沉降造成的井台破坏。由于地面沉降而地表水面不变,水面相对于地面升高,造成地面淹水和内涝。苏南的苏州市和吴江县的盛泽镇,京杭大运河的局部地段汛期水面已高于地面。

图版 8 是泰国曼谷地面沉降而使湄南河水面高于地面处,用砂袋防水。由于地表水面相对升高,不得不经常加高堤防,并且要建立泵站排除市区积水,造成很大的经济损失。

地面沉降会造成桥梁净空降低,影响通航。因为桥梁随地面下沉而河水面相对升高,使原来可通航的桥洞不能通航。图版 9 为苏州沧浪亭外的小桥。20 世纪 50 年代可通航乌篷船,但现在桥梁净空不足一米。地面沉降也能破坏建筑物,如产生不均匀沉降,会使建筑物开裂。图版 10 为江苏无锡市毛村园村的一幢房屋,房屋尚未建好就因地面沉降而开裂。图版 11 是曼谷国王酒店附近的街道。街边的高层建筑物建在桩基上沉降小,而马路随地面沉降,造成原来水平的人行道向马路倾斜,而且在建筑物的结合处开裂。

防止地面沉降最根本的措施是减小地下水的开采量和适当进行地下水的回灌。正如前面介绍的,黏性土层的固结压密大部分是非弹性变形,即使回灌使地下水水头恢复到原来状态,地面沉降也只能有少量回弹,大部分沉降是不可恢复的。所以减少地下水的开采量才是防治地面沉降的根本措施。

第三节 地裂缝和地面塌陷

一、地裂缝

地裂缝有两种类型:一种为构造地裂缝(内力地裂缝),它是由活动断裂引起的,不受地形、地物、岩性等影响,而受统一的应力场控制。可以发生在基岩中,也可发生在土中。平面上常按一定的规则排列,深度大。另一种为非构造地裂缝(人为地裂缝),如由于不均匀的地面沉降造成的地裂缝,岩溶塌陷造成的地裂缝等,多和超量开采地下水有关。发生在土层中,深度相对较小。

我国最早发现地裂缝是 1958 年初发现的西安地裂缝。1976 年后迅速扩及西安市区,破坏各种建筑物。据 1985 年统计累计经济损失达 2000 万元。西安地裂缝自 70 年代以后共发现 10 条,长度一般为数公里,最长者可达 10 公里以上,见图 10-10。地裂缝具有成带性、定向性和等间距性。总体走向为 $N70^{\circ} \sim 80^{\circ}E$,一般由主裂缝及其下降一侧的次级裂缝组成地裂缝带,各裂缝带大体呈等间距排列,平均间距约 1km 左右。各条地裂缝均向南倾,南盘地面下降。单条裂缝的张开量为 10 ~ 100mm,下降量 10 ~ 150mm。

关于西安地裂缝的成因,历来有构造成因和抽水沉降成因之争。构造成因论者认为地裂缝与第四纪断层沟通,与深部构造对应(王景明,1986)^[2]。抽水成因论者认为地裂缝只出现在西安市东北、东南及南郊深井水位下降较大的地区,地裂缝区与地面沉降区吻合,延伸方向都是 NEE,而且地裂缝出现在地面沉降区内几个较大沉降槽边缘的陡变地带(易学发等,1997)^[80]。现在倾向性的意见是:在隐伏新断裂构造带的基础上,由于超量开采地下水导致地面大幅度不均匀沉降引发和加强了地裂缝的发展。即超采地

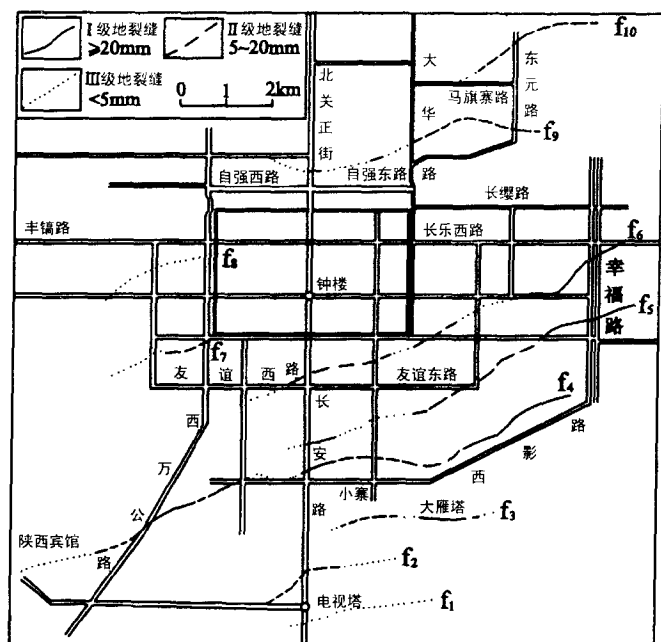


图 10-10 西安地裂缝的分布和活动分级(根据易学发等,1997)

地裂缝名称: f₁ 电视塔南; f₂ 电视塔北; f₃ 大雁塔; f₄ 小寨路; f₅ 草场坡;

f₆ 和平门外; f₇ 边家村; f₈ 西郊; f₉ 八府庄; f₁₀ 辛家庙

下水引起地面不均匀沉降是地裂缝的主要原因。

除了西安以外,以后在国内不同的地下水超采区,发现了不少地裂缝。笔者于 20 世纪 80 年代晚期在大同市进行水文地质调查时见到一条地裂缝,方向为近东西向,延伸 1.3km,位于大同第二发电厂水源地降落漏斗的水位陡降部位,可能和二电厂的大量开采地下水有关。现在大同市的地裂缝已发展到数条。在江西城门山铜矿,进行抽水实验时在第四系湖相沉积层中形成地裂缝,见图版 12。

江苏江阴市的河塘镇于 1995 年底或 1996 年初发现地裂缝。地裂缝主轴线为 $NE25^{\circ} \sim NE29^{\circ}$, 可见长度 450m, 影响带宽度 2 ~ 20m, 由一条主裂缝和 3 ~ 4 条次裂缝构成, 裂缝两侧高差 2 ~ 10cm, 东高, 西低。地裂缝发育于河塘镇中心, 直接经济损失逾 1000 万元。据研究, 该地裂缝是由于大量开采第 II 承压含水层, 造成不均匀的地面沉降引起的。河塘镇由于超采, 地下水位埋深已超过 60m, 而地下存在一个 $NE28^{\circ}$ 的基岩潜山, 压缩层的厚度不一, 造成不均匀的地面沉降, 引起地裂缝(朱锦旗, 朱兴贤, 1998)^[20]。

除了地面沉降能引发地裂缝以外, 隐伏岩溶区也发现有地裂缝。由于抽取地下水, 在覆盖层中形成土洞, 再继续发展可形成地裂缝或地面塌陷区。这一类的地裂缝的形态常为弧线型, 如广西来宾县的地裂缝(卢王东等, 1997)^[13], 湖南斗笠山煤矿和恩口煤矿塌陷区的地裂缝(周治国, 1993)^[73]等。这一类地裂缝常常和地面塌陷伴生。

二、地面塌陷

(一) 概述

地面塌陷是发生在隐伏岩溶区由于大量抽取地下水造成的一种地质灾害, 常可造成很大的经济损失。

地面塌陷的发生和发展必须有三个必要条件:

1. 地下有岩溶发育的碳酸盐岩地层(或其他可溶岩层)。

在我国南方岩溶区主要为泥盆系、石炭系、二叠系和下三叠统的灰岩。在北方岩溶区主要为奥陶系、中、上寒武统和震旦系的灰岩和白云岩。地面塌陷区主要位于这些地层的分布区。

2. 岩溶含水层之上覆盖有土层或软弱岩层(如砂页岩)。我国 90% 以上的塌陷的盖层为松散的第四系土层或砂层, 多数研究者认为土层较薄(如小于 30m)易发生塌陷。但有些塌陷发生在

岩层中,如湖南水口山柏坊铜矿的塌陷发生在 100m 厚的白垩系红色泥质粉砂质页岩中(徐卫国、赵桂荣,1988)^[99];又如安徽铜陵有色金属公司安庆矿东马鞍山三个塌陷都有 50~80m 厚的砂页岩盖层,塌陷发生在砂页岩中。

3. 水动力条件的改变。水动力条件改变是岩溶塌陷的诱发因素。岩溶塌陷从成因上可分为两类,一类为自然塌陷,这是由于暴雨、地震等天然因素引起的,数量较少;另一类为抽、排水引起的塌陷,这一类占岩溶塌陷的大部分,造成的危害也最大。此类又可分为两种成因:(1)岩溶矿山排水引起的塌陷。如湖南的煤炭坝煤矿、斗笠山煤矿,海南的石录铜矿,广东的凡口铅锌矿,安徽铜陵铜矿,湖北大冶红卫铜铁矿等。矿山排水疏干,降深大,降落漏斗范围广,有时可形成成百上千个塌陷。塌陷不仅毁坏了周围农田和建筑物,如位于河床或小溪中还引起矿山充水。(2)城市水源地抽水引起的塌陷,这在我国南方和北方许多城市都有分布,如贵州的六盘水、安顺、遵义和贵阳,广西的桂林,浙江的杭州,江苏的徐州和南京,山东的枣庄、泰安,河北的唐山和秦皇岛等城市。城市塌陷造成建筑物倒塌、破坏铁路和城市道路使交通中断,使自来水管折断、电线杆倒塌影响供水供电,地表污水沿塌陷坑下灌污染了城市供水水源等等,都可能造成很大的损失。

地面塌陷在地面上的形状呈圆形或椭圆形,见图版 13 和图版 14。剖面上的形状有井形、坛形、漏斗形和碟形。

(二)地面塌陷的形成机制

地面塌陷的形成机制主要有以下几种:

1. 机械潜蚀作用 当岩溶水大量抽水时,地下水流速加大,带走溶洞中的充填物。上覆土层中的地下水向岩溶水流动的速度也相应加大,形成较大的渗透压力,使上覆土层中的微小颗粒不断被带走,产生机械潜蚀。在土层中形成隐伏的土洞,土洞不断地扩大,致使原有的力学平衡遭到破坏,产生塌陷。这种作用是产生岩

溶塌陷的一种主要作用,许多塌陷都是由此引起的。

2. 失托增荷作用 当岩溶水的水位高于覆盖层底板时,一部分上覆荷重由地下水承担,当岩溶水抽水,水位降到底板以下,失掉水对上覆荷重的浮托力,等价于荷重的增加。如果在雨后,土层湿润,容重增加;或土层上建造重大的建筑物,使得上覆荷重增加,造成塌陷。

3. 真空吸蚀作用 当岩溶岩层上方的覆盖层不透水透气,使得岩溶空隙封闭较好。当地下水位急速下降(如矿山突水),使空腔处于相当大的负压状态,负压对上覆土层或岩层发生吸蚀破坏。这种破坏的上覆盖层可以是土层(往往底部是黏土),也可以是砂页岩。如江西丰城煤矿六庄矿,井下开闸放水时,地下水以 $660\text{m}^3/\text{h}$ 涌出,3 分钟后在其南 40m 处出现直径 10 多米的大塌坑(康彦仁,1992)^[104]。又如湖南水口山柏坊铜矿九中段井下突水,涌水量 $9996\text{m}^3/\text{h}$,在距突水点 115 米的山坡上,100m 左右厚度的白垩纪红层出现一个直径 80m 深 30m 的大塌坑(徐卫国,赵桂荣,1988)^[99]。

4. 气爆作用 气爆作用是封闭的充气岩溶空腔,由于暴雨、抽水过程突然中止等原因,岩溶地下水位快速急剧地上升,使充气空间受压缩而产生气爆作用,气爆冲开洞腔顶部形成塌陷。不合理地封闭通气的落水洞或天窗建造中、小型水库,易产生气爆式塌陷,如湖南慈利县的余湖水库(康彦仁,1992)^[104],以及六盘水市来子洞片的塌陷(苏维词,1998)^[72]。

5. 振动作用 由于地震、爆破、车辆振动等原因,引起粉细砂的振动液化、黏性土的破裂位移、溯流变形等引起塌陷。江西的浙赣线的分宜车站,泰安津浦线和辛泰线交会的三角带,徐州火车站附近的塌陷可能和火车振动有关。

此外城市的酸性工业废水和生活污水排入地下岩溶含水层中,加剧了 CaCO_3 的溶解,加速岩溶塌陷的发生和发展。

岩溶塌陷多分布在地形低洼的河谷、盆地和冲沟中,常常沿岩溶发育的断裂带成串珠状分布。发生的时间并没有一定的规律,但以旱季过后的雨季初期为多。因为旱季大量抽取地下水,使水位降低、水力坡度加大,造成潜蚀或失托。而雨季开始后,雨水湿润上覆土层,增加荷重,因而易造成塌陷。

(三) 塌陷的防治措施

1. 在布置抽水井时,应避开易塌陷区,亦即使抽水形成的降落漏斗不要包括易塌陷区。大量的实践证明,绝大多数塌陷坑都在抽水(排水)降落漏斗范围以内。

2. 当抽水井通过溶蚀裂隙或溶洞时,不论有无充填物,都必须安装过滤器,以防止把细小颗粒抽入井中造成潜蚀,从而引起塌陷。

3. 控制抽水强度,最好使降深值小于覆盖层的深度。当覆盖层薄时则加大降深,使地下水位在基岩面以下。要避免地下水位在基岩面上下波动,这样最容易引起潜蚀。在抽水方式上避免间歇性抽水,因为间歇性抽水会导致地下水位的频繁升降,加剧潜蚀的发生。

4. 对于大降深的矿山排水,在适宜的水文地质条件下,可建造注浆截水帷幕,以减少塌陷的发生。在湖南水口山矿,湖北大冶红卫铜铁矿都曾用帷幕注浆方法堵水,减少矿坑排水量,控制地下水位大幅度下降,防止和减少地面塌陷的发生。

5. 在塌陷区建造建筑物时,可采用桩基、沉井或把基础直接砌置在可靠的基岩上。

6. 在岩溶腔发育地区,如覆盖层底部有密封性能良好的黏土层存在,应打通气孔,下入钢管或铸铁管,使岩溶腔和大气相通,以防止真空吸蚀或高压气爆。

7. 对已发生的塌洞,应分层回填黏土并夯实,防止污水由塌洞灌入含水层,污染地下水。

第四节 海水入侵

在天然状态下,滨海含水层中的淡水和海水大体上处于相对平衡状态。淡的地下水接受大陆的降水入渗补给,在含水层中运动,最后排泄入海。随着补给量大小的变化,地下淡水和海水所占的位置稍微有进退运动,但分布相对稳定,处于一种动平衡状态,见图 10-11。

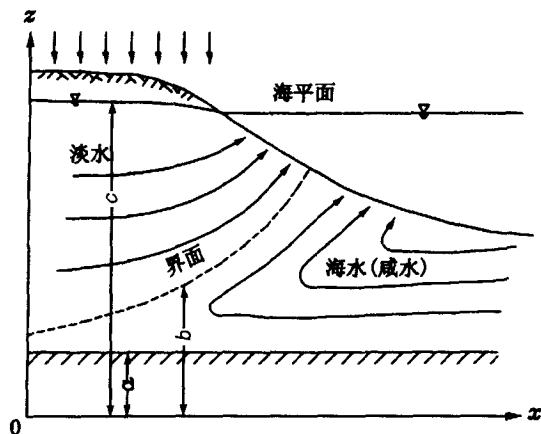


图 10-11 咸淡水界面附近水的运动

如果过量开采地下水,地下水向海的排泄量减少,这种动平衡遭到破坏,使海水向内陆方向推进,原来的淡水分布区水质变咸,甚至不适于供水,这就是海水入侵问题。我国辽宁的营口、大连,河北的北戴河,山东的莱州、龙口、寿光及浙江沿海,都发现海水入侵问题。海水入侵的结果,使原来浇地的淡水变咸,农作物枯死,沿海城乡人民生活用水困难,造成很严重的恶果。

海水的密度为 1.025g/cm^3 , 淡水的密度为 1g/cm^3 , 所以沿海

含水层中的淡水“漂浮”在海水之上,见图 10-11。海水和淡水又是可混溶的,两者之间存在一个盐分变化的过渡带,该带地下水的含盐量由 35g/L 变化到 1g/L。过渡带的宽度各地不同。研究海水入侵的目的为:(1)确定咸、淡水的位置及其变化;(2)查明地下水开采量和海水入侵的关系,确定合理的开采量、井位和井深;(3)制定控制和防止海水入侵的措施,保护沿海含水层。由于海水入侵问题的复杂性,要解决以上的问题,通常用数学模型数值解法来解决。

海水入侵问题的数学模型主要有两类:(1)突变界面模型:假定海水和淡水是不相混溶的,存在一个分隔海水和淡水的突变界面,当过渡带宽度和含水层厚度及计算范围相比很小时,可采用这一模型。(2)对流—弥散模型:考虑海水和淡水是可混溶的,在运移过程中产生水动力弥散,没有突变界面而存在一个含盐浓度变化的过渡带。这类模型比较接近实际。

一、海水入侵的突变界面模型

假设咸淡水之间存在突变界面,如图 10-11。界面两侧咸、淡水的运动方程为

$$\nabla(K_f \nabla H_f) = S_f' \frac{\partial H_f}{\partial t} \quad \text{在淡水区} \quad (10-19)$$

$$\nabla(K_s \nabla H_s) = S_s' \frac{\partial H_s}{\partial t} \quad \text{在海水区} \quad (10-20)$$

上两式中,下标 f 代表淡水, s 代表海水; H_f 为淡水水头, H_s 为海水水头,则有

$$H_f = z + \frac{p}{\gamma_f} \quad (10-21)$$

$$H_s = z + \frac{p}{\gamma_s} \quad (10-22)$$

式中 γ_f, γ_s ——淡水和海水的比重；

z ——位置水头；

p ——压强；

S_f^s, S_s^s ——淡水和海水的贮水率。

在界面上任一点的两侧压强相等,有

$$\gamma_f(H_f - b) = \gamma_s(H_s - b) \quad (10-23)$$

式中 $b = b(x, y, t)$ 为界面的位置高度,由公式(10-23)可得

$$b(x, y, t) = (1 + \delta)H_s - \delta H_f \quad (10-24)$$

式中:

$$\delta = \frac{\gamma_f}{\gamma_s - \gamma_f} \quad (10-25)$$

界面是一个移动的物质面,方程为 $F \equiv z - b(x, y, z) = 0$, 面

上质点的水动力导数等于0,即 $\frac{DF}{Dt} = 0$, 因而可得

$$\frac{\partial b}{\partial t} = v_3^* - \frac{\partial b}{\partial x} v_1^* - \frac{\partial b}{\partial y} v_2^* \quad (10-26)$$

由上式解出 $b(x, y, t)$ 即为界面的位置。

式中

v_1^*, v_2^*, v_3^* ——为界面上质点沿三个坐标轴运动的分速度。

(10-26)式为三维方程,为简化起见,Pinder 引进 z 轴方向上的平均速度和平均水头的概念,把该问题化为二维问题求解。得到

$$S_f^s(b-a) \frac{\partial \bar{H}_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[K_s(b-a) \frac{\partial \bar{H}_s}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K_s(b-a) \frac{\partial \bar{H}_s}{\partial y} \right] - Q_{wb} + Q_{da} \quad (10-27)$$

$$S_f^s(c-b) \frac{\partial \bar{H}_f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[K_f(c-b) \frac{\partial \bar{H}_f}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K_f(c-b) \frac{\partial \bar{H}_f}{\partial y} \right] - Q_{wc} + Q_{db} \quad (10-28)$$

式中

$$\bar{H}_s = \frac{\int_a^b H_s dz}{b-a} \text{——海水平均水头} \quad (10-29)$$

$$\bar{H}_f = \frac{\int_b^c H_f dz}{c-b} \text{——淡水平均水头} \quad (10-30)$$

$$Q_{ub} = v_3(x, y, b) - \left[v_1 \frac{\partial b}{\partial x} + v_2 \frac{\partial b}{\partial y} \right]_{z=b} \quad (10-31)$$

$$Q_{da} = v_3(x, y, a) - \left[v_1 \frac{\partial a}{\partial x} + v_2 \frac{\partial a}{\partial y} \right]_{z=a} \quad (10-32)$$

$$Q_{uc} = v'_3(x, y, c) - \left[v'_1 \frac{\partial c}{\partial x} + v'_2 \frac{\partial c}{\partial y} \right]_{z=c} \quad (10-33)$$

$$Q_{db} = v'_3(x, y, b) - \left[v'_1 \frac{\partial b}{\partial x} + v'_2 \frac{\partial b}{\partial y} \right]_{z=b} \quad (10-34)$$

$$v_3 = -K_s \frac{\partial H_s}{\partial z} \quad (10-35)$$

$$v_1 \approx -K_s \frac{\partial H_s}{\partial x} \quad (10-36)$$

$$v_2 \approx -K_s \frac{\partial H_s}{\partial y} \quad (10-37)$$

$$v'_3 = -K_f \frac{\partial H_f}{\partial z} \quad (10-38)$$

$$v'_1 = -K_f \frac{\partial H_f}{\partial x} \quad (10-39)$$

$$v'_2 = -K_f \frac{\partial H_f}{\partial y} \quad (10-40)$$

公式(10-27)和(10-28)可用 Galerkin 有限单元法求解。

二、海水入侵的对流-弥散模型

海水和淡水是可混溶的,实际上不存在突变界面而存在一个

盐分浓度变化的过渡带。当过渡带较宽时,用突变界面模型计算会造成较大的误差,要用对流—弥散模型计算。该模型包含一个地下水流动方程和一个盐分运移方程。地下水流的连续性方程为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho \frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g \right) \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial t} (n\rho) - \rho q \end{aligned} \quad (10-41)$$

式中 ρ ——水的密度;

k ——渗透率;

μ ——水的动力粘滞系数;

p ——压强;

g ——重力加速度;

n ——孔隙率;

q ——源汇项,即单位时间单位体积流进或流出的水量。

咸水的密度 ρ 为咸水含盐浓度 C 的线性函数,即

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \varepsilon \frac{C}{C_s} \right) \quad (10-42)$$

式中 ρ_0 ——纯水的密度;

C ——咸水的含盐浓度;

C_s ——海水的含盐浓度;

$$\varepsilon = \frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_0};$$

ρ_s ——海水的密度。

因为在海水入侵问题中,不同地点水的含盐浓度 C 不同,因而密度 ρ 也不同。由水头的定义

$$H = \frac{p}{\rho g} + z \quad (10-43)$$

当 ρ 变化时水头 H 也相应变化,因而不同地点的水头无法进行比较。为此,引入了参考水头 H^* 的概念,参考水头即淡水水

头。有

$$H^* = \frac{p}{\rho_0 g} + z \quad (10-44)$$

把各点的水头都化为参考水头,就可以进行比较。同一地点的实际水头和参考水头是不同的。见图 10-12。

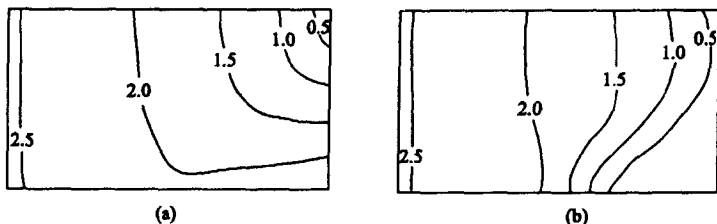


图 10-12 同一地点的参考水头 H^* 和实际水头 H 的等值线的比较

(根据 P. S. Huyakorn 等)

$$(a) \text{ 参考水头 } H^* = \frac{p}{\rho_0 g} + z; (b) \text{ 实际水头 } H = \frac{p}{\rho g} + z$$

引入了参考水头,渗透系数和贮水率的概念,方程(10-41)变为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[K \frac{\partial H^*}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K \frac{\partial H^*}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[K \left(\frac{\partial H^*}{\partial z} + \frac{\varepsilon C}{C_s} \right) \right] \\ & = S_s \frac{\partial H^*}{\partial t} + n \frac{\varepsilon}{C_s} \frac{\partial C}{\partial t} - \frac{\rho}{\rho_0} q \end{aligned} \quad (10-45)$$

式中 $K = \frac{k\rho g}{\mu}$, 为含盐地下水在多孔介质中的渗透系数,当含盐浓度 C 不同时, ρ 和 μ 也相应变化,故它不是常数,而是随 C 的不同而变化的变数;

$S_s = \rho g(\alpha + n\beta)$ 为贮水率。

其它的符号意义同前。该方程和一般的地下水运动方程不同之

处,增加了含盐浓度 C 和 $\frac{\partial C}{\partial t}$ 的项,其值要由盐分运移方程解出。

盐分运移方程为

$$\frac{\partial C}{\partial t} - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) - u_x \frac{\partial C}{\partial x} - u_y \frac{\partial C}{\partial y} - u_z \frac{\partial C}{\partial z} \right] = q'(C - C^*) \quad (10-46)$$

式中 C ——地下水的含盐浓度;

D_x, D_y, D_z ——弥散系数张量沿主轴方向的分量;

u_x, u_y, u_z ——地下水的实际平均流速矢量在三个坐标轴方向的分量;

$$q' = q/n$$

C^* ——源汇项的注入浓度。

联立求解(10-45)和(10-46)式即可求出海水入侵的情况,因为(10-45)式中包含有浓度 C ,故要用迭代法求解。

因为在水井中测得的是实际水头而非参考水头,因此必须把实测的水头转换成参考水头,利用(10-43)和(10-44)式,可得如下的转换关系:

$$H^* = \frac{1}{\rho_0}(\rho H - \rho z + \rho_0 z) \quad (10-47)$$

或

$$H^* = \frac{\rho}{\rho_0} H + \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0} z \quad (10-48)$$

定解条件如下:

初始条件:

$$H^*(x, y, z, 0) = H_0^*(x, y, z) \quad (10-49)$$

$$C(x, y, z, 0) = C_0(x, y, z) \quad (10-50)$$

第一类边界条件

$$H^*(x, y, z, t) = H_1^* \quad (x, y, z) \in \Gamma_1 \quad (10-51)$$

$$C(x, y, z, t) = C_1 \quad (x, y, z) \in \Gamma_1 \quad (10-52)$$

第二类边界条件

$$v_x n_x + v_y n_y + v_z n_z = -Q_n \frac{\rho_0}{\rho} \quad (x, y, z) \in \Gamma_2 \quad (10-53)$$

$$D_x \frac{\partial C}{\partial x} n_x + D_y \frac{\partial C}{\partial y} n_y + D_z \frac{\partial C}{\partial z} n_z = J_b \quad (x, y, z) \in \Gamma_2 \quad (10-54)$$

式中 H_1^* ——已知的参考水头;

v_x, v_y, v_z ——渗透速度 v 在 x, y, z 轴上的三个分量;

n_x, n_y, n_z ——边界 Γ_2 上单位法向矢量沿三个坐标轴的分量;

Q_n ——单位面积的第二类边界上的法向流量, $[LT^{-1}]$;

J_b ——通过单位面积的边界上的溶质的弥散通量, $[ML^{-2}T^{-1}]$ 。

请注意:如水头用(10-53)式的第二类边界条件,则溶质浓度应为第三类边界条件,即(6-101)式。(10-54)式只适用于边界只存在弥散而法向流速为零的情况。

方程式(10-45)和(10-46)可用 Galerkin 有限元方法求解。

设

$$H \approx \tilde{H} = \sum_{j=1}^N H_j(t) N_j(x, y, z) \quad (10-55)$$

$$C \approx \tilde{C} = \sum_{j=1}^N C_j(t) N_j(x, y, z) \quad (10-56)$$

式中 $N_j(x, y, z)$ 为基函数。

对于(10-45)式,经过一系列的推导后,可得:

$$\sum_{j=1}^N (B_{ij} \frac{dH_j}{dt} + A_{ij} H_j) = F_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (10-57)$$

式中

$$B_{ij} = \iiint_{\Omega} S_i N_i N_j d\Omega \quad (10-58)$$

$$A_{ij} = \iiint_{\Omega} \left(K \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + K \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + K \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) d\Omega \quad (10-59)$$

$$F_i = \iiint_{\Omega} \frac{\rho}{\rho_0} q N_i d\Omega + \iint_{\Gamma_2} \frac{\rho_0}{\rho} N_i Q_n d\Gamma_2 + \iiint_{\Omega} \left(K \frac{\varepsilon}{C_s} \tilde{C} \frac{\partial N_i}{\partial z} + n \frac{\varepsilon}{C_s} \frac{\partial \tilde{C}}{\partial t} \right) d\Omega \quad (10-60)$$

式中 Ω ——计算区域;

N ——未知结点数。

(10-57)式可简记为

$$[A] \{H\} + [B] \left\{ \frac{dH}{dt} \right\} = \{F\} \quad (10-61)$$

对于(10-46)式,经过一系列推导后可得

$$\sum_{j=1}^N (G_{ij} \frac{dC}{dt}) + E_{ij} C_j = \bar{F}_i \quad i=1, 2, \dots, N \quad (10-62)$$

或简记为

$$[E] \{C\} + [G] \left\{ \frac{dC}{dt} \right\} = \{\bar{F}\} \quad (10-63)$$

$$\text{式中 } G_{ij} = \iiint_{\Omega} n N_i N_j d\Omega \quad (10-64)$$

$$E_{ij} = \iiint_{\Omega} n \left(D_x \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + D_y \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + D_z \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) d\Omega \quad (10-65)$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_i = & \iint_{\Gamma_2} n J_b N_i d\Gamma_2 - \iiint_{\Omega} \left(v_x \frac{\partial \tilde{C}}{\partial x} + v_y \frac{\partial \tilde{C}}{\partial y} + v_z \frac{\partial \tilde{C}}{\partial z} \right) N_i d\Omega - \\ & \iiint_{\Omega} q' (\tilde{C} - C^*) N_i d\Omega \end{aligned} \quad (10-66)$$

把公式(10-61)和(10-63)对时间 t 离散化,得

$$\begin{aligned} (\theta[A] + \frac{1}{\Delta t}[B]) \{H\}_{k+1} = & \frac{1}{\Delta t}[B] \{H\}_k - (1-\theta)[A] \{H\}_k + \\ & \{F\}_{k+\theta} \end{aligned} \quad (10-67)$$

$$(\theta[E] + \frac{1}{\Delta t}[G])\{C\}_{k+1} = \frac{1}{\Delta t}[G]\{C\}_k - (1 - \theta)[E]\{C\}_k + \{\bar{F}\}_{k+\theta} \quad (10-68)$$

上两式中下标 k 和 $k+1$ 分别标记前面和现在的时间水平, Δt 为时间步长, θ 为时间权因子, 一般 $0.5 \leq \theta \leq 1$, 下标 $k+\theta$ 表示对时间的加权平均。这样一个一个时间水平解下去, 即可求得海水入侵的时间过程。

第五节 生态变化

开采地下水以后, 将造成区域地下水位降低, 结果会引起该地区生态(Ecology)变化。下面举几个简单的由于开采地下水而引起生态变化的例子。

例一: 我国的废黄河经过河南的商丘、安徽的砀山、江苏的徐州、宿迁等地区。废黄河河床高出地面数米, 雨季积水。造成废黄河沿岸地下水位抬高, 尤其雨季过后地下水位接近地面, 秋季潜水大量蒸发, 造成地面盐碱化。在 20 世纪 50~60 年代以前, 该地区是一片白花花的盐碱地, 只长耐盐碱的植物不长庄稼。自从 60 年代晚期至 70 年代以后, 该地区大力发展井灌, 地下水位降低。雨季后潜水蒸发剧烈造成返盐的现象逐渐消除。植物群落也发生了变化, 原来的盐碱滩变成了种植庄稼的农田。

例二: 英国东部诺福克县(Norfolk)某地的沼泽地。该沼泽地为地下水露头, 和含水层直接连通。1997 年由于地下水水位下降, 沼泽干涸, 图版 15。原来水塘底部长满了绿色的植物, 水塘边上原来的喜水植物, 因为地下水位已降到该类植物的根系以下, 因吸不上水而枯死, 颜色枯黄。

例三: 在干旱区或沙漠区, 由于开发地下水而造成地下水位过度下降, 而使固沙植物的根系吸不上水而枯死, 引起地区沙漠化,

可造成严重的后果。

第十一章 地下水文学的历史 发展和 21 世纪的展望

第一节 中国古代关于地下水的理论和实践

一、中国上古时代对地下水的认识和利用

所谓上古时代系指夏、商、周三代和更早的原始公社时期。

古书上有神农尝水泉的记载。神农氏即炎帝,大约为 4500 ~ 5000 年前原始社会父系氏族公社时人。《淮南子·修务训》上记载:“神农乃如教民播种五谷,相土地宜燥湿肥饶高下,尝百草之滋味、水泉之甘苦,令民知所避就。”这里的泉不仅指地下水的露头,还指地下水本身。

开发利用地下水的人工构筑物主要是井。地下水的天然露头为泉。中国古书中有不少关于井泉的记载。如《山海经》中《西山经》西次三经有“……又西北四百二十里曰崧山,……丹水出焉,西流注于稷泽,其中多白玉,是有玉膏,其源沸沸汤汤。”是关于泉的描述。又《中山经》中次五经,“……又北十里曰超山,其阴多苍玉,其阳有井,冬有水而夏竭。”是关于井的描述。在《尔雅·释水篇》中,列出了滥泉(即上升泉)、沃泉(即下降泉)、酒泉等,可以说是最早的泉水分类。

在《世本》、《吕氏春秋》、《淮南子》中,都有“伯益作井”之说,伯益是虞舜时人,是大禹治水的助手。那么水井的发明应在 4000 多年前,但考古发现的井则更早。在浙江省余姚的河姆渡,考古发掘了一口木结构井,深 1.35 米,用了二百多根圆木和桩木,形成一

个2米见方的水井和6米直径的圆形栅栏。经碳-14年代测定和树轮校正,成井年代为公元前 3710 ± 125 年,即距今已有5700年,比伯益的时代更早。此外,在河北省邯郸市的洺沟,河南省洛阳市的姪李,也都发现新石器时代的水井。在姪李第三期文化遗址中发现的水井为圆形,直径1.6米,在深6.1米处见水。根据第四期文化的碳-14定年并经树轮校正,年代为公元前 2010 ± 145 年,则成井时间应在距今4000年以远。

至于商代、西周、春秋、战国时代的古井,则在很多地方都有发现,其分布范围不仅在中原地区,也在长江流域发现。其形状不仅有圆形,也有椭圆形、方形和长方形,其结构则有木结构、石砌、下井圈和未加衬砌的土井。可见在上古时代,我国对于地下水的开发利用已相当普遍。

二、中国古代对地下水的认识和开发利用

本节所指的古代系秦代直到清代初期(19世纪以前)。

上古时代开凿的水井多是筒井,即口径大而深度不大。我国的管井(即小口径而深度大)是在造井时的工具如滑轮、杠杆等使用以后出现的。早在战国末期(公元前250年左右),据《华阳国志·蜀志》载:“秦孝文王以李冰为蜀守,穿广都盐井诸坡地。”另据《富顺县志》记载,晋太康元年(公元280年),在古江阳县(今四川自贡一带)荣溪溪滨,彝族人梅泽开的一口盐井,井深已达200尺。至公元十一世纪,我国已较多使用以竹筒为套管的管井,称为“卓筒井”。《东坡志林》记载:“自庆历(公元1041~1048年),皇佑(公元1049~1054年)以来,蜀始用筒井。用圜刃凿如碗大,深者数十丈。以巨竹去节,牝牡相衔为井,以隔横入淡水,深卤泉自上。……凡筒井皆用机械。”关于凿井技术,明朝学者宋应星著的《天工开物》中有详细介绍,并且有附图。

中国古代的打井技术,在世界是遥遥领先的。英国学者李约

瑟在列举中国人传入欧洲的十多项重大发明中,就有一项是深井钻掘机械技术。他在《中国科学技术史》卷一中还写道:中国古代深井钻进技术,是于十一世纪前后传到西方的。直到 1900 年以前,世界上所有的深井,基本上都是采用中国人民创造的方法打成的。

开凿水井以后,要加以利用。井水最早用来浇地,中国古代实行井田制,即在井字中央的一块地,凿井一口,用来灌溉周围的土地。井水也用来饮用,唐时杭州刺史李泌在杭州市的范围内打井六口,供市民饮用,其中一口井现在尚存。在四川则广泛利用井水制盐,因四川距海遥远,交通不便,当地广泛打井汲卤水制盐。此外,还有用井水酿酒、制药。如山西汾酒产地杏花村就有一口古井,四川五粮液酒就用《金鱼井》(宋·黄庭坚诗)中的水酿造。又如山东阿城的阿胶也用井水煮胶,北宋沈括著的《梦溪笔谈》卷三有:“东阿亦济水所经,取井水煮胶,谓之阿胶”。

对于温泉水的开发利用,我国也是很早的。相传 3000 年前,周幽王就曾在陕西临潼的骊山温泉住过。《渊鉴类函·地部八》记载“骊山汤,初始皇砌石起宇,至汉武帝又加修饰焉”。北魏元茝的《温泉颂》中,有“千城万国之民,怀疾枕痾之客,莫不宿粮而来宾,疗苦于斯水。”北魏酈道元的《水经注》有:“县有汤泉,可以疗疾矣”,“寇水又东合温泉水,水出西北喧谷,其水温热若汤,能愈百疾。”可见北魏时期用温泉治病已很普遍。

对于地下水,我国一些古代文献中也有论述。如《管子·地员篇》的前半篇,主要是记述地下水的情况。第一部分是讲述平原地区,讲了息徒(即冲积土)等五类地区的水泉深浅、水质好坏、水质对人体的影响、当地的植物种类和适宜种植的农作物等。第二部分是丘陵地区,列出了十五种丘陵地形的地下水埋藏深度。第三部分是山区,讲了县泉(即悬泉、上层滞水)等五种地形的水泉深度和所生植物。书中有“庚泥(沙泥混合物)不可得泉,炎壤

不可得泉”。《管子》这部书是托名管仲所作,其实是战国至秦汉间人的著述。但也说明当时人们已经懂得根据土的颜色、植物种类等差异,判断地下是否有地下水和地下水埋藏深度和水质状况。在晋代《渊鉴类函》地部 11 中,有“倚崇邱以凿井兮,临斥泽之謡污……”则是指出如何选择井位。在明朝徐光启的《农政全书》中,对于开发利用地下水作了符合科学的论述。如凿井择地之法是“凿井之处,山麓为上,蒙泉所出。……凿井者,察泉水之有无,斟酌避就之”。量深浅之法则是“井与江河地脉贯通,其水深浅,尺度必等,……”。这些观点从今天看来也是符合实际的。在 17 世纪 80 年代,法国数学家马利奥特(Edmé Marriotte)观测计算了降雨量和渗入地下水的量,认为地下水来源于大气降水,和徐光启的认识类似。

第二节 19 世纪地下水水文学的理论准备

1856 年法国水力学家达西(Henry Darcy)通过实验建立了地下水的线性渗透定律,即达西定律,为定量研究地下水提供了基础。1863 年法国水力学家裘布衣(J. Dupuit)在达西定律的基础上,提出了流入水井地下水流量的稳定流公式,即裘布衣公式。1870 年德国水力工程师蒂姆(A. Thiem)在裘布衣公式基础上,提出了新公式,利用抽水孔和周围观测孔的水位计算含水层参数,即蒂姆公式。1864 年德国学者莱尔齐(B. M. Lersch)和 1865 年加拿大学者亨特(T. S. Hant)在水化学分析的解释方面做了早期的试探。

19 世纪末,欧洲完成了第二次工业革命,生产有了巨大的发展,要求寻找更多的地下水水源。同时由于科学的发展和交流,出现了不少有关地下水的著作。如法国水力学家布西涅斯克(M. J. Boussinesq)1877 年的“潜水非稳定流的基本微分方程”,即布西涅

斯克方程。美国地质学家张伯伦(T. C. Chamberlin)1885 年的“关于自流水赋存的地质控制”,描述了自流水的形成和流动。奥地利水利学家福熙海姆(P. Forchheimer)1886 年提出关于地下水等势面和流网的概念,并且广泛应用高等数学方法于地下水流。美国的斯里克特(C. S. Slichter)1899 和钦(F. H. King)1899 年做了早期的地下水流理论工作。这些都为地下水水文学学科的建立,奠定了理论基础。

第三节 20 世纪地下水水文学的创立和发展

一、20 世纪上半叶地下水水文学的创立和发展

20 世纪初期和前期,建立了作为一门学科的地下水水文学,另一重大事件是地下水非稳定流理论的建立和发展。在这当中,美国学者门泽尔(O. E. Meinzer)作出了重大贡献。他在 1923 年出版了两本著作:《美国地下水的形成及其原理讨论》(The occurrence of groundwater in the United States with a discussion of principles)和《水文学定义中的地下水纲要》(Outline of groundwater in hydrology with definitions)对地下水水文学的建立产生重大影响。在书中他对美国主要的产水地层作了系统的描述。此时利用地下水供水的四个阶段的规程也基本建立:即勘探、开发、查清资源量、管理。门泽尔认为:在水文学中,研究地下水的水文学无论在原理和方法上都和研究地表水有所不同,因而研究地下水的水文学称为 geohydrology 或 Groundwater hydrology,就是地下水水文学。门泽尔在 1928 年的论文“承压含水层的压缩性和弹性”(Compressibility and elasticity of artesian aquifers),根据大量长期观测资料,认为承压含水层是可压缩的而且是有弹性的。随着抽水引起承压含水层水头的下降,承压含水层能释放出一部分

贮存的水,因此在含水层中抽水的过程,也是不断消耗含水层中贮存水量的过程。他以达科他砂岩(Dakota sandstone)中几十年抽水的实际材料证明这一点,为地下水非稳定流理论的建立准备了丰富的实践基础。

1935 年美国学者泰斯(C. V. Theis)在数学家鲁宾(C. I. Lubin)的帮助下,利用水流和热流的相似性,根据热传导问题的非稳定流的现成解答,他在论文“The relation between the lowering of the piezometric surface and rate and duration of discharge of a well using groundwater storage”中,给出了当水井抽水时井附近地下水位变化的非稳定流解,开创了地下水运动的非稳定流理论。所以我们把这一非稳定流的解称为泰斯公式。

泰斯公式的正式数学推导是由雅可布(C. E. Jacob)1940 年完成的。他在论文“论弹性承压含水层中的水流”(On the flow of water in an elastic artesian aquifer)中,在门泽尔实践的基础上,推导了非稳定流的基本微分方程并求出了井流问题的解以及确定贮水系数和导水系数的图解方法。

在泰斯和雅可布之后,美国人汉土什(M. S. Hantush)和英国人布尔顿(N. S. Boulton)及他们的学生们在二十世纪 50 年代和 60 年代对于各种不同水文地质条件下的非稳定井流问题做了不少工作。

另外值得一提的是休伯特(M. K. Hubbert)1940 年在他的“地下水运动理论”(The theory of groundwater motion)中,介绍了在大流域中地下水的天然流动。当时大多数学者都集中于水并非稳定流的研究,而休伯特则注重天然状态下大范围的地下水运动。直到 20 世纪 60 年代早期,他的工作才得到地下水研究者的重视。

在水化学方面皮珀(A. M. Piper)1944 年提出水化学分析资料整理的三线图,直到现在还在广泛应用。

二、20 世纪下半叶地下水水文学的发展

进入 20 世纪的下半叶,由于生产的飞速发展,人们对水资源的需要愈来愈多。地下水由于水质好而且不易受污染,被许多国家作为主要的供水水源,使得地下水被大规模地开发。因而单单计算一口井的水量已经不够了,要求评价整个流域甚至区域的地下水资源。由于计算机科学技术的发展,为这一科学要求提供了技术基础。

解析解由于有许多限制,对于复杂的区域地下水计算问题,显得力不从心,因此模型技术得到发展和应用,50 ~ 60 年代以电模拟用得较多。但对于复杂的地下水问题,物理模型制作困难,而且费钱费时。随着计算机技术的快速发展,70 年代以后电模拟已基本被数学模型所取代,现在利用数学模型的数值解计算地下水问题,已成为国际通用的方法。在数值计算中,以有限差分法和有限单元法应用最为普遍。值得一提的是美国地质调查所的麦克唐纳(M. G. McDonald)和哈鲍夫(A. W. Harbaugh)在 1988 年推出的 MODFLOW 软件(三维有限差分方法),由于通用性强、简单、实用,成为世界上应用最多的地下水软件。目前国际上有许多商业化的通用软件,应用于地下水的计算。

20 世纪下半叶地下水水文学和水文地质学的一个重大进展是关于地下水污染和污染物运移的研究。人们愈来愈重视保护自己生存的环境,而地下水污染由于不易发现而且很难清除,引起了人们的重视。20 世纪 80 年代晚期以后,地下水污染和污染物运移的研究成为地下水的主要研究领域。以色列学者贝尔(J. Bear)1972 年在其著作《多孔介质流体动力学》(Dynamics of fluids in porous media)中介绍了溶质运移(solute transport)的对流—弥散方程。在求解该方程的数值方法方面,各种的特征有限元方法和特征有限差分方法得到发展,此外治理被污染地下水的各种修复方

法也有了较多的研究。

在 20 世纪下半叶地下水水文学发展中,值得一提的还有地下水的随机数学模拟的发展。80 年代在关于溶质运移的现场实验中,发现多孔介质有很强的非均质性,在很近的范围内渗透系数相差好多倍。用传统方法计算的结果和实际偏离很大,从而导致了随机数学模型的研究。以色列学者达根(G. Dagan)和美国学者吉尔哈(L. W. Gelhar)做出了开创性的工作,1997 年达根和美国学者 S. P. Neuman 主编了《地下水流和运移:一个随机近似》(Subsurface flow and transport: A stochastic approach)对该领域进行了系统的介绍。

三、20 世纪中国地下水开发和研究简况

(一)1949 年以前

在 1949 年以前,我国的一些大城市已经开发地下水作为供水水源。上海市最早的一口深井是 1860 年凿成的,但水质不佳,很快废弃。1906 年以后又开凿深井,在长寿路、长阳路、莫干山路、杨树浦、江宁路、四川中路、峨眉路、淮安路、长宁路等地都先后开凿深井,到 1921 年深井已有 22 口,地下水年开采量达 30 万 m^3 以上。北京的深井开凿于 1920 年前后,井深 30 多米(100 英尺),著名的有清华大学体育馆旁的自流井,城内协和医学院的自流井等。直到 50 年代初期,北京西郊的深井还能自流。天津市的深井根据李吟秋 1930 年调查,英租界内有 8 口,日租界内有一口,地下水的矿化度在 600 ~ 800 mg/L ,水质好,1935 年法国人又在和平路边上的天津洗染厂内钻了一口深井,取水段埋深 716.5 ~ 745.9 m 。

关于地下水的研究,特别值得一提的是谢家荣 1929 年发表在《地理杂志》第 2 卷第 1 期上的“南京钟山地质与南京承压水供水的含水层”,这是我国最早的地下水科学文献。他在对南京地质进行分析的基础上,指出承压水有三个必备条件,并且指出“承压

水井最佳地点在钟山之南坡,大约在中山陵以南 200 ~ 300 米,从明孝陵以东开始到灵谷寺。这一带存在一个自流斜坡……”。以后,在 40 年代,他又在“首都井水之供给”的论文中做了进一步的论述。直到今天,许多打井实践证明他的论断是正确的。

此外,傅健曾作过西安市地下水调查,调查报告《陕西西安市的地下水》刊于 1935 年的《陕西水利月刊》第 3 卷第 5 期及《水利月刊》第 23 ~ 24 期上。梁文郁作过兰州地下水调查,1948 年写了《兰州附近水源地质之研究》但未公开发表。

1933 年,朱庭佑、王钰、马振图、吴燕生等曾在江西南昌附近及河南北部进行农田灌溉用水的地下水调查,从 1933 年 9 月开始历时 2 个月,出版了地下水研究报告二册。由朱庭佑、王钰、吴燕生、马振图编写的《江西南昌附近的地下水》于 1934 年刊行,由朱庭佑、王钰、马振图编写的《河南安阳、林县、淇县、浚县一带地下水》于 1935 年刊行。此外,李书田于《水利月刊》第 7 卷第 4 期上发表《河北省开发自流井灌田之调查研究》。

关于泉水和温泉之研究,则要更早。章鸿钊的《中国温泉之分布和地质构造之关系》于 1926 年提交给在东京召开的第三次泛太平洋学术会议,并于 1934 年刊于《地理学报》第 2 卷第 3 期上,《中国温泉辑要》于 1926 年写成,1956 年出版。陈炎冰的《中国温泉考》于 1940 年出版。王调馨、林文聪的“中国福州温泉水之分析及研究”,1940 年在美国《科学》杂志第 238 卷第 11 期上发表。方鸿慈曾在《地质论评》上发表《华北涌泉概况》和《济南地下水调查及其涌泉机构之判断》,对于华北之泉水,尤其泉城济南的泉水作了较详细的调查和研究。

总的说来,1949 年以前我国地下水的开发和研究虽然做了不少工作,但多是分散的、零星的,与国际上存在一定的差距。

(二) 1950 年以后

1950 年以后,我国的地下水勘察和开发,以及地下水水文学

和水文地质学进入了大发展时期。尤其是大规模经济建设开始以后,各个方面对地下水水源的需求量大量增加。中央各部门如地质部、水利部、建设部、冶金部、机械部等,都建有地下水勘察队伍和研究机构,从事地下水工作,地质部在北京、上海、西安、包头四个重点城市,进行系统的城市供水的地下水勘察工作。1958年地质部还在全国各省、区都成立了水文地质大队,从事本省、区范围内的地下水勘察工作,于是地下水的勘探和开发在全国范围内全面展开。

从50年代初直到60年代初期,当时在科学上和体制上全面学习苏联。在学术思想上有两个问题:一是强调地下水研究的地质方向,而忽视地下水是水循环的一部分。二是地下水计算只用稳定流理论,非稳定流理论在国外已发展了20年,在欧美已成为常用方法,而我们对它还不了解。

1965年,首先从河北省开始开展了全国性的群众性的井灌运动。农民利用大锅锥等工具在平原区打机井,进行灌溉,由水利部门给予补贴,以后井灌在全国蓬勃发展,地下水被大量开发。如果说在50年代我国地下水处于开发早期,还是以找水为主,地下水研究的地质方向和以稳定流理论进行计算矛盾还不大的话,到了此时就有问题了。在有些条件下地下水不可能达到稳定流,在有些情况下,如果不考虑地下水和大气水、地面水的交换和转化,即把地下水放在整个水循环内,不可能正确求得地下水资源。因此,在60年代晚期以后,地下水的非稳定理论,把地下水放在整个水循环系统进行系统分析等等,逐渐进入地下水领域。

70年代中期,地下水的数值计算在我国也逐渐开展起来。见到国际上用有限单元法和有限差分的ADI法进行地下水计算的正式文献是1968年,我们在起步上晚一些。到20世纪末,我国已能用有限单元法、有限差分法、边界单元法、有限分析法、特征有限元法等数值方法解决地下水问题,能独立编制计算程序,和国际上

的差距并不大。

关于地下水污染的研究,我国在 80 年代也已经开展。但由于经费不足,和国际上存在一定的差距。特别是被污染地下水的修复技术的研究,尤其是微生物修复技术以及污染物运移的随机数学模型的研究,我国刚起步不久,和国际上存在较大的差距。

第四节 21 世纪地下水水文学的展望

展望 21 世纪,地下水水文学可能在如下领域得到发展。

1. 关于全球地下水资源的变化

地下水是水循环的一个环节,地下水资源是总水资源的一部分。由于人类活动的影响以及地质变化,全球的水循环状况,大气降水和地表水的数量、质量和分布状况都将发生全球变化,作为大气降水和地表水密切联系的地下水资源也将发生相应的变化。如何了解和预测这种全球变化,趋利避害,正是我们所要求的。估计 21 世纪对于地下水全球变化的研究将取得进展。

2. 关于地下水随机数学模型的研究

关于地下水运动和地下水中溶质运移的随机微分方程和随机数学模型的研究,是目前国际上研究的热点,目前刚步入实用阶段。现在这方面的学术论文在国际上著名的地下水学术刊物中占有相当大的比例,估计 21 世纪将取得较大的进展,并且取得广泛的实际应用。

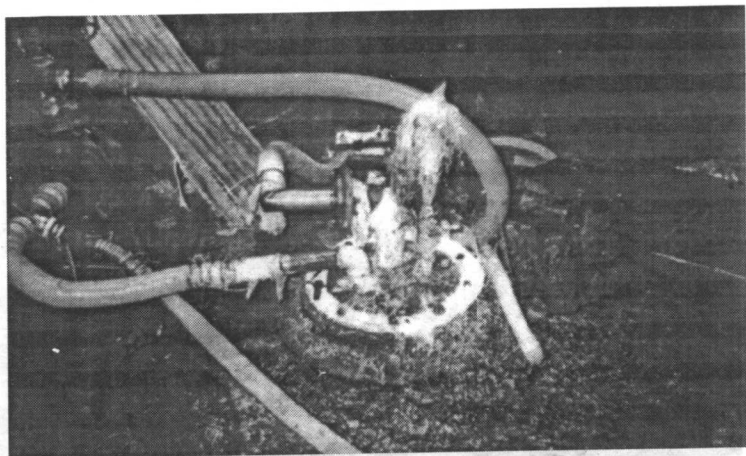
3. 关于地下水污染的机制、预测方法和修复技术的研究

多孔介质中地下水污染的机制和预测方法在 20 世纪 80 ~ 90 年代取得较大的进展,但裂隙水和喀斯特水中的污染机制,还研究得不够,数值模拟方法也只是采用等价多孔介质的方法,也没有取得突破。估计 21 世纪会取得较大的进展。关于修复技术的研究,近年来发现用微生物技术修复被污染的地下水,尤其是被有机污

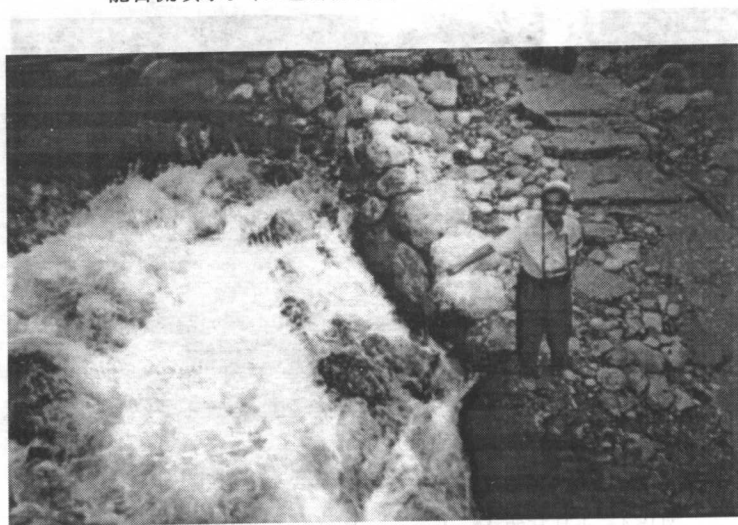
染的地下水,可取得较好的效果,估计今后还会取得进展。

4. 关于地下水与环境 and 生态关系的研究

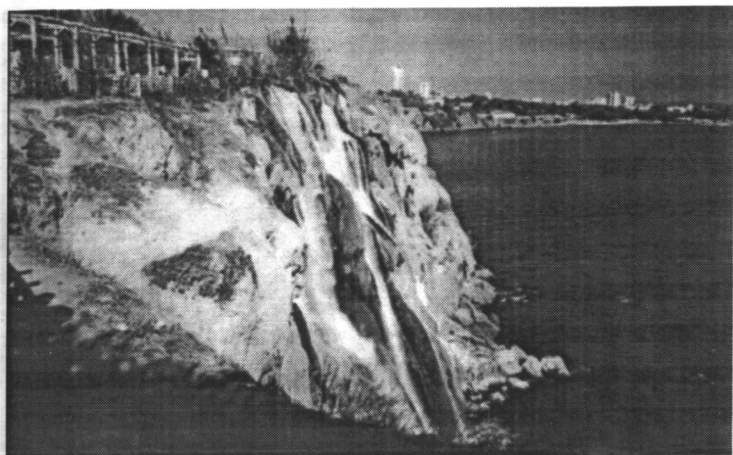
自从 1992 年巴西里约热内卢的世界环境与发展会议以来,全世界都重视保护环境与生态。地下水本身就是环境的一个组成部分,而一定的环境和生态是与一定的地下水位、一定的泉水流量或地下水向河湖的排泄量、一定的地下水水质相联系的。地下水开发以后,即使不是过量开采,也可能引起地下水位、地下水排泄量的变化,这对当地的生态会造成什么影响,当地的环境会向什么方向变化,这些都是很重要的问题。以前这方面的研究不太多,估计 21 世纪会加强这一领域的研究。



图片1 徐州市张集镇观音矿泉水厂的自流井。在水泵抽水情况下仍能自流喷水。(红色部分为井口,开一小口喷水)



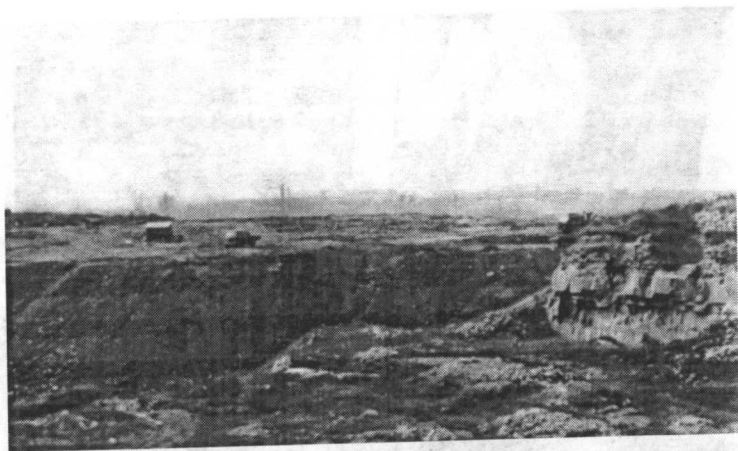
图片2 土耳其 Saklipinar 岩溶泉(流量约 $10\text{m}^3/\text{sec}$)



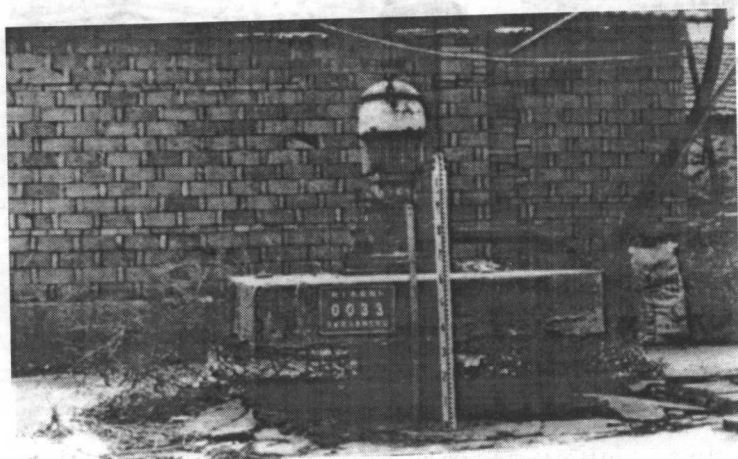
图片3 土耳其 Antalya 岩溶泉在海岸形成的瀑布



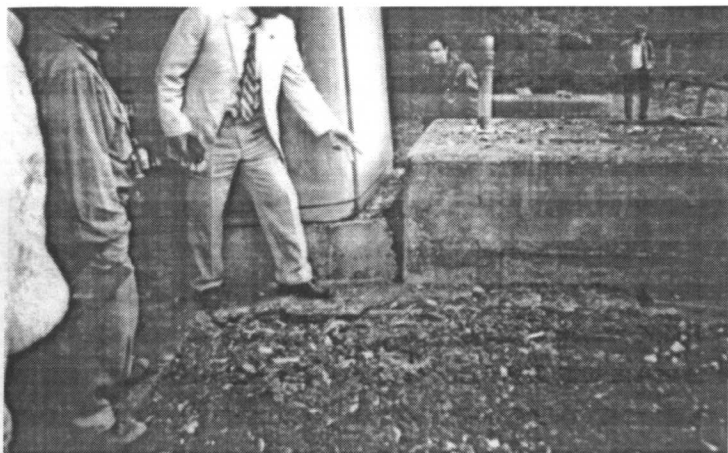
图片4 土耳其的 Azmak spring, 是 Gokova 海湾的海岸断层泉



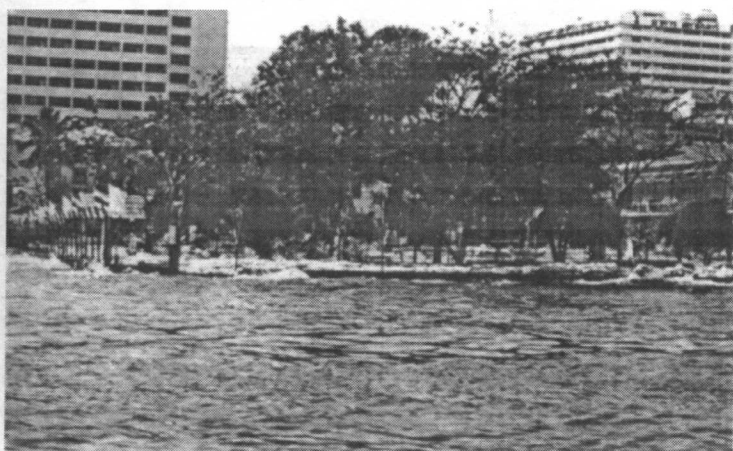
图片 5 山东博山的阿峪垃圾堆,堆在石灰岩的山谷中,渗滤液下渗到裂隙岩溶含水层中,造成下游的良庄水源报废



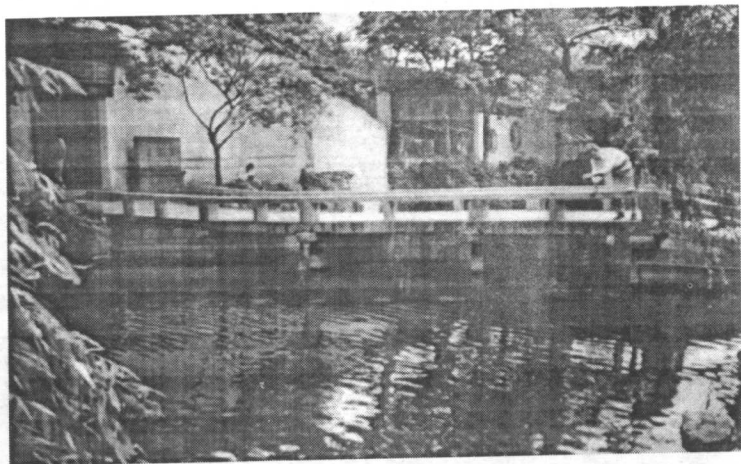
图片 6 江苏张家港市因地面沉降造成井台悬空



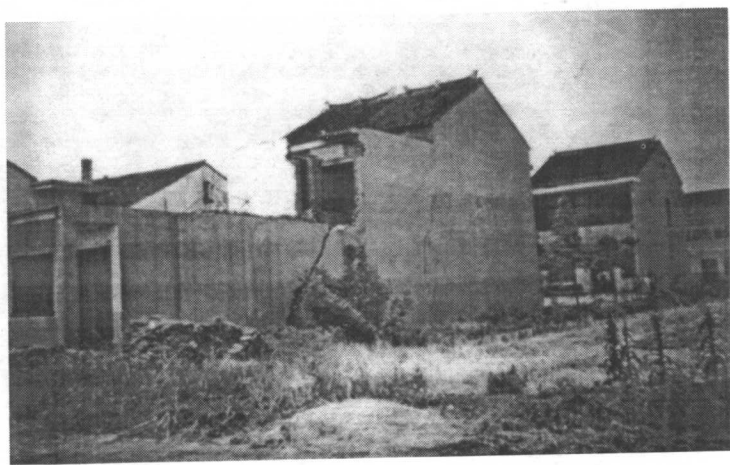
图片 7 英国诺福克县一个水井因为地面沉降造成井台破坏



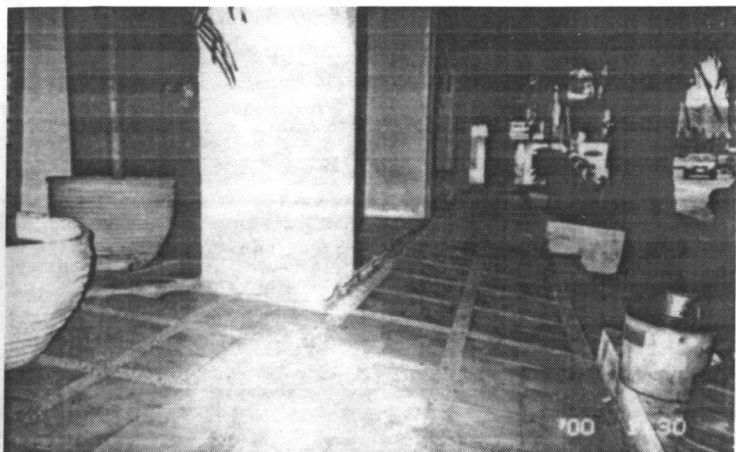
图片 8 泰国曼谷的湄南河沿岸, 由于地面沉降地面低于河水面, 用砂袋防水



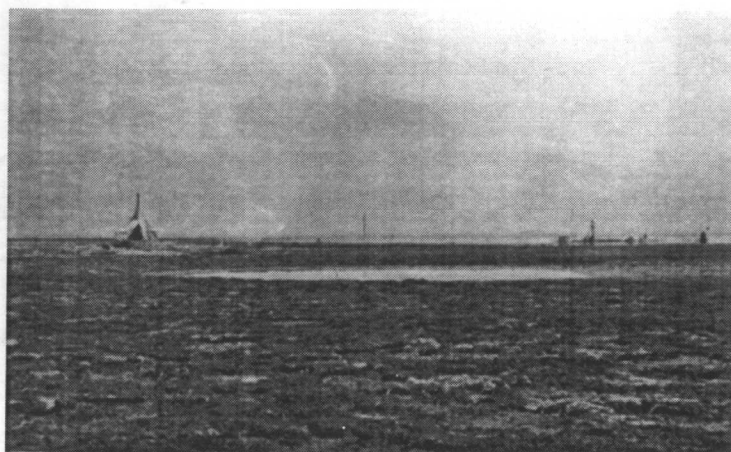
图片9 苏州沧浪亭外小桥,50年代可通航乌篷船,由于地面沉降,桥梁随之下沉,目前桥梁净空不足一米



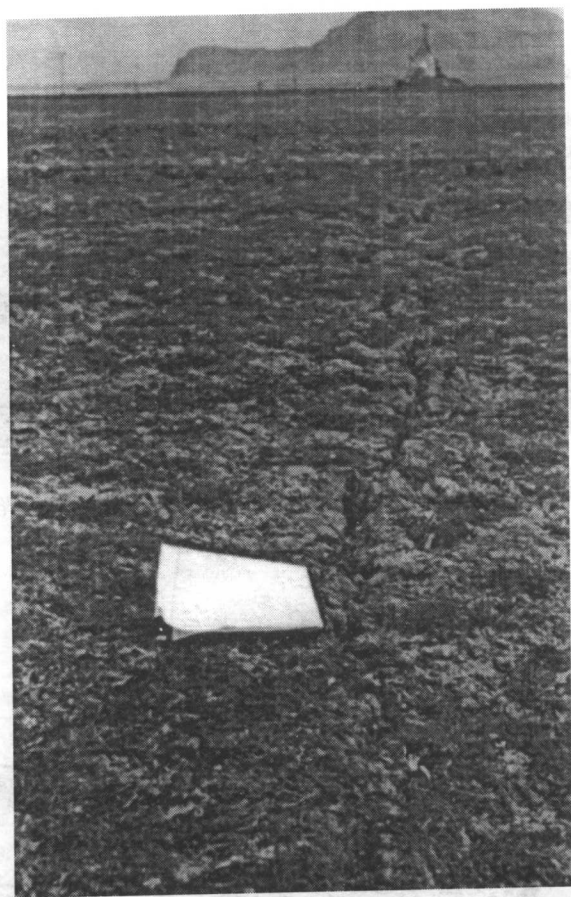
图片10 无锡市毛村园村的一栋民房,房未建好就因为地面沉降而开裂



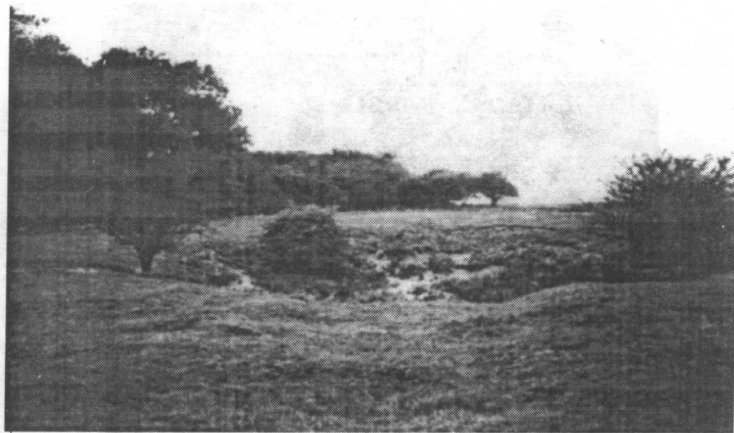
图片 11 泰国曼谷国王酒店附近,由于地面沉降造成人行道向马路倾斜,并且在和建筑物的结合部开裂(因为高层建筑支撑在桩基上,沉降小)



图片 13 由于江西城门山铜矿在岩溶含水层中进行抽水试验,在赛湖湖底形成的椭圆形塌陷,积水成为水塘



图片 12 江西城门山铜矿抽水试验时在第四系湖相沉积层中形成的地裂缝(白纸用作比例尺)



图片 14 英国诺福克县在白垩含水层中抽水造成的地面塌陷



图片 15 英国诺福克县某处的沼泽地,由于 1997 年干旱,地下水位降低使沼泽干枯。沼泽边沿上的喜水植物枯死,呈现一片枯黄。仅水塘底部因植物根部仍能到达地下水,依然绿色

主要参考文献

- [1]王大纯,张人权,史毅虹,许绍倬. 水文地质学基础. 北京:地质出版社, 1990
- [2]王景明. 论西安地裂缝. 地震地质,1989,11(3)
- [3]王洪涛,王恩志,李士雄. 唐山市岩溶地面塌陷成因机制与叠置分析方法. 中国岩溶,1996,15(4):311~318
- [4]王国强. 隐伏岩溶地面塌陷的探讨. 水文地质工程地质,(3):50~51, 1993
- [5]王强光,黄传茂. 石录铜矿地面塌陷的基本特征及其防治. 水文地质工程地质,(6):21~24,1986
- [6]史栾生,陈敬德. 广花盆地地面塌陷成因与防治. 中国岩溶,15(3):278~283,1996
- [7]中华人民共和国国家标准:供水水文地质勘察规范 GBJ 27-88. 1988年10月1日施行
- [8]中华人民共和国地质矿产部标准:城镇及工矿供水水文地质勘察规范 DZ 44-86. 1987年1月1日实施
- [9]中华人民共和国国家标准:地下水资源分类分级标准 GB 15218-94. 1995年8月1日实施
- [10]石振华,李传尧主编. 城市地下水工程与管理手册. 北京:中国建筑工业出版社,1993
- [11]贝尔 J. 多孔介质流体动力学. 李竟生,陈崇希译,孙纳正校. 北京:中国建筑工业出版社,1983
- [12]贝尔(J. Bear). 地下水水力学. 北京:地质出版社,1985
- [13]卢王东,张陵军. 广西来宾小平阳岩溶地裂缝研究. 中国岩溶,16(3), 244~249,1997

- [14]田级生. 都江水源岩溶地面塌陷. 水文地质工程地质, 19(4):52~54, 1992
- [15]刘嘉平. 岩溶区地面塌陷成因的新解析. 水文地质工程地质, 18(6):29~32, 1991
- [16]刘春平. 地下水系统规划与管理优化模型. 长沙:中南工业大学出版社, 1995
- [17]刘建立, 朱学愚, 陈余道. 山东淄博市地下水资源评价及开发利用研究. 高校地质学报, 5(2):211~220, 1999
- [18]刘志云, 林玉山. 峰林平原岩溶塌陷特征与抽水诱发塌陷的预防. 中国岩溶, 15(3):269~277, 1996
- [19]朱远峰. 中国岩溶水系统和岩溶水资源研究进展. 见:地矿部环境地质研究所主编, 工程地质. 水文地质. 环境地质论文集. 北京:地震出版社, 194~199, 1993
- [20]朱锦旗, 朱兴贤. 江阴市河塘镇地裂缝灾害成因分析及防治对策. 水文地质工程地质, 25(4):14~15, 1998
- [21]朱淑莲, 张家明. 试论西安地裂缝的属性. 地震地质, 8(3), 1986
- [22]朱学愚, 钱孝星, 刘新仁. 地下水资源评价. 南京:南京大学出版社, 1987
- [23]朱学愚, 谢春红. 地下水运移模型. 北京:中国建筑工业出版社, 1990
- [24]朱学愚, 钱孝星. 非稳定流抽水实验确定潜水含水层给水度的初步探讨. 水文地质工程地质, (10):38~46, 1979
- [25]朱学愚, 钱孝星. 关于地下水资源评价中采用的给水度数值的讨论. 工程勘察, (1):30~33, 1981
- [26]朱学愚, 钱孝星, 朱国荣. 用数值法评价地下水资源时对水文地质勘察工作的要求. 工程勘察, (3):6~9, 1981
- [27]朱学愚. 非稳定流抽水实验确定潜水含水层给水度的几个问题. 地下水资源评价的理论与方法研究. 北京:地质出版社, 241~244, 1982
- [28]朱学愚, 钱孝星, 张幼宽, 宋冠川. 基岩山区降水入渗补给量的确定方法. 工程勘察, (3):25~30, 1982
- [29]朱学愚, 仰步雨, 朱国荣等. 湖南斗笠山煤矿裂隙岩溶水涌水量的计算. 中国岩溶, 2(2):89~106, 1983
- [30]朱学愚, 林风勋, 魏学成, 戴水汉. 苏南核电站的主要水文地质问题. 南

京大学学报(工程地质专辑),1984

- [31] 朱学愚,朱国荣. 复杂的裂隙岩溶水矿井延伸涌水量计算. 第二届工程勘察学术交流会议论文选集. 北京:中国建筑工业出版社,299~307,1984
- [32] 朱学愚. 博山城区地下水资源评价和管理对策. 南京大学学报(自然科学),22(3):489~497,1986
- [33] 朱学愚,谢春红. 边界元法在计算地下水稳定水位和流量中的应用. 南京大学学报(自然科学),23(1):64~78,1987
- [34] 朱学愚,谢春红,邹泽远. 承压含水层中地下水向井群非稳定流动的边界元分析. 地质学报,63(3):265~272,1989
- [35] 朱学愚,邹泽远. 井群系统非稳定流的边界元计算方法. 第三届工程勘察学术交流会议论文选集. 北京:中国建筑工业出版社,246~257,1988
- [36] 朱学愚. 越流含水层中非稳定井流的边界元分析. 工程勘察,(1):25~30,1991
- [37] 朱学愚,朱国荣,王和平,冷广修. 大同市地下水资源数值管理模型. 我国水资源危机与出路. 北京:兵器工业出版社,103~113,1991
- [38] 朱学愚,张志辉,朱国荣. 时间差分边界元法反求水文地质参数的研究. 南京大学学报(自然科学)28(2):284~295,1992
- [39] 朱学愚,冯绍元. 用改进的特征有限元法确定抽水(注水)时的弥散系数. 水动力学研究与进展 A 辑,7(2):206~211,1992
- [40] 朱学愚,朱国荣,吴春寅,王和平,高明. 山东临淄地区喀斯特裂隙水资源的管理模型. 地理学报,49(3):247~257,1994
- [41] 朱学愚,孙克让. 佳木斯市地下水水质模型. 水科学进展,5(1):40~49,1994
- [42] 朱学愚,谢春红,钱孝星. 非饱和流动问题的 SUPG 有限元数值解法. 水利学报,6,37~42,1994
- [43] 朱学愚,徐绍辉,吴春寅,朱国荣,孙克让. 城门山铜矿地下水数值模型和疏干预测. 南京大学学报(自然科学版),31(1):109~120,1995
- [44] 朱学愚,徐绍辉,吴春寅,孙克让. 江西城门山铜矿裂隙喀斯特水的充水条件和疏干预测. 中国岩溶,14(2):101~112,1995
- [45] 朱学愚,徐绍辉,吴春寅,周念清. 山东博山地下水污染的数学模拟. 环

- 境科学学报, 16(1), 2~12, 1996
- [46] 朱学愚, 吴春寅, 周念清, 徐绍辉. 山东博山地下水污染研究. 地质论评, 42(3): 278~284, 1996
- [47] 朱学愚, 徐绍辉, 高俊合, 顾宏群. 江苏新沂市越流含水层的地下水资源评价. 自然资源学报, 10(2), 115~126, 1995
- [48] 朱学愚, 谢春红, 钱孝星. 用解析解计算二维问题的弥散系数. 水利学报, 1997 增刊, 57~63, 1997
- [49] 朱学愚, 徐绍辉, 司进峰. 示踪试验在淄博裂隙岩溶水污染治理中的应用. 中国岩溶, 16(2), 131~137, 1997
- [50] 朱学愚, 朱国荣, 司进峰, 钱孝星, 李淑杰. 山东黑旺铁矿裂隙岩溶水供排结合的多种数学模型研究. 中国岩溶, 16(3), 209~220, 1997
- [51] 朱学愚, 钱孝星. 中国东部若干城市地下水的合理开发和保护. 水利学报, (11): 20~27, 1997
- [52] 朱学愚, 孙克让. 关于潜水含水层的二维(平面)的溶质运移方程. 水科学进展, 8(4), 392~394, 1997
- [53] 朱学愚, 钱孝星. 地下水环境影响评价的工作要点. 水资源保护, (4), 48~53, 1998
- [54] 朱蓉, 朱学愚. 江苏苏锡常地区地下水开采出现的问题及对策研究. 高校地质学报, 5(2), 221~227, 1999
- [55] 陈崇希, 唐仲华. 地下水流动问题数值方法. 武汉: 中国地质大学出版社, 1990
- [56] 陈雨孙. 地下水运动与资源评价. 北京: 中国建筑工业出版社, 1986
- [57] 陈江中. 地下水资源系统分析. 徐州: 中国矿业大学出版社, 1992
- [58] 陈天生. 山东地区岩溶塌陷预测及防治对策. 水文地质工程地质, 19(30): 45~48, 1992
- [59] 陈余道, 朱学愚, 武三三. 淄博临淄地区地下水源地石油烃污染特征. 中国岩溶, 16(1), 35~40, 1997
- [60] 陈余道, 朱学愚, 刘建立. 淄博市大武水源地地下水的归宿与治理建议. 科学通报, (1): 81~85, 1998
- [61] 陈余道, 朱学愚, 刘建立, 徐绍辉. 淄博市乙烯厂厂区包气带中石油物质的分布特征及归宿. 南京大学学报(自然科学版), 34(3), 371~375,

1998

- [62] 陈余道, 朱学愚, 朱学顺. 淄博市大武水源地地下水流场演变及其影响因素. 水文地质工程地质, 26(3), 32~33, 1999
- [63] 沈树荣, 王仰之, 李鄂荣. 水文地质史话·札记. 北京: 地质出版社, 1985
- [64] 沈树荣. 上古时代有关地下水和水旱灾害的传说. 水文地质工程地质, 6(2): 58~60, 1979
- [65] 沈树荣. 从考古材料看上古时代对地下水的认识和利用. 水文地质工程地质, 6(4): 59~62, 6(5): 96~99, 1979
- [66] 李剑, 谭鉴益. 桂林岩溶地面塌陷的探讨及预测尝试. 水文地质工程地质, (6): 18~20, 1986
- [67] 李清来. 帷幕注浆堵水在红卫岩溶充水铜铁矿床防治地面塌陷中的应用. 中国岩溶, 16(4): 403~412, 1997
- [68] 吴春寅, 曹锋. 山东枣庄市十里泉、丁王庄一带地面塌陷的成因及防治对策. 水文地质工程地质, (5): 27~29, 1998
- [69] 吴剑锋, 朱学愚, 费光灿. 口泉沟南水源地环境同位素研究和水资源评价. 煤田地质与勘探, 25(3), 35~39, 1997
- [70] 吴剑锋, 朱学愚, 陈余道, 刘建立. 山东高青平原区浅层地下水资源合理开发利用. 地理学报, 53(增刊), 167~174, 1998
- [71] 吴剑锋, 朱学愚, 刘建立. 基于遗传算法的模拟退火罚函数方法求解地下水管理模型. 中国科学(E辑)29(5), 474~480, 1999
- [72] 苏维词. 贵州主要城市的岩溶塌陷灾害及其防治. 水文地质工程地质, (3): 40~42, 1998
- [73] 周治国. 湖南娄底地区岩溶塌陷特征及防治探讨. 水文地质工程地质, 26(3): 18~20, 1993
- [74] 周志芳, 朱学愚, 李艳. 岩体渗透系数张量的半解析计算. 水利学报, 1997(9), 6~11, 1997
- [75] 周志芳, 朱学愚. 新安江水电站三坝段扬压力异常机理分析. 岩土工程学报, 20(4), 54~57, 1998
- [76] 周志芳, 朱学愚. 确定岩体渗透系数的结构面反演法. 南京大学学报(自然科学版), (3), 316~322, 1999

- [77] 邹成杰主编. 水利水电岩溶工程地质. 北京: 水利水电出版社, 1994
- [78] 邹泽远, 朱学愚, 李珍. 越流含水层井群系统地下水流的边界元数值模拟. 水科学进展, 3(1): 1~7, 1992
- [79] 供水水文地质手册编写组. 供水水文地质手册第三册: 地下水资源评价. 北京: 地质出版社, 1983
- [80] 易学发, 苏刚, 王卫东等. 西安地裂缝带的基本特征与形成机制. 地震地质, 19(4), 1997
- [81] 林永健. 岩溶地区地面塌陷问题. 工程勘察, (3): 42~44, 1996
- [82] 林宋元. 隐伏岩溶地面塌陷对工程建筑物影响实例综述. 水文地质工程地质, 14(1): 6~9, 1987
- [83] 施成熙, 粟宗嵩主编, 曹万金副主编. 农业水文学. 北京: 农业出版社, 1984
- [84] 欧维奇尼柯夫 阿. 麦. 普通水文地质学. 北京: 煤炭工业出版社, 1956
- [85] 钱孝星. 岩溶地下水运动与计算的若干问题讨论. 南京: 水利水电科技进展, 18(4): 18~22, 1998
- [86] 钱孝星主编. 水文地质计算. 北京: 水利水电出版社, 1995
- [87] 钱孝星, 朱学愚, 曹万金, 刘新仁. 地下水资源评价中降雨下渗补给量的确定. 地下水资源评价的理论与方法研究. 北京: 地质出版社, 255~259, 1982
- [88] 钱孝星, 朱学愚. 多元回归分析方法在地下水资源预报和管理中的应用. 应用概率统计学术讨论会论文集, 166~171, 1985
- [89] 钱家忠, 朱学愚, 吴剑锋. 矿井涌水量的灰色马尔可夫预报模型. 煤炭学报, 25(1), 71~75, 2000
- [90] 钱家忠, 朱学愚, 孙铎根. 地下水代谢与水资源保护. 工程勘察 (4), 26~28, 2000
- [91] 罗焕炎, 陈雨孙. 地下水运动的数值模拟. 北京: 中国建筑工业出版社, 1988
- [92] 金士博 (W. Kinzelbach) 著. 水环境数学模型. 北京: 中国建筑工业出版社, 1987
- [93] 胡宗汉. 唐山市东矿区地面塌陷形成机制及其防治. 水文地质工程地质, (4): 34~36, 1991

- [94]段永侯,罗元华,柳源等. 中国地质灾害. 北京:中国建筑工业出版社, 1993
- [95]殷昌平,孙定芳,金良玉等. 地下水水源地勘察与评价. 北京:地质出版社,1993
- [96]姚汝祥,廖松,张超等. 水资源系统分析和应用. 北京:清华大学出版社,1987
- [97]修保琨. 地裂缝的成因、几何形态与空间分布. 水文地质工程地质, (3):43~45,1993
- [98]郭殿全,刘连喜. 武昌陆家街地面塌陷成因机理分析. 工程勘察,(6): 11~13,1990
- [99]徐卫国,赵桂荣. 真空吸蚀作用引起的塌陷实例. 水文地质工程地质, 15(3):50~51,1988
- [100]徐绍辉,朱学愚,朱国荣. 二维潜水运动方程的分裂解法. 应用数学和力学,17(11),989~996,1996
- [101]徐绍辉,朱学愚,朱国荣. 解溶质运移问题的拟谱方法. 水利学报,(增刊):217~221,1997
- [102]徐绍辉,朱学愚. 地下水石油污染治理的水力截获技术及数值模拟. 水利学报,(1):71~76,1999
- [103]章至洁,韩保平,张月华. 水文地质学基础. 徐州:中国矿业大学出版社,1995
- [104]康彦仁. 论岩溶塌陷形成的致塌模式. 水文地质工程地质,19(4),32~34,1992
- [105]普洛特尼柯夫. 供水用地下水储量分类及其计算法. 北京:地质出版社,1959
- [106]曹锋,吴春寅. 枣庄地区岩溶地面塌陷成因与防治. 中国岩溶,17(2): 104~109,1998
- [107]程裕淇,陈梦熊主编. 前地质调查所(1916~1950)的历史回顾. 北京:地质出版社,1996
- [108]杨成田主编. 专门水文地质学. 北京:地质出版社,1981
- [109]杨悦所,林学钰. 实用地下水管理模型. 长春:东北师范大学出版社, 1992

- [110] Rolando Bravo(美), A. Rivera(法)等著. 地质矿产部地质环境管理组织翻译. 地面沉降——第四届地面沉降国际讨论会译文选集. 北京:地震出版社,1994
- [111] 谢春红,朱学愚. 用边界元法计算地下水流时“节点多值法”在处理奇点中的应用. 岩土工程学报,9(2):29~38,1987
- [112] 谢春红,朱学愚. 越流含水层中稳定井流的边界单元法. 工程勘察,(2):29~33,1988
- [113] 谢春红,朱学愚,黄卫华,陈富国. 徐州某水源地的裂隙岩溶水资源评价. 中国岩溶,7(3):265~272,1988
- [114] 唐红霞,朱学愚. 复杂丘陵山区的地下水资源评价和开发利用规划. 南京大学学报(自然科学版),34(6),677~684,1998
- [115] 薛禹群,谢春红,吴吉春等. 海水入侵咸淡水界面运移规律研究. 南京:南京大学出版社,1991
- [116] 薛禹群主编. 地下水动力学(第二版). 北京:地质出版社,1997
- [117] 薛禹群,朱学愚. 地下水动力学. 北京:地质出版社,1979
- [118] 薛禹群,谢春红. 水文地质学的数值法. 北京:煤炭工业出版社,1980
- [119] Bowen Robert. Groundwater (the Second Edition). London and New York: Elsevier Applied Science Publishers, 1986
- [120] Bear, J., Dynamics of Fluids in Porous Media. New York: American Elsevier Publishing Company, Inc. 1972
- [121] Brown, C. E.. Applied Multivariate Statistics in Geohydrology and Related Sciences. Berlin: Springer,1998
- [122] Buras, N. (Editor) Reflections on Hydrology. Washington D. C.: American Geophysical Union,1997
- [123] Clark, I. and P. Fritz. Environmental Isotopes in Hydrogeology. New York: Lewis Publishers,1997
- [124] Dagan, G. and S. P. Neuman (editors). Subsurface Flow and Transport: A Stochastic Approach. Cambridge: Cambridge University Press,1997
- [125] Downing, R. A. and W. B. Wilkinson (Editors). Applied Groundwater Hydrology. Oxford: Clarendon Press,1991
- [126] Domenico, P. A. and F. W. Schwartz. Physical and Chemical Hydrogeol-

- ogy. (Second edition). New York: John Wiley & Sons, Inc. 1997
- [127] Freeze, R. A. and J. A. Cherry. Groundwater. Englewood Cliffs: Prentice-Hall Inc. 1979
- [128] Fetter, C. W.. Applied Hydrogeology. Columbus: Charles E. Merrill Publishing Company and A Bell & Howell Company, 1980
- [129] Fetter, C. W.. Contaminant Hydrogeology. New York: Macmillan Publishing Company, 1993
- [130] Findikakis, A. N. (Theme editor). Groundwater: An Endangered Resources (proceedings of Theme C, The 27th congress of IAHR). New York: ASCE, 1997
- [131] Fried, J. J. , Groundwater Pollution. Amsterdam: Elsevier, 1975
- [132] Gibert, J. , D. L. Danielopol and J. A. Stanford (editors). Groundwater Ecology. San Diego: Academic Press, 1994
- [133] Huyakorn, P. S. and G. F. Pinder. Computational Methods in Subsurface Flow. New York: Academic Press, 1983
- [134] Jones J. , R. Willis and W. W - G. Yeh. Optimal control of nonlinear groundwater hydraulics using differential dynamic programming. Water Resources Research. 23(11):2097 ~ 2106, 1987
- [135] Kitching, R. and T. R. Shearer. Modeling of Subsidence due to Groundwater Extraction. Nottingham: British Geological Survey, 1995
- [136] Kaye, B. H. , A Random Walk Through Fractal Dimensions. Weinheim: VCH, 1989
- [137] Kitanidis, P. K.. Introduction to Geostatistics (Application in Hydrogeology). Cambridge: Cambridge University Press, 1997
- [138] Li Guanghe et al. In-situ remediation technologies on polluted groundwater. Groundwater in the Urban Environment (Edited by John Chilton et al) vol. 1. Rotterdam: A. A. Balkema, pp.411 ~ 416, 1997
- [139] Mazor, E.. Chemical and Isotopic Groundwater Hydrology - The Applied Approach (second edition, revised and expanded). New York: Marcel Dekker Inc. , 1997
- [140] McDonald, M. G. and A. W. Harbaugh. A Modular Three - Dimensional

- Finite - Difference Groundwater Flow Model. Reston , Virginia: The United States Geological Survey, 1988
- [141] Missimer, T. M. Water Supply Development for Membrane Water Treatment Facilities. Boca Raton: Lewis Publishers, 1994
- [142] Missimer, T. M. . Environmental Liability Management. Boca Raton: Lewis Publishers, 1996
- [143] Pinder, G. F. and E. O. Frind. Application of Galerkin's procedure to aquifer analysis, Water Resources Research, vol. 8, No. 1, 1972
- [144] Phillips, O. M. , Flow and Reaction in Permeable Rocks. Cambridge: Cambridge University Press, 1991
- [145] Qian Xiaoxing and Zhu Xueyu: On the hydrogeological characters of bedrock small islands in East China, Nanjing: Chinese IHP, pp. 87 ~ 94, 1988
- [146] Sen Z. Applied Hydrogeology for Scientists and Engineers. Boca Raton: Lewis Publishers, 1997
- [147] Shibasaki, T. (Editor). Environmental Management of Groundwater Basins. Tokyo: Tokai University Press, 1995
- [148] Sun Kerang, Zhu Xueyu and Tao Qingfa: Study on the phenol pollution in a well field in Jiamusi City, Groundwater and Environment, Beijing: Seismological Press, pp. 407 ~ 413, 1992
- [149] Sun Kerang, Xueyu Zhu, Shaohui Xu, Modeling of groundwater quantity and quality in Jiamusi City, China. Preprints of papers of IAH, , 2(14), 691 ~ 694, 1994
- [150] UNEP, UNESCO: The Impact of Large Water Projects on the Environment. Paris: UNESCO, 1990
- [151] U. S. National Report 1991 ~ 1994: Contributions in Hydrology . Washington D. C. : American Geophysical Union, 1995
- [152] Willis, R. and W. W - G. Yeh. Groundwater Systems Planning & Management. New Jersey: Prentice - Hall Inc. , 1987
- [153] Walton, W. C. , Designing Groundwater Models with WINDOWS. Boca Raton: Lewis publishers, 1995
- [154] Wang, H. F. and M. P. Anderson: Introduction to Groundwater Model-

- ing. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1982
- [155] Wu Jianfeng , Zhu Xueyu and Liu Jianli. Using genetic algorithm based simulated Annealing penalty function to solve groundwater management model. SCIENCE IN CHINA (Series E) , 42 (5) , 521 ~ 529 , 1999
- [156] Xie Chunhong and Zhu Xueyu: The boundary element method (Green function solution) for unsteady flow to a well system in a confined aquifer, Developments in Water Science 35, UK: Computational Mechanics Publications, pp. 69 ~ 76, 1988
- [157] Xie Chunhong, Zhu Xueyu, Huang Weihua and Chen Guofu: Fissure – karst water resource evaluation in a well field near Xuzhou, Karst Hydrogeology and Karst Environment Protection, Beijing: Geological Publications, pp. 682 ~ 690, 1988
- [158] Xie Chun – hong and Xue – yu Zhu: The boundary element method of steady flow to a well system in a leaky aquifer, HYDROSOFT, Vol. 3, No. 2, pp. 65 ~ 68 , 1990
- [159] Xie Chunhong , Zhu Xueyu and Jiao Chaoying: A new boundary element solution for the 2 – dimensional advective – dispersive problem, Modeling in Groundwater Resources, NanJing University Press, pp. 209 ~ 212, 1991
- [160] Xie C. – H. and X. – Y. Zhu: Numerical solution of SUPG finite element method for unsaturated flow, Numerical Methods in Water Resources, Southampton: Computational Mechanics Publications and Elsevier, pp. 229 ~ 236 , 1992
- [161] Xu Shaohui and Zhu Xueyu: A numerical modeling and countermeasure to groundwater level falling constantly in Dawu Well Field of Zibo City, Groundwater and Environment, Beijing: Seismological Press, pp. 160 ~ 164, 1992
- [162] Xu Shaohui, Zhu xueyu, Zhu Guorong, Splitting mthod for two – dimensional phreatic flow equation. Applied Mathematics and mechanics, 17 (11): 1051 ~ 1058, 1996
- [163] Yeh W. W – G. . Reservoir management and operation model: A state – of – the – art review. Water Resources Research, 21 (12) : pp: 1797 ~ 1818,

1985

- [164] Zheng, C. and G. D. Bennett, Applied Contaminant Transport Modeling. New York: Van Nostrand Reinhold, 1995
- [165] Zhu Xueyu; Evaluation of the safe yield and management programs of groundwater resources in the urban district of Boshan city, The Role of Geology in Urban Development, Hong Kong: Geological Society of Hong Kong, pp. 573 ~ 580, 1987
- [166] Zhu Xueyu and Qian Xiaoxing; Types of groundwater supply and environmental hydrogeologic problems in urban development in the Southeast of China, The Role of Geology in Urban Development, Hong Kong: Geological Society of Hong Kong, pp. 581 ~ 587, 1987
- [167] Zhu Xue - Yu and Chun - Hong Xie; A method of finite elements combined with a characteristics technique for solving 2 - D contaminant transport in an aquifer, Contaminant Transport in Groundwater, Rotterdam: A. A. BALKE-MA, pp. 327 ~ 331, 1989
- [168] Zhu Xueyu, Xie Chunhong and Zou Zeyuan; Boundary element analysis (Laplace Transform solution) of groundwater unsteady flow to a multiple well system in a confined aquifer, ACTA GEOLOGICA SINICA, Vol. 3. No. 1, pp. 93 ~ 99, 1990
- [169] Zhu Xue - Yu, Guo - Rong Zhu, Yi - Huai Liu and Xu - Yun Xie; Modeling of karst - fracture groundwater resource in Xindian area, China, Memories of the 22nd Congress of IAH, Lausanne: GEOLEP, pp. 56 ~ 65, 1990
- [170] Zhu Xue - Yu, Zhi - Hui Zhang and Guo - Rong Zhu; A boundary integral procedure for inverse problem to determine parameters in the well field of Haizi Coal Mine, China, Proceedings of BEM - 12, Southampton: Computational Mechanics Publications, 1990
- [171] Zhu Xue - Yu, Guo - Rong Zhu and Chun - Hong Xie; Improvement of model parameter identification in numerical computation, Calibration and Reliability in Groundwater Modeling, Wallingford: IAHS Press, pp. 109 ~ 115, 1990
- [172] Zhu Xueyu and Feng Shaoyuan; Modeling the contaminant transport by an

- improved characteristic finite element approach, *Modeling in Groundwater Resources*, Nanjing : Nanjing University Press: pp. 261 ~ 266, 1991
- [173] Zhu Xueyu, Zhu Guorong and Wang Heping: A numerical model combined with optimization model for the groundwater management in Datong city, *Modeling in Groundwater Resources*, Nanjing: Nanjing University Press, pp. 359 ~ 364, 1991
- [174] Zhu Xue - Yu: The hydrogeological feature, modeling and management of urban groundwater supply in East China, 29th IGC Abstracts, Vol. 3, no. 3, pp. 896, 1992
- [175] Zhu Xueyu, Zhu Guorong and Wu Chunyin: Numerical model and management model of karst - fracture water in Dawn Well Field, Shandong, China, *Groundwater and Environment*, Beijing: Seismological Press, pp. 154 ~ 159, 1992
- [176] Zhu xueyu, Qian xiaoxing, Putting urban groundwater resource to rational development and protection in East China, 30th IGC Abstracts, 1053, 1996
- [177] Zhu Xue - Yu, Shao - Hui Xu, Jun - Jie Zhu, Nian - Qing Zhou, Chun - yin Wu, Study on the contamination of fracture - karst water in Boshan District, China, *Ground Water*, 35(3), 538 ~ 545, 1997
- [178] Zhu Xueyu, Qian Xiaoxing, Rational development and protection for urban groundwater resource in East China, *Proceedings, Southeast Asia Region workshop on Urban Hydrology, CNC for IAH and UNESCO*, 294 ~ 305, 1997
- [179] Zhu, X., X. Qian, Y. Chen, The characteristics of oil Contaminant migration in fracture - karst aquifer and remediation by capture - zone testing in Dawu Well field, China, *Proceedings Karst - Water Environment Symposium, Virginia Tech*, 110 ~ 117, 1997
- [180] Zhu Guorong Zhu Xueyu Wu Chunyin, The optimal management modeling of groundwater Resource in Lizi District, Zibo City, China. China Ocean Press, *Geoscience in Urban Development* 291 ~ 300, 1994
- [181] Zhu Xue - Yu, Jian - Li Liu and Xiao - Xing Qian, The influence of Zihé Stream on the groundwater in Dawu Well Field and Heiwang Iron Ore, Chi-

- na, Gambling with Groundwater—Physical, Chemical, and Biological Aspects of Aquifer – Stream Relations. Brahana et al. , (eds), pp. 629 ~ 632, 1998
- [182] Zhu Xueyu and Xu Shaohui. An attempt at control contamination by capture zone for the fracture – karst water in Dawu Well Field, Transport of Contaminants in Vadose Zone and Prevention of Groundwater Pollution, Nanjing: Southeast University Press, 98 ~ 109, 1999
- [183] Zhu X. Y. , Xu S. H. , Wu C. Y. et. al. Study on the contamination of groundwater in Boshan District, Shandong Province, China. Proceedings of SCOPE workshop on groundwater contamination in China. Beijing: Tsinghua University and Cornell University. 207 ~ 215, 1995
- [184] Zhu Xue – Yu, Guo – Rong Zhu, Xiao – Xing Qian and Xiu – Hu Cao. Development, protection and management of groundwater resources in Zibo City, China. Groundwater in the Urban Environment – Selected City Profiles (Edited by John Chilton). Rotterdam, Brookfield: A. A. Balkema. 273 ~ 280, 1999
- [185] Zhu Xue – Yu, Jian – Li Liu and Xiao – Xing Qian. The influence of Zihe Stream on the groundwater resources of the Dawu well field and on the discharge at the Heiwang iron mine, Zibo City area, Shandong Province, China. Hydrogeology Journal 7 (5), 477 ~ 482, 1999
- [186] ZHU Xueyu, LIU Jianli, ZHU Junjie, and CHEN Yudao. Characteristics of distribution and transport of petroleum contaminants in fracture – karst water in Zibo Area, Shandong Province, China. SCIENCE IN CHINA (Series D), 43 (2), 141 ~ 150, 2000
- [187] Chen Yudao, Xueyu Zhu, Xueshun Zhu et. al. Transformations and hydraulic captures of petrochemical contaminants in a karst – fractured aquifer, Environmental Geology. 39 (11), 1304 ~ 1308, 2000
- [188] Qian Jia – zhong, Zhu Xue – yu, Zhou Nian – qing et. al. Relationship among evaporation flux of groundwater, depth of water table and negative pressure head in bare soil. Journal of Hydrodynamics, Ser. B, 2000 (4), 52 ~ 58, 2000

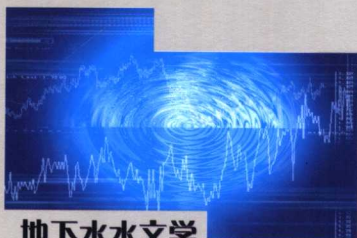
跋

本书是 2000 年完稿的。因此,所有的资料和数据都引自 2000 年以前。由于客观原因,本书推迟到 2005 年才得以出版。故未能引用最新的资料、数据,谨向读者致以歉意。但本书介绍的学科内容、原理和方法,至今仍完全适用。本书特别适合作为水文和水资源、地下水科学和工程、地质工程、环境科学等专业的博士研究生和硕士研究生的教学参考书。

作 者

2005 年 5 月 10 日

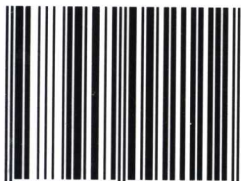
● 责任编辑：杨吉林



地下水水文学

GROUNDWATER HYDROLOGY

ISBN 7-80209-211-6



9 787802 092112 >

ISBN 7-80209-211-6/P · 001

定价：50.00元